શાળાઓ તથા કોલેજોમાં ચલાવવાને, ટૅક્ષ્ટ બુક તરીકે,
આ પુસ્તક મંજુર છે

નવી ભૂમિતિ

ભાગ ૧ લો

કર્તાઃ—ગુલાબભાઈ રઘુનાથજી નાયક

કીંમત બાર આના

[SANCTIONED AS A TEXT-BOOK FOR SCHOOLS AND COLLEGES.]

A NEW GEOMETRY

FOR GUJARATI SCHOOLS

PART I

BY

GULABBHAI RAGHUNATHJI NAIK, B. A., S. T. C. D.
(BOMBAY EDUCATIONAL DEPARTMENT)
Author of "Geometry for Guj. Schools, Part I. Book I," "Key to New Geometry, Part I," and joint author of "Junior Arithmetic," "Primary Arithmetic, Part I" &c.

SECOND EDITION, 1915

Price Twelve Annas.

Published by the Author
Gulabbhai Raghunathji Naik, B. A.,
at Desai Pole, Surat.

Printed by
Thakordas Mansing at the "Jain Vijaya Printing Press", near Chauta Bridge, Surat.

[શાળાઓ તથા કૉલેજો માટે ટેક્સ્ટબુક તરીકે મંજુર છે.]

ગુજરાતી નિશાળો માટે

નવી ભૂમિતિ

ભાગ ૧ લો

કર્તા

ગુલાબભાઈ રઘુનાથજી નાયક, બી. એ., એસ. ટી. સી. ડી.

[મુંબઈ સરકારના કેળવણી ખાતામાં શિક્ષક.]

"ભૂમિતિ ભાગ ૧ લો, પુસ્તક ૧ લા" ના તથા "નવી ભૂમિતિ ભાગ ૧ લાના ખુલાસા" ના કર્તા, અને "જ્યુનીઅર અંક ગણિત" તથા "પ્રાથમિક અંક ગણિત, ભાગ ૧ લા" ના સંયુક્ત કર્તા.

બીજી આવૃતિ, ૧૯૦૫

કીંમત બાર આના

સરકારી ઠરાવો પ્રમાણેના પરીક્ષાના અભ્યાસક્રમ.

૧. **છઠ્ઠા ધોરણ માટે,**
કર્તવ્ય ભાગ-પહેલા ખંડમાંથી પાનાં ૧૬થી ૧૦૦ એટલે § ૧ થી § ૯ ના (ञ) સુધી.
પ્રમેય ભાગ-બીજા ખંડમાંથી સિદ્ધાંત ૧ થી ૧૩.

૨. **સાતમા ધોરણ તથા વર્નાક્યૂલર ફાઇનલ પરીક્ષા માટે,**
કર્તવ્ય ભાગ-પહેલો ખંડ આખો.
સિદ્ધ ભાગ-બીજા ખંડ તથા ત્રીજા ખંડ આખા: અને તેમાંના પ્રમેય અને કૃત્ય પરના સહેલા પ્રશ્નો.

૩. **ટ્રેનિંગ કોલેજના પહેલા વર્ષ માટે,**
આખું પુસ્તક-સઘળા પ્રશ્નો સાથે.

પ્રસ્તાવના.

સરકારી મરાઠી નવીન ભૂમિતિ પ્રમાણે ફેરફાર કરી ગુજરાતી શાળાઓના વિદ્યાર્થીઓને અને શિક્ષકોને માટે આ ભૂમિતિ છપાવી બહાર પાડવામાં આવી છે. પુસ્તકનો પ્રાયોગિક ભાગ મરાઠી પુસ્તકનો તરજુમો નથી, પરંતુ તે પુસ્તકમાં જે પ્રમાણેની ગોઠવણ કરવામાં આવી છે તેનેજ અનુસરી પદ્ધતિ તેની તેજ રાખી કોઇ કોઇ જગ્યાએ યોગ્ય સુધારા વધારા કરી અને સ્થળે સ્થળે નવી આકૃતિઓ દાખલ કરી આ પુસ્તક નવાજ રૂપમાં છપાવ્યું છે. મહેરબાન ડિરેક્ટર ઓફ પબ્લિક ઇન્સ્ટ્રકશન સાહેબની ભલામણથી નામદાર સરકારે પોતાના તા. ૨૩ મી ડીસેમ્બર સને ૧૯૧૪ ના ઠરાવ નંબર ૪૧૨૯ થી આ પુસ્તક સઘળી શાળાઓ તથા કોલેજો માટે ટેક્ષ્ટ બુક તરીકે કાયમનું મંજુર કર્યું છે; તેમજ ઉત્તર વિભાગના એડ્યુકેશનલ ઇન્સ્પેકટર સાહેબે પોતાની તા. ૧૧ મી ફેબ્રુઆરી સને ૧૯૧૫ની સરકારી જાહેર ખબરથી વર્નાક્યૂલર ફાઇનલ પરીક્ષામાં આ પુસ્તક ચલાવવાને હુકમ કર્યો છે; જેને માટે હું એ બન્ને સાહેબોનો મોટો ઉપકાર માનું છું.

ભૂમિતિનો અભ્યાસક્રમ બદલવાનો હેતુ અને નવી ભૂમિતિ શીખવવાની સૂચના પુસ્તકમાં સવિસ્તર આપી છે. પુસ્તકમાં આપેલા પ્રશ્નો અને ઉત્તરોનો ઉપયોગ કેવી રીતે કરવો તે સામાન્ય શિક્ષકને પણ તરતજ માલમ પડી આવે એવું છે.

સરકારી ઠરાવો પ્રમાણે જુદાં જુદાં ધોરણોમાં કયા કયા અભ્યાસક્રમ કરવાના છે તે પણ પુસ્તકમાં બતાવ્યું છે.

મરાઠી નવીન ભૂમિતિના કર્તાઓ તથા અંગ્રેજી ભૂમિતિના કર્તાઓ કે જેઓના પુસ્તકોમાંથી મને અમુલ્ય મદદ મળી છે તેઓનો ઉપકાર માનવાની હું રજા લઉં છું.

જે જે સૂચનાઓ કરવામાં આવશે તે ઘણાજ ઉપકાર સહિત સ્વીકારી યોગ્ય સુધારા આવતી આવૃતિમાં કરવામાં આવશે.

ગવર્નમેન્ટ હાઈસ્કૂલ,
સુરત, માર્ચ સને ૧૯૧૫. } ગુલાબભાઇ રઘુનાથજી નાયક.

અનુક્રમણિકા.

નવી ભૂમિતિ, ભાગ ૧ લો.

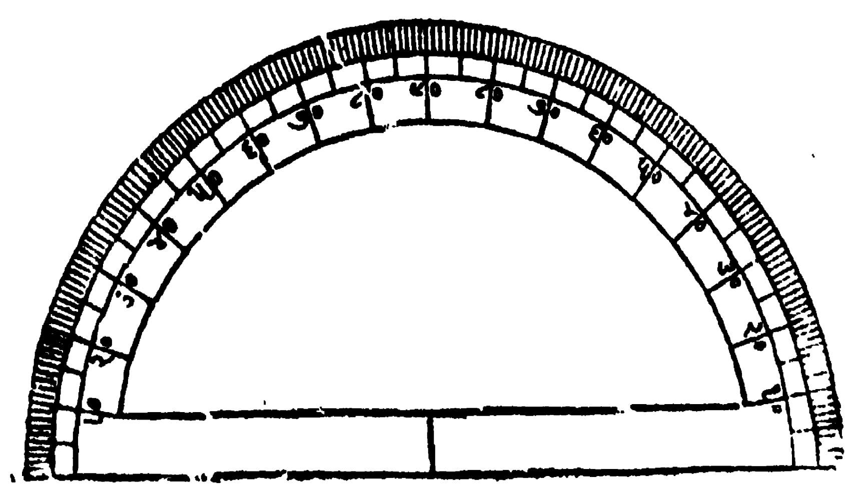
પ્રાસ્તાવિક પ્રકરણ.

અ. ભૂમિતિ શિક્ષણ સંબંધી સામાન્ય સૂચના.

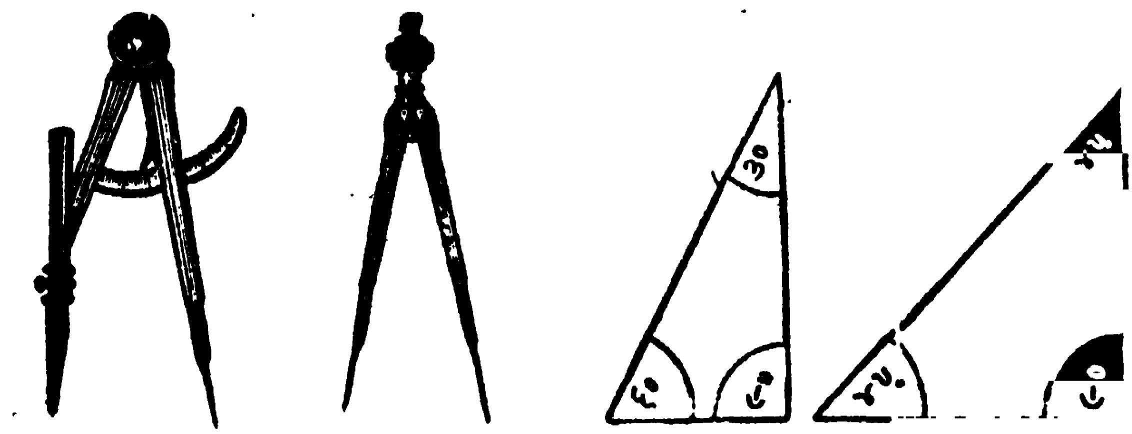
ભૂમિતિના અભ્યાસથી જે ફાયદા થવા જોઇએ તેનો પુરેપુરો લાભ વિદ્યાર્થીને થાય એવી જો શિક્ષકની ઇચ્છા હોય તો તેના કર્તવ્ય ભાગમાં તેમજ સિદ્ધ ભાગમાં તેને એકી વખતે સાથેજ તાલીમ મળવી જોઇએ. ભૂમિતિ શાસ્ત્રના એ બંને ભાગો એકમેકથી બિલકુલ વિરુદ્ધ નથી, પણ એક ભાગ બીજાનો દૃષ્ટાંત રૂપ છે.

આ હેતુથી કર્તવ્ય ભાગમાં જે પ્રાયોગિક ભાગ આપવામાં આવ્યો છે તેનો ઉપયોગ સંપૂર્ણ કાળજીથી કરવાનો છે. સિદ્ધ ભાગમાં તર્કશાસ્ત્રના નિયમો બહુ સંભાળથી સાચવવાની જરૂર છે; તેથી તે ભાગ પાછળથી રાખવામાં આવ્યો છે, તો પણ તેના સઘળા પ્રમેયોના ગુણ ધર્મ પ્રયોગ ને અનુમાન દ્વારા પહેલેથીજ સમજાવવાની જરૂર છે.

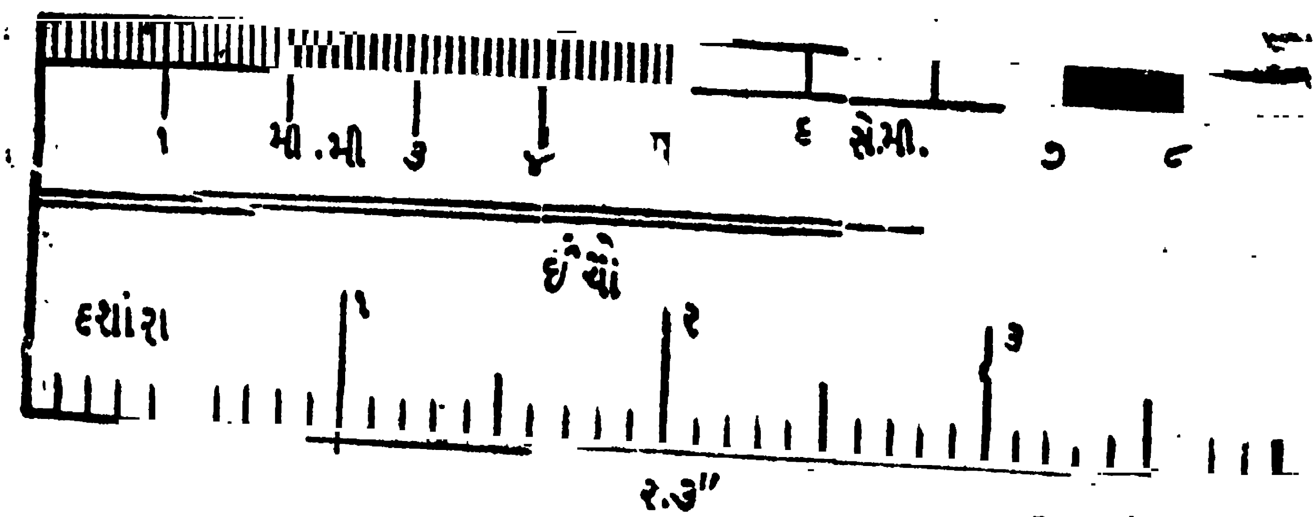
(૧) આકૃતિઓ બહુજ સફાઈથી અને સંભાળથી નીચેનાં સાહિત્યોની મદદથી દોરાવવી જોઇએ; અને જરૂર પડે ત્યાં શિક્ષકે પોતે તે આકૃતિ પાટીઆ ઉપર નમુનારૂપે દોરી બતાવવી.



પ્રોટ્રેકટર કે કોણમાપક સાહિત્ય.



કંપાસ, કે કર્કટી. ડીવાઇડર્ઝ, કે અંતરમાપક. સટ સ્કવેરની જોડ, કે કાટખૂણા.



સીધી લોટીના ઉપર રૂલર (આંકણી).

(અ) 'ત્રણ એચ' અને 'છ એચ' ની બે પેન્સીલો;

(બ) કર્કટી અને અંતરમાપક સાહિત્ય;

(ક) પ્રોટ્રેક્ટર કે કોણમાપક સાહિત્ય;

(ડ) ઇંચ અને દશાંશ ઇંચ, સેન્ટીમીટર અને મીલીમીટર વાળું એક લાકડાનું આશરે છ ઇંચ લાંબું રૂલર, આંકણી.

(ઇ) બે સેટસ્કવેર યા કાટખૂણાની જોડ.

(૨) જે જે આકૃતિ સંબંધી વિવેચન (કર્તવ્ય ભાગમાં કે સિદ્ધ ભાગમાં) કર્યું છે તે તે આકૃતિઓ શિક્ષકે **વિદ્યાર્થી પાસે પણ કઢાવવી.**

(૩) ખરાં માપ મેળવવાને માટે દરેક લીટી ઝીણી સફાઇદાર હોવી જોઇએ; પેન્સીલોના છેડા ગ્લાસ પેપરથી તીણા કરવાની ખાસ જરૂર છે. સઘળી લીટીઓ એકજ સરખી જાડાઇની આવવી જોઇએ.

(૪) લીટીઓ ડાબા હાથ તરફથી જમણા હાથ તરફજ દોરવી અને કદી પણ તેની તેજ લીટી ફરીથી બેવડી કરવી નહિ. લીટી દોરવામાં આંગળાં અને કાંડું ફક્ત ખસેડવાં નહિ, પણ આખો હાથ ખસેડવો જોઇએ.

(૫) કર્કટી (કંપાસીઝ) ને ઉપરના માથા આગળથી પકડવું અને વર્તુળ દોરતી વખતે લક્ષમાં રાખવું કે કાગળમાં છિદ્ર પડે નહિ.

(૬) રૂલર ઉપર અંતર માપવાને તથા બે બિંદુઓની વચ્ચેનું અંતર માપવાને ડીવાઇડર્ઝનો ઉપયોગ કરવો; રૂલરના સ્કેલ ઉપર છિદ્ર ન પડે તેવી રીતે ડીવાઇડર્ઝને લગભગ ક્ષિતિજ બરાબર રાખવું અને જોઇએ તેના કરતાં સહેજ વધારે પહોળું રાખી ડીવાઇડર્ઝને સાંકડું કરવું.

(૭) પ્રોટ્રેકટર અને સેટસ્કવેરનો ઉપયોગ આગળ બતાવ્યો છે તે પ્રમાણે કરવો.

આ બધાં સાહિત્યોનો ઉપયોગ વિદ્યાર્થીને બરાબર કરતાં આવડે તે પહેલાં શિક્ષકે પાંચ દશ આકૃતિ તેની મદદથી બરાબર વર્ગને દેખાય તે પ્રમાણે દોરવી અને તેને માટે મોટાં સાહિત્યો (પાટીઆ ઉપર વપરાય તેવાં) ખાસ રાખી મૂકવાં યૂકિલડના સિદ્ધાંતો શીખવતી વખતે આકૃતિ સાહિત્યો વગર દોરી ચલાવી લેવામાં આવતું તેમ કદી પણ નાની કે મોટી, પ્રમેયની કે કૃત્યની, વ્યાખ્યાની કે પ્રશ્નની, આકૃતિઓ સાહિત્ય વગર દોરવી નહિ.

કર્તવ્ય ભાગમાં દરેક પ્રકરણમાં સમજુતિ પ્રમાણે યોગ્ય લાગે તેવાં જુદાં જુદાં દૃષ્ટાંત આપી વિદ્યાર્થી પાસેજ તેના પોતાનાજ શબ્દોમાં વ્યાખ્યા બને ત્યાં સુધી કઢાવવી અને બરાબર સમજાયા પછીજ અંદરની વ્યાખ્યાઓ મોઢે કરાવવી. તર્કશાસ્ત્રની આ વિગમન પદ્ધતિનો ઉપયોગ દરેક પ્રયોગના ગુણ ઠસાવવામાં ખાસ કરવાનો છે. કર્તવ્ય ભાગમાં જે જે પ્રયોગો આપ્યા છે તેમાંનો કોઇ પણ પ્રયોગ વિદ્યાર્થી પાસે મોઢે કરાવવાનો નથી; પણ તે પ્રયોગ પ્રમાણે અથવા તેની કોઇ અન્ય રીતિએ

પૃથક પૃથક આકૃતિઓ પાડી (પાટીઆ ઉપર અથવા જાડા દોપીસ્તાની પાતળી પટીઓ કાપી તેમાં ટાંકણી મારી) વિદ્યાર્થી સમક્ષ ભૂમિતિનાં મુખ્ય મુખ્ય સત્યો સમજાવવાં. પ્રયોગોથી સિદ્ધ કરેલી સત્યતાઓ પાછળથી તર્કશાસ્ત્રના નિયમોને અનુસરી સિદ્ધાંતરૂપે આપવામાં આવી છે.

જેમ સાહિત્યનો શોખ વધારવાને માટે કવિતાની કડીઓ મોઢે કરાવવાની આવશ્યકતા છે તેમ વિદ્યાર્થીની તાર્કિક શક્તિ કેળવવાને માટે સિદ્ધાંતોમાં આપેલી દોષ રહિત તાર્કિક સિદ્ધતા અવશ્ય મોઢે કરાવવીજ જોઇએ. એ તાર્કિક શક્તિ કેળવવાને માટે લગભગ એકજ જાતના શબ્દોમાં, પણ જુદા ક્રમમાં, કે ઉલટા શબ્દોમાં વ્યાખ્યાઓ બનાવી વિદ્યાર્થીના જ્ઞાનની પરીક્ષા કરવી. જેમકે

(૧) વાંકી લીટીઓથી હદ થઈ એવી સપાટ આકૃતિ તે વર્તુળ;

(૨) ચાર સરખી બાજુઓથી હદ થઇ હોય તેવી આકૃતિ તે રૉમ્બસ;

(૩) સીધી ન હોય એવી લીટી તે વાંકી લીટી, વગેરે. ઉપલી વ્યાખ્યા કયાં કારણથી ખોટી કે ખરી છે તે વિદ્યાર્થી પાસેથીજ કઢાવવાની ખાસ અગત્ય છે.

કર્તવ્ય ભાગમાં સત્યતાઓ બતાવવામાં **કારણો** દર્શાવવાની જરૂર નથી; એ ભાગ ભૂમિતિના શાસ્ત્રીય ભાગનો હોવાથી પાછળથીજ સિદ્ધાંતરૂપે આપ્યો છે અને કર્તવ્ય ભાગમાં જેમ પ્રાયોગિક ભાગ શીખતા જાય તેમ તેમ આ કારણોવાળો સિદ્ધાંત ભાગ પણ વિદ્યાર્થી સમક્ષ રજુ કરવો. ભૂમિતિ શીખવવાનો મુખ્ય ઉદ્દેશ આ તાર્કિક ભાગ શીખવવાનોજ છે અને એ વિષય બહુજ મહત્ત્વનો છે.

સિદ્ધાતના તાર્કિક વિવેચનમાં વિદ્યાર્થીને દરેક સત્યતાનું કારણ સમજાવુંજ જોઇએ અને તે તે સમજે કે નહિ તેની ખાત્રી કરવાને શિક્ષકે ડગલે ડગલે પ્રશ્ન અને પ્રતિ પ્રશ્નથી પ્રયત્ન કરવો અવશ્યનો છે. એ વિવેચનનું કોઇ પણ વાક્ય પાછળના કોઇ પણ સિદ્ધાંત પર આધારભૂત હોય તો તેનો સંબંધ વર્ગના પાઠમાં વિદ્યાર્થીને આવડવો જ જોઇએ. પુસ્તકમાં મુખ્ય મુખ્ય આધારના સંબંધો દર્શાવ્યા છે, પણ પરીક્ષાઓમાં

તે સંબંધ દર્શાવવાની જરૂર નથી; જો કે વિવેચન અને સિદ્ધતાનું દરેક વાક્ય વિદ્યાર્થી સમજીને મુકે છે કે નહિ તે તેણે પોતાની લખવાની પદ્ધતિ પરથી બતાવવું જોઇએ. જે જે સિદ્ધાંતોની મદદ આગળના સિદ્ધાંતમાં લેવામાં આવતી હોય તેનાં પ્રતિજ્ઞા અને નિર્દેશ વિદ્યાર્થીને આવડવાં જોઇએ. દરેક સિદ્ધાંત બરાબર મોઢે કરવો જોઇએ પણ પોપટની માફક સમજ્યા વગર નહિ. મોઢે કરાવવાનું કામ સહેલું કરવાને માટે શિક્ષકે (૧) જુદા જુદા અક્ષરો વાપરવા; (૨) આકૃતિ આડી ઉભી, મોટી નાની કરવી; (૩) અક્ષ-રોનાં સ્થળ બદલવાં; (૪) ઘણી વખત કોઇ પણ અક્ષર વાપરવોજ નહિ; (આ રીત ખાસ લક્ષમાં લેવા યોગ્ય છે). ઉપર પ્રમાણેજ વિદ્યાર્થીએ ધેરે વાંચ-વાની ટેવ પાડવી જોઇએ અને જો તે પોતાના **મનમાં** આકૃતિમાં જોયા વિના સિદ્ધાંત બરાબર સિદ્ધ કરે તો ભૂમિતિ અધ્યયનનું યોગ્ય સાફલ્ય થાય છે.

વર્ગમાં સિદ્ધાંતનું પુનરાવર્તન થાય ત્યારે વિદ્યાર્થીએ અંદરનાજ શબ્દો બોલવાનો, તેમ તે યાદ આવી જતા હોય તો તે છોડી દેવાનો પ્રયત્ન કરવો નહિ; સિદ્ધાંતનું વિવેચન એવી રીતે તેને કહેતાં આવડવું જોઇએ કે પાછલા સિદ્ધાંતોના આધારો બોલવાની જરૂર પડે નહિ. ચોપડીનીજ આકૃતિ કે અં-દરના અક્ષરોની આવશ્યકતા નથી. જ્યાં સુધી તેનું વિવેચન કારણ દર્શક હોય ત્યાં સુધી અંદરના ક્રમમાંજ તે કહેવાની જરૂર નથી. જે વિવેચન તે કરે તે યોગ્ય રીત સહિત, અને કારણ દર્શક છે એવી ખાત્રી થવી જોઇએ.

કોઇ કોઇ સિદ્ધાંતોની રચનામાં પાછળ સિદ્ધતા ન આવી હોય એવાં સ્વીકૃત કૃત્યો લેવામાં આવ્યાં છે; જ્યારે એવાં કૃત્યો કરવામાં આવે ત્યારે તે એવાં હોવાં જોઇએ કે તેનો ઉપયોગ કરવાનું સબળ કારણ હોવું જોઇએ, અને તે કરવામાં ભૂમિતિના તાર્કિક ભાગને કોઇ પણ જાતનો દોષ લાગતો નથી એ જોવું જોઇએ. અમુક શરતો પૂર્ણ કરે એવી લીટી કે એવું બિંદુ આવી શકતું હોય ત્યારેજ તે સ્વીકૃત કૃત્ય તરીકે લેવું જોઇએ.

અમુક સિદ્ધાંતો મોઢે થઇ ગયા પછી વિદ્યાર્થીના લક્ષમાં આવવું જોઇએ કે ભૂમિતિ શાસ્ત્રનો મુખ્ય હેતુ તાર્કિક વિવેચન શક્તિ કેળવવાનો

છે અને સૂક્ષ્મ દૃષ્ટિથી જોતાં માલમ પડશે કે દરેક વિવેચન (૧) ભૂમિતિના મુખ્ય વિચારો (જેવા કે બિંદુ, લીટી) (૨) વ્યાખ્યાઓ, (૩) પ્રત્યક્ષ પ્રમાણો (૪) પ્રત્યક્ષ પ્રમાણોથી ઉપજતા પ્રમેયો અને (૫) પાછળ શીખી ગએલા સિદ્ધાંતોનું બનેલું છે. આ ઉપરાંત જે કાંઇ વધારાનું હોય તે વિવેચનના તાર્કિક ક્રમની સમજુતિ અર્થે અથવા દૃષ્ટાંત રૂપેજ છે. તે વિવેચન જોઇએ તેમ વિદ્યાર્થીને આવડે છે કે નહિ તેની ખાત્રી પ્રશ્ન છોડવાની તેની શક્તિ ઉપરથી થાય છે. પ્રશ્ન છોડવા એ કામ એકદમ સહેલું નથી, તેમજ શક્તિ બરાબર કેળવાયા પછી એ કામ પાર પાડવામાં આવે તેટલું અઘરૂં નથી. એ કામને માટે પુસ્તકને અંતે આપેલી પૃથકકરણ રીતિનો ઉપયોગ કરવો; અને તેમાં બતાવેલી વિગમન પદ્ધતિ એક વખત સમજાયા પછી મ્હાવરાથી ઠસી જશે અને ઉપયોગી થઇ પડશે.

પ્રશ્ન સામાન્ય રીતે ત્રણ જાતના છે—પ્રમેય પ્રશ્નો, કૃત્ય પ્રશ્નો અને ગણત્રીના પ્રશ્નો. પહેલી બે જાતના પ્રશ્નોમાં સિદ્ધતા જરૂરની છે અને ત્રીજી જાતના પ્રશ્નો સિદ્ધતાની જગ્યાએ તેજ પ્રમાણે આપેલી કીંમતો મુકી કરવાના છે. શરૂઆતમાં બધાજ પ્રશ્નોમાં વિદ્યાર્થીને મદદની જરૂર પડશે અને તેથી શિક્ષકે યોગ્ય લાગે તેમ મદદ કરવી, પણ જોવું કે વિદ્યાર્થીનો આત્મપ્રયત્ન ઓછો થવાથી તે નિરાશી થાય નહિ. સહેલા પ્રશ્નો બનતાં સુધી મોઢેજ કરાવવા. નવો સિદ્ધાંત સમજાવતાં પહેલાં કર્તવ્ય ભાગમાં તેને લગતા આપેલા પ્રયોગો કરવાથી, અને રચનાનો ભાગ બતાવવાથી વિદ્યાર્થી કદાચ સિદ્ધતા પણ થોડી થોડી પોતાની મેળે કહી શકશે.

પાટીઆ ઉપર આકૃતિઓ દોરવા માટે નીકલના અથવા લાકડાનાં મોટાં સાહિત્યો આશરે ત્રણેક રૂપીઆની કીંમતથી મળે છે. આવાં મોટાં સેટ સ્કવેરો, કંપાસ, ડીવાઇડર્ઝ, રૂલર અને પ્રોટ્રેક્ટર, મુંબઇ યા અન્ય સ્થળના મોટા બુકસેલરોને ત્યાંથી જોઇએ તો નાના બુકસેલરો યોગ્ય સુચનાને આધારે મંગાવી આપશે

૩. શિક્ષણ સંબંધી થોડીક મુખ્ય સૂચના.

નવી ભૂમિતિનો વિષય જુની ભૂમિતિના વિષયથી જુદો છે તેથી જે શિક્ષકને એની શિક્ષણ પદ્ધતિ નવી હોય તેણે આગળ બતાવેલી સૂચના પ્રમાણે પોતે બરાબર અધ્યયન કરી તેજ પ્રમાણે શીખવવાનો પ્રયત્ન કરવો. નીચેની બાબતો ખાસ ધ્યાનમાં લેવા યોગ્ય છે:—

(ક). જે આકૃતિના ગુણ, ધર્મ વગેરે અનુમાનથી શીખવવાના છે તે આકૃતિ પ્રત્યક્ષ દોરી તેનાં બાજુ, ખૂણા, વગેરે ચોક્કસ માપી સમજાવીને પ્રાયોગિક ભાગ શીખવવો.

(ખ). આકૃતિ સંબંધી કે પ્રમેય સંબંધી પ્રયોગો કરી જે ગુણ-ધર્મો કઢાવવાના છે તે બને ત્યાં સુધી વિદ્યાર્થી પાસેજ કઢાવવાનો પ્રયત્ન કરવો. શિક્ષણ જેમ ઉંચા પ્રકારનું હશે તેમ વધારે જવાબો વિદ્યાર્થી આપશે.

(ગ). આકૃતિના ધર્મો અને પ્રમેયો સ્પષ્ટ સમજાય તેને માટે આકૃતિઓ બરાબર કાઢવી જોઇએ. આકૃતિઓ પાટીઆ ઉપર બહુ કાળજી પૂર્વક દોરી તેની સ્પષ્ટ સમજૂતિ આપવી; તેમજ વિદ્યાર્થીએ જે આકૃતિ કાઢવાની છે તે સાહિત્યોની મદદથી બહુજ ચોક્કસ કઢાવવા કદી પણ ચૂકવું નહિ. જેમ તે વધારે સફાઇદાર, સ્પષ્ટ અને ખરી હશે તેમ શિક્ષણ સહેલું થશે અને સમજૂતિ બરાબર ગ્રહણ થશે.

(ઘ). બધી વ્યાખ્યાઓ એકદમ સાથે શીખવી દેવાની નથી. પરંતુ જેમ જેમ તેની જરૂર પડે તેમ તેમ તે શીખવવી. વ્યાખ્યાઓ એકદમ શીખવવામાં આવશે તો તે તરતજ ભૂલી જવાશે અને કદાચ શિક્ષણ થોડે ઘણે અંશે નિરર્થક થઇ પડશે.

(ઙ) શિક્ષકે જાતે વ્યાખ્યાઓ કહી ન દેતાં યોગ્ય શિક્ષણથી પુસ્તકમાં બતાવેલી રીતે વિદ્યાર્થી પાસેજ કઢાવવી. જો વિદ્યાર્થી તે ન કહી શકે તો જુદી જુદી આકૃતિઓ દોરી તેની સાથે પૂર્ણ સમજુતિ આપી વિદ્યાર્થીને સમજાવવી. બરાબર સમજુતિ અપાયા પછીજ વિદ્યાર્થી પાસે એવી આકૃતિઓ કઢાવવી, તેમજ ઓળખાવવી.

(ચ). પ્રમેય ભાગના જે સિદ્ધાંતો શીખવાના છે તે શીખવવા પહેલાં પ્રાયોગિક ભાગમાં આપેલા તેને લગતા પ્રયોગો શીખવવા. તે બરાબર ધ્યાનમાં ઠસ્યા બાદ તેના ગુણધર્મોનું ગ્રહણ બરાબર સમજાય કે પછી વિદ્યાર્થીને કહેવું કે હવે એ ગુણધર્મો આપણે અનુમાનથી સિદ્ધ કરીએ છીએ. અને ત્યાર પછી પ્રમેય લેવું. એમ ન કરવામાં આવે તો પ્રાયોગિક ભાગ જે પહેલાં શીખ્યા હશે તે ભૂલી ગયા હશે, અને તેથી પ્રમેય ભાગની વિદ્યાર્થીને જોઇએ તેવી રીતે સમજ પડશે નહિ. આ બીના ખાસ અવશ્યમાં રાખવા જેવી છે.

क. નવી ભૂમિતિ સંબંધી વિશેષ માહિતી.

(૧). શિક્ષણદ્વારા જ્ઞાન આપવાને માટે સામાન્ય રીતે ત્રણ રીત છે. જેમકે કાચના ઉપર છબી કેમ લેવાય છે તે વિષે કોઇ માણસ આપણને **ભાષણ આપી** જ્ઞાન આપે; પણ એથી આપણને જોઇએ તેવી સમજ પડતી નથી અને તેથી તરતજ આપણે તે ભુલી જઇશું. પરંતુ તેજ જ્ઞાન જો આપણને આપણી રૂબરૂ પ્રત્યક્ષ **પ્રયોગ કરીને** આપે તો આપણને વધારે સમજ પડશે અને થોડાએક દિવસ આપણે તે યાદ રાખી શકીશું. પણ એ જ્ઞાન લેવાને માટે **આપણે પોતેજ** તે પ્રયોગ કરીએ તો તેથી ઉત્તમ જ્ઞાન મળશે અને જે રીત આપણે શીખીશું તે ઘણા લાંબા વખત સુધી આપણે યાદ રાખી શકીશું. આ પ્રમાણે કોઇ એક ચીજનું જ્ઞાન (૧) વર્ણનથી, (૨) પ્રત્યક્ષ જોવાથી અને (૩) જાતે પ્રયોગ કરવાથી આપણે મેળવીએ છે; અને તે જે જે રીતે આપણે મેળવીએ તેમાં બહુ ફેર પડી જાય છે આ પ્રમાણે બધીજ બાબતમાં સામાન્ય રીતે બને છે. તેથી એવો સામાન્ય નિયમ નીકળે છે કે જે જ્ઞાન વર્ણનથીજ મળે તેના કરતાં જે જ્ઞાન પ્રત્યક્ષ જોવાથી મળે તે સારૂં; અને પ્રત્યક્ષ જોવાના કરતાં જે જ્ઞાન જાતિઅનુભવથી મળે તે ઉત્તમ હોય છે. એટલે કે **કોઇ પણ જ્ઞાન ઉત્તમ રીતે પ્રાપ્ત કરવાને અને મનમાં ચોકસ ઠસાવવાને વિદ્યાર્થીએજ જાતે પ્રયોગ કરી અનુભવ લેવો જોઇએ.** એજ નિયમે ભૂમિતિ

સંબંધી જ્ઞાન વ્યાવહારિક દૃષ્ટિથી જોતાં બહુજ અગત્યનું થઇ પડે માટે વિદ્યાર્થીએ જાતેજ પ્રયોગો કરી પોતે સમજી તે જ્ઞાન મેળવવું જોઇએ. આ પ્રમાણે સ્થિતિ હોવાથી જે જ્ઞાન પહેલાં ફક્ત મુખપાઠદ્વારાજ આપવામાં આવતું હતું તેનું કેવું પરિણામ આવ્યું તે બીના બધાને જાણીતી છે. ભૂમિતિનો વિષય બહુજ કઠણ મનાતો હતો એનું મુખ્ય કારણ એ હતું કે એ શીખવવાની જુની પદ્ધતિ જોઇએ તેવી સારી અને સરળ ન હતી. યૂક્લિડનો ૩૨મો સિદ્ધાંત "ત્રિકોણના ત્રણ ખૂણા મળી બે કાટખૂણા બરાબર છે" જે વિદ્યાર્થીઓ શીખ્યા હતા તેઓને જો પૂછ્યું હોય કે "પ્રત્યક્ષ આકૃતિ દોરી અથવા પ્રયોગ કરી" એ સિદ્ધાંત સાબિત કરો, તો ભાગ્યેજ કોઇ વિદ્યાર્થી તે પ્રમાણે કરી શકતો. આ ઉપરથી માલમ પડી આવશે કે પહેલેની શીખવવાની પદ્ધતિ કેવી અશાસ્ત્રીય હતી. એ રીત પ્રમાણે વિદ્યાર્થીને આકૃતિ સંબંધી જ્ઞાન જોઇએ તેવું થતું ન હતું, એટલુંજ નહિ પણ ઘણીએક વખત પાઠો તેઓ મોઢે કરી લેતા હતા. આ સ્થિતિ બદલવાનો એકજ ઉપાય છે કે વિદ્યાર્થીઓએ પોતેજ આકૃતિ સંબંધી પ્રયોગ કરવા. આ વાત તો નક્કીજ છે કે (ધારો કે) યૂક્લિડનો ૨૯મો સિદ્ધાંત અનુમાનદ્વારા—શબ્દદ્વારા શીખવ્યા બાદ પ્રયોગથી બતાવવામાં આવે કે વ્યુત્ક્રમ ખૂણાઓ બરાબર છે તે વધારે સારૂં થઇ પડે; અને વિદ્યાર્થી જો તે પોતાની મેળેજ પ્રયોગ કરી શીખી લે તો તે સૌથી ઉત્તમ છે.

આ ઉપરથી એટલું તો સિદ્ધ છે કે ભૂમિતિના નિયમો ઠસાવવાને માટે વિદ્યાર્થીઓએ પોતાની મેળેજ પ્રયોગો વગેરે કરવા; તેથી નવી ભૂમિતિમાં લક્ષ રાખવાનું કે આકૃતિઓ ચોક્કસ કાઢી તેના ગુણ ધર્મ નજરે તપાસી પ્રયોગો કરી ભૂમિતિ સંબંધી સત્યતાઓ શીખવી. તેથી **પ્રમેય સિદ્ધાંતની સત્યતાઓ અનુમાન-શબ્દદ્વારા શીખવવા અગાઉ પ્રત્યક્ષ પ્રયોગો કરાવીને તેજ સત્યતાઓ બતાવવાનો પ્રયત્ન કરેલામાં આવ્યો છે.**

(૨). વિગમન પદ્ધતિથી વ્યાખ્યા અને સિદ્ધાંતનું જ્ઞાન આપવું

જોઇએ. પારિભાષિક શબ્દો અને સિદ્ધાંત સબંધી માહિતી મેળવવાને માટે તે સબંધી પ્રત્યક્ષ વિવેચનની જરૂર છે એટલુંજ નહિ, પરંતુ તેનું યથાર્થ જ્ઞાન થઇ લાંબા વખત સુધી ટકે તેને માટે તેનાં દૃષ્ટાંતરૂપી વસ્તુઓ પ્રત્યક્ષ બતાવી તે ઉપરથી વિદ્યાર્થીઓ પોતેજ વિચાર, જ્ઞાન મેળવે એ વધારે સારૂં. જે જ્ઞાન મેળવવામાં આપણે પોતેજ શ્રમ કરીએ તે જ્ઞાન બહુ સારી રીતે આપણે પ્રાપ્ત કરી શકીએ છીએ; અને ઘણા વખત સુધી આપણા મનમાં તે ઠસી રહે છે. પરંતુ જે બાબત લોકો આપણને કહે તેનું જ્ઞાન જોઇએ તેવું આપણને થઇ શકતું નથી એટલુંજ નહિ, પણ તે લાંબા વખત સુધી આપણે યાદ રાખી શકતા નથી. વિદ્યાર્થીના મનની સ્થિતિ પણ એવીજ છે. તેથી જે જ્ઞાન તે પોતે શ્રમ કરીને મેળવે તે બહુજ સારી રીતે તેના મનમાં ઠસે છે. તેથી વ્યાખ્યા અને સિદ્ધાંતનું જ્ઞાન તેઓને પોતાનેજ શ્રમ કરીને મેળવવા દેવું જોઇએ. તેથી જે જે ચીજોના ધર્મ–ગુણ વગેરેનું જ્ઞાન વિદ્યાર્થીઓએ મેળવવાનું છે તે તે વસ્તુઓ અનેક રીતે તેની આગળ મુકી, તુલના કરાવી, તેમની પાસેજ તેમના શબ્દોમાં અનુમાન કરાવી તે જ્ઞાન આપવું. એટલે વ્યાખ્યા શીખવવાની રીત આ ભૂમિતિમાં એવી છે કે જે આકૃતિની વ્યાખ્યા શીખવવાની હોય તે આકૃતિ પ્રત્યક્ષ દોરાવી તેનાં ખૂણા, બાજુ, વગેરે વિદ્યાર્થી પાસેજ મપાવવાં અને તેની પરીક્ષા કરાવવી; પછી એવીજ જાતની બીજી આકૃતિઓ કઢાવી સરખામણી કરાવવી. આ તુલના ઉપરથી જે નિયમો નીકળે તે કઢાવવા અને પછી વ્યાખ્યા બનાવવી. પ્રમેય સિદ્ધાંત શીખવવાને માટે પણ એજ રીત ગ્રહણ કરવી; એટલે અનેક ઉદાહરણો લઇ તે ઉપરથી પ્રમેયના સામાન્ય નિયમો ઠસાવવા.

કોઇ પણ નિયમ અથવા સિદ્ધાંત શીખવવાને બે પદ્ધતિ હોય છેઃ– કોઇ બીજા સામાન્ય નિયમ ઉપરથી તે નિયમ ઠરાવવો તે એક રીત; અને પ્રત્યક્ષ ઉદાહરણો ઉપરથી નિયમ ઠરાવવો તે બીજી રીત. આમાંની બીજી રીતે શીખવવું એ ઉપર કહ્યું છે. પહેલી રીતે શીખવવામાં એવો દોષ આવે છે

કે ઘણીએક વખને શબ્દોના અર્થ અનિશ્ચિત હોય છે, અથવા જે સામાન્ય નિયમને આધારે નિયમ ઠરાવીએ તે નિયમના કયા અપવાદ હોય છે તેની આપણને ખબર પડતી નથી. અને તેથી જુદાં જુદાં વિધાન કરી ખરૂં અનુમાન કેવી રીતે કઢાવવું એ આપણને માલમ પડતું નથી. તેથી એ પદ્ધતિએ (Deductive–Synthetic–method **નિગમન પદ્ધતિ**) શીખવવામાં–શીખવામાં ભૂલચૂક થવાનો વધારે સંભવ રહે છે. પરંતુ ઉદાહરણો ઉપરથી નિયમો ઠરાવવાની બીજી પદ્ધતિમાં (Inductive–Analytical–method **વિગમન પદ્ધતિ**) જુદાં જુદાં ઉદાહરણો લઇએ તેથી ભૂલ થવાનો થોડોજ સંભવ છે. તેથી ખરો સિદ્ધાંત ઠરાવવાને આ પદ્ધતિ બહુ ઉપયોગી છે. વળી આ પદ્ધતિમાં પ્રત્યક્ષ ઉદાહરણ–દષ્ટાંતો ઉપરથી સત્યતા ઠરાવવાની હોય છે તેથી સમજુતિ પણ અતિ સરળ થઇ પડે છે. અને તેથીજ આ પદ્ધતિનાં જ્ઞાન અને અનુભવ થવાંજ જોઇએ. આ કારણને લીધે નવી ભૂમિતિમાં આ પદ્ધતિનો ઉપયોગ કર્યો છે. તેથી **વ્યાખ્યા અને પ્રમેય–સિદ્ધાંત કે પ્રમેયના સામાન્ય નિયમો–સત્યતાઓ શીખવવામાં આ વિગમન પદ્ધતિનોજ ઉપયોગ કરવો એ ઉત્તમ રીત છે.**

નિગમન પદ્ધતિ કરતાં વિગમન પદ્ધતિ સિદ્ધાંત ખરો ઠેરવવામાં વધારે ઉપયોગી છે; તેથી નિગમન પદ્ધતિ ખોટી છે કે નકામી છે એમ કાંઇ નથી. પહેલી પદ્ધતિ પ્રમાણે સિદ્ધાંત–નિયમો ઠરાવવામાં જે જે ઉદાહરણો જોઇએ તેમાંના કેટલાએક સમૂળકાંજ મળી શકે નહિ અને કેટલાંએક મળે તો તે તપાસવાને પુરતો વખત મળે નહિ. આવી વખતે અનુમાનથી (ઉદાહરણથી નહિ) સિદ્ધાંત ઠરાવવાની આવશ્યકતા રહે છે. ન્યાયમંદિરોમાં ન્યાયાધીશો કામનો નિકાલ કરવામાં તેમજ ઇતિહાસ શોધકો, જ્યોતિષીઓ વગેરે વિદ્વાનો ગત કે અદશ્ય વસ્તુ સંબંધી કોઇ પણ નિયમ–સિદ્ધાંત ઠરાવવામાં આજ પદ્ધતિનો વિશેષ ઉપયોગ કરે છે. આપણી પાસે આવેલાં માણસો કેવાં છે, અમુક માણસો ક્યારે આપણને નક્કીજ મળી શકશે, વગેરે બાબતમાં નિત્ય વ્યવહારમાં આપણે અનુમાનનો વિશેષ ઉપયોગ

કરીએ છીએ; તેથી આ પદ્ધતિનાં જ્ઞાન તથા અનુભવ પણ આવશ્યક છે. આ કારણને લીધે યૂકિલડની ભૂમિતિમાં જે આનુમાનિક પદ્ધતિ જોવામાં આવે છે તે આ ભૂમિતિમાં પણ રાખવામાં આવી છે.

ટુંકમાં, કોઇ પણ નિયમ બરાબર સમજાવવો અને મનમાં ઠસાવવો; એટલે પહેલ વહેલાં વિગમન પદ્ધતિનો ઉપયોગ, અને પાછળ જે સામાન્ય નિયમો થયા હોય તે ઉપરથી બીજો નવો નિયમ કે સિદ્ધાંત કે અનુમાન કેમ નીકળે છે તે સમજાવવું અને પછી નિગમન પદ્ધતિનો ઉપયોગ કરવો:– આ રીત આ નવી ભૂમિતિમાં લેવામાં આવી છે.

(૩). કોઇ વિશેષ અક્કલવાળો માણસ એકાદ અપૂર્વ શાસ્ત્ર રચે તો તે બધી રીતે સંપૂર્ણ હોય એવું કાંઇ નથી. રચના ગમે તેવી ઉત્તમ હોય તો પણ તેમાં દોષ–ભૂલચુક હોય છે. કાલિદાસ, ભવભૂતિ, શેકસપીયર, વાલ્મિક આદિ કવિઓએ કાવ્ય રચ્યાં, તેમજ પ્લેટો, ડાર્વિન, ભાસ્કરાચાર્ય, પાણિનિ આદિએ શાસ્ત્રો અને તાત્ત્વિક ગ્રંથો રચ્યા અને તે બહુજ ઉત્તમ છે તો પણ તેમાં દોષ છે. તેજ પ્રમાણે યૂકિલડના ગ્રંથોમાં પણ સમજવું. પણ તે ઉપરથી કાંઇ એમ ન સમજવું કે યૂકિલડના ગ્રંથો ખોટા છે. કોઇ મોટો ઈજનેર બહુજ અક્કલ વાપરી કોઇ મોટો બુગડો કે પુલ બાંધે અને પાછળથી તેમાં નાના મોટા ફેરફાર કરવાની જરૂર પડે છે. કાળ અને દુનિઆની સામાન્ય સ્થિતિ જોઇ ફેરફાર કરવા પડે છે. તેજ પ્રમાણે યૂકિલડના સંબંધમાં પણ છે. યૂકિલડના સિદ્ધાંતોનો ક્રમ જો કે બહુ સારો છે તો પણ તે ક્રમમાં ફેરફાર કરવાની જરૂર છે. યૂકિલડના પહેલા સ્કંધના બીજા તથા ત્રીજા સિદ્ધાંતોને છોડી દઇએ તો ચાલે એમ છે; તેમજ ૧૩, ૧૪ અને ૧૫ મા સિદ્ધાંતો ચોથા અને પાંચમા સિદ્ધાંતો કરતાં સહેલા હોવાને લીધે અને એ સિદ્ધાંતો સીધી લીટીના સંબંધમાં હોવાને લીધે તે પહેલાં લઇએ તો વધારે સારૂં. એજ પ્રમાણે સિદ્ધતામાં પણ ફેરફાર કરવાની જરૂર છે. જેમ પહેલા સ્કંધના ૮ મા સિદ્ધાંતમાં અને બીજા સ્કંધના ૧૩ મા સિદ્ધાંતમાં જે સિદ્ધતા યૂકિલડે આપી છે તેને બદલે

સહેલી સિદ્ધતા આપણે આપીએ તો વધારે સારૂં. આ પ્રમાણે યૂક્લિડની ભૂમિતિમાં ફેરફાર કરવાની જરૂર છે. તેથી જે ફેરફાર કરવાથી આપણું કામ સહેલું થઇ પડે એવા ફેરફારો આ નવી ભૂમિતિમાં કરવામાં આવ્યા છે. આ પ્રમાણે યૂક્લિડના કરતાં સિદ્ધાંતોનો ક્રમ જુદો છે; કોઇ ઠેકાણે સિદ્ધતા પણ જુદી આપી છે; કોઇ ઠેકાણે નકામા લાગતા સિદ્ધાંતો છોડી દીધા છે; અને કોઇ ઠેકાણે બીજા ઉપયોગી નવા સિદ્ધાંતો દાખલ કીધા છે.

(૪). નવી ભૂમિતિનું મુખ્ય કામ આકૃતિના ધર્મગુણ ઠસાવવાનું છે. જેમકે "સમબાજુ ત્રિકોણના ખૂણા સરખા છે" અથવા "એક ખૂણો બીજા ખૂણા કરતાં મોટો છે" વગેરે બાબતો જ્યારે ભૂમિતિમાં સિદ્ધ કરવાની હોય છે ત્યારે એ સત્યતા બતાવવાને માટે સરખામણી બરાબર થઇ શકે તેથી આકૃતિઓ ચોક્કસ કાઢવી ખાસ જરૂરની છે. સમબાજુ ત્રિકોણ, લંબચોરસ, ત્રિકોણની મધ્યગા, સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ વગેરેની આકૃતિઓ જો બરાબર કાઢી હોય તો તેના સંબંધી નિયમો એની મેળેજ વિદ્યાર્થીને એકદમ સહજ દેખાઇ આવે છે; જેમકે, સમબાજુ ત્રિકોણની ખરી આકૃતિમાં ખૂણા સરખાજ માલમ પડી આવે છે; ખરી આકૃતિના લંબચોરસમાં કર્ણો બરાબર છે; વગેરે. જો આકૃતિઓ ગમે તેમ દોરી ચલાવી લેવામાં આવે તો એજ આકૃતિના ગુણો એકદમ માલમ પડી આવતા નથી; એટલુંજ નહિ પરંતુ અનુમાનદ્વારા કે શબ્દદ્વારા જે સિદ્ધાંત સાબિત કરીએ તેની સત્યતા વિષે મનમાં શક રહેવાનો સંભવ છે. ધારો કે કોઇ પણ ત્રિકોણમાં સરખા ખૂણાની સામેની બાજુ સરખી છે એમ સિદ્ધ કરવાને માટે ત્રિકોણના ખૂણા સરખા ન હોય એવી આકૃતિ દોરીએ તો તેમાં બાજુઓ સરખી હોતી નથી તેમજ તે સરખી દેખાતી પણ નથી, તે છતાં આપણે તેને સરખી કહીએ તો તે બહુ અયોગ્ય કહેવાય. આ કારણને લીધે જે આકૃતિઓ દોરવાની છે તે કંપાસ, સેટસ્કવેર, ફુટપટી વગેરે સાહિત્યોની મદદથી ચોક્કશજ કાઢવી જોઇએ. આ સાહિત્યનો

ઉપયોગ કરવો એ આ નવી ભૂમિતિનું વિશેષ કામ છે. યુકિલડમાં કંપાસ અને પટીનો ઉપયોગ કરવામાં આવતો હતો પરંતુ તેના વગર કામ ચલાવી લેવામાં પણ આવતું. આ સવડ આ નવી ભૂમિતિમાં નથી અને સાહિત્યોનો ઉપયોગ દરેક વખતે કરવો.

(૫). આ નવી ભૂમિતિમાં સિદ્ધતા આપવામાં કે અન્ય સ્થળે 'આધાર' આપવાની જરૂર નથી એટલે સિદ્ધાંતોનો અમુકજ ક્રમ રાખવો અવશ્યનો નથી. આધારો આપવામાં મુખ્ય ખામી એ રહે છે કે અમુક સત્યતા બતાવવામાં વિદ્યાર્થીને જો "આધાર" ટાંકવાની ટેવ પડે તો તે સત્યતાના કારણો ભૂલી જવાની બ્હીક રહે છે. જેમકે "∠अबक=∠डइफ છે, આધાર સિદ્ધાંત ૧૦" એમ કહેવાની ટેવ પડે તો શું કારણથી એ બે ત્રિકોણો બરાબર છે તે કારણ સમજ્યા વિના ઉપલકીઆ જ્ઞાન થવાનો સંભવ રહે છે; અને કારણો લાંબા વખત સુધી મનમાં રહેતાં નથી. આવી જાતની ખામી ન રહે તેને માટે સિદ્ધાંતોનો ક્રમ અમુકજ ન રાખતાં જે પક્ષ ઉપરથી અમુક સાધ્ય સિદ્ધ કરવાનું છે તેજ પક્ષ ઉપરથી કારણો સહિત સિદ્ધતા આગળ ચલાવવી; અને એમ કરવામાં સિદ્ધતાનાં કારણોજ—એટલેજ આધારો—એક પછી એક લેવાં. કારણો બરાબર આવડે તો સિદ્ધતા બરાબર આવડે છે; અને તે ભુલી જવાનો સંભવ રહેતો નથી. આ કારણો બરાબર સમજાયા પછીજ સિદ્ધાંતોના ક્રમનો આધાર વિદ્યાર્થી લે તો પછી કાંઇ હરકત જેવું નહિ.

આ પુસ્તકમાં "આધારો" સિદ્ધાંતોના ક્રમ ઉપરથી આપ્યા છે તેનો હેતુ એવો છે કે પુસ્તક બહુ મોટું ન થઇ જાય. પરંતુ વિદ્યાર્થીએ એવી રીતે સિદ્ધાંતોના ક્રમના આધારો ન આપતાંજ કારણોનાજ આધારો આપવા યોગ્ય છે.

(૬). નવી ભૂમિતિમાં ચિહ્ન—ટુંકી સંજ્ઞાનો ઉપયોગ બહુ કર્યો છે; પહેલાં પરીક્ષકની રજા વિના એવાં ચિન્હો વપરાતાં ન હતાં. હવે એવી રજાની જરૂર નથી, પણ એ ચિન્હોનો ઉપયોગ હવે વિદ્યાર્થી પરીક્ષામાં પણ કરી શકશે.

(૭). પ્રત્યક્ષ પ્રમાણો અને સ્વીકૃત કૃત્યો જો કે એલાયદાં આપવામાં આવ્યાં છે તો પણ તે મ્હોડે કરાવવાની જરૂર નથી. દૃષ્ટાંતો આપી તેવી સત્યતાઓ બરાબર બતાવી ઠસાવવી. અને સિદ્ધતામાં જરૂર પડે ત્યાં પ્રત્યક્ષ છે," "ખુલ્લુંજ છે" વગેરે શબ્દો કહેવામાં આવે તો ચાલશે.

નોટ-ખંડ ૧ લામાં પ્રાયોગિક ભાગમાં પ્રયોગ કેવી રીતે કરાવવા એ સંબંધી જુદી જુદી જગ્યાએ પુરેપુરી જે સમજુતિ આપી છે, એ સમજુતિ પ્રમાણે શિક્ષકે કામ લેવું અને તેમાં બતાવેલી રીતે વિદ્યાર્થી પાસે કર્તવ્ય ભાગ કરાવવો એ સમજુતિમાંનો ઘણો ખરો ભાગ શિક્ષકનેજ માટે છે, જો કે એ ભાગમાં વર્ગમાં શિક્ષણ આપતી વખતે પ્રશ્ન અને ઉત્તર કેવા આવવા જોઇએ તે રીત બહુ સંભાળપૂર્વક બતાવી છે.

ખંડ ૧ લો. કર્તવ્ય અને પ્રાયોગિક ભાગ.

વિદ્યાર્થીએ નીચેનાં સાહિત્યો કર્તવ્ય ભાગમાં વાપરવાં:—

(આ સાહિત્યોના નમુના માટે "શિક્ષણ સંબંધી સૂચના" જુઓ)

૧. **આંકણી**-લીટીઓ માપવાની આંકણી ઉપર ઇંચ અને દશાંશ ઇંચ, ડેશીમીટર અને સેન્ટીમીટર, ના આંકો પાડેલા હોય છે. સામાન્ય રીતે ચપટી આશરે ૭ ઇંચ લાંબી આંકણી ઉપર એકજ બાજુ ઉપર ઇંચ અને દશાંશ ઇંચ એક કોર ઉપર, અને દેશીમીટર બીજી કોર ઉપર હોય છે.

૨. **પ્રોટ્રેક્ટર અથવા કોણમાપક**-પ્રોટ્રેક્ટર બે જાતનાં હોય છે. એક ચોરસ અને બીજું ગોળ. આ પુસ્તકમાં અર્ધવર્તુળના આકારનું પ્રોટ્રેક્ટર વાપરવામાં આવ્યું છે.

૩. **સેટસ્કવેર અથવા કાટખૂણાની જોડ**-બે જાતના સેટ સ્કવેરો વાપરવામાં આવે છે. એકમાં એક ખૂણો કાટખૂણો, અને બાકીનો દરેક અર્ધો કાટખૂણો હોય છે; અને બીજામાં એક ખૂણો કાટખૂણો અને બીજો ખૂણો ⅓ કાટખૂણો અને ત્રીજો ખૂણો ⅔ કાટખૂણો હોય છે, પહેલામાં ૯૦° ૪૫°, ૪૫° અને બીજામાં ૯૦°, ૩૦°, ૬૦° ના ખૂણા હોય છે.

૪. કંપાસ અથવા કૈકટી—એમાં એક હાથ લોખંડનો અને બીજો અર્ધો લોખંડનો હોય છે, જેમાં ઝીણી બારીક લીટી દોરી શકાય એવી પેન્સીલ મૂકવામાં આવે છે.

૫. અંતરમાપક—આ સાહિત્ય કંપાસના જેવુંજ હોય છે, પરંતુ તેના બન્ને હાથો આખા લોખંડના હોય છે. એકજ સાહિત્યના અર્ધા હાથમાં પેન્સીલ અથવા લોખંડનો છૂટો હાથ નાખી ચલાવવાથી કંપાસ અને અંતરમાપક બન્ને એકમાં આવી શકે છે.

આ સિવાય "એચ એચ" નંબરની પેન્સીલ, તેલીઓ કાગળ, ટાંકણી, ચોરસ આંકેલી ચોપડી વગેરે પણ જોઇશે. પેન્સીલની અણી તીણી કરવા માટે કાચવાળો પોલીશ પેપર વપરાય છે. અનુમાનો લખવા માટે અને અન્ય પ્રસ્નો છોડવા માટે જુદી જુદી ચોપડીઓ રાખવી એ વધારે સારું છે. આ સાહિત્યોની જોડે એક નાની કાતર પણ હોય તો સારૂં.

પ્રકરણ ૧ લું.

§ ૧. સીધી લીટી અને તેનું માપ.

લીટીઓ માપવાને માટે ૨ જા પાના ઉપર બતાવેલી આંકણી જેવી લાકડાની છ ઇંચ લાંબી આંકણી ઉપર ઇંચ અને દશાંશ ઇંચ, તથા દેશીમીટર અને સેન્ટીમીટરના કાપા પાડેલા હોય છે. એક **મીટર** આશરે ૩૯.૩૭ ઈંચ હોય છે. મીટરના દશમા ભાગને દેશીમીટર, અને દેશીમીટરના દશમા ભાગને સેન્ટીમીટર કહે છે. સેન્ટીમીટરનો દશમો ભાગ મીલીમીટર કહેવાય છે. પટી ઉપર સૌથી નાનો કાપો મીલીમીટરનો છે. ૧, ૨, ૩, ૪ આંકડા સેન્ટીમીટરના છે.

લંબાઈનાં કોષ્ટકો.

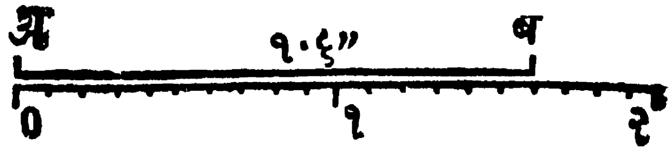
અંગ્રેજી	૧૨ ઇંચ (૧૨")=૧ ફુટ,	૧૦ મીલીમીટર (મી. મી.)=૧ સેન્ટીમીટર,	ફ્રેન્ચ
	૩ ફુટ (૩')=૧ વાર,	૧૦ સેન્ટીમીટર (સે. મી,)=૧ ડેશીમીટર,	
	૧૭૬૦ વાર=૧ માઇલ.	૧૦ ડેશીમીટર (ડે. મી.)=૧ મીટર (મી'.	

ફ્રાન્સ દેશમાં લંબાઇના માપની એકમ **મીટર** છે. અને તેના ઉપર પ્રમાણે નાના ભાગો પાડેલા છે. એ રૂઢિમાં દરેક માપ તદ્દન નીચેના ભાગથી દશ ગણું છે. મીટરનું માપ નક્કી કરવા માટે પારિસ શહેરમાં થઇ બન્ને ધ્રુવમાંથી જે યામ્યોત્તર વૃત (longitude) જાય છે તેની બરાબર ગણત્રી કરી તેનો ચાર કરોડાંશમો ભાગ લીધો છે. ફ્રાન્સમાં આ કુદરતી માપ ઉપરથીજ અન્ય માપો લીધાં છે. જેમકે, ક્ષેત્રફળ માપવાને ૧૦૦ ચોરસ મીટર=૧ એર (are), પ્રવાહી પદાર્થ ભરવાને એક ઘન ડેશીમીટર=૧ લીટર (litre), તોલનું માપ લેવાને ૧ ઘન સેન્ટીમીટર પાણીનું વજન=૧ ગ્રામ (gramme) અને ઘન ફળ ભરવાને માટે ૧ ઘન મીટર=૧ સ્ટીઅર (stere) છે.

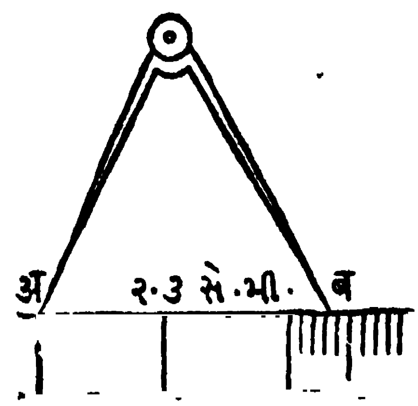
ઉપલાં કોષ્ટકોમાં બતાવેલાં માપો લાકડાની ફુટપટી ઉપર છોકરાઓ સમજે છે કે નાહ તેની **બરાબર** ખાત્રી કર્યા **પછીજ** નીચે પ્રમાણે લીટી માપવાનું કામ વિદ્યાર્થી પાસે શિક્ષકે શરૂ કરાવવું.

(क). લીટીઓ માપવાની રીતઃ—

૧ લી રીત—જો अ ब લીટી માપવાની હોય તો ફુટ પટીનો ૦ ઇંચનો દોરો બરાબર अ આગળ પડે, અને ફુટપટી બરાબર अब લીટી સાથે રહે તેમ પટી ગોઠવો. જો ब છેડો



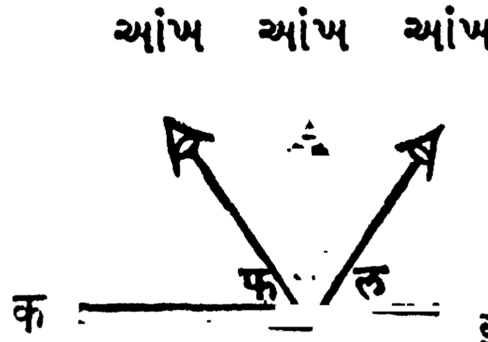
ફુટપટીના કોઇ ચોક્કસ દોરા આગળ આવી રહે તો તે પ્રમાણે अ છેડેથી તેની લંબાઇ ગણી લેવી. ઉપર अब=૧·૬ ઇંચ (૧·૬") છે.



બીજી રીત—કોઇ પણ લીટીની લંબાઇ, એટલે બે બિંદુની વચ્ચેનું અંતર વધારે ચોક્કસ લાવવા માટે ડીવાઇડર્સનો ઉપયોગ કરવો.

જે અંતર માપવાનું હોય, તેના કરતાં સ્હેજ વધારે, અંતરમાપકને પહોળું કરવું. પછી ધીમે રહીને તેને દબાવવું, અને તેના બન્ને છેડાઓ દબાવતાં દબાવતાં આપેલા અંતરના બન્ને છેડા ઉપર તે બરાબર આવી રહે તેમ મૂકવું. પછી અંતર માપકને ઉંચકી લઇ સહેજ આડું રાખી ફુટપટી ઉપર તે અંતર માપવું. અંતર માપકના છેડા ફુટપટી ઉપર દબાવવા નહિ, કારણ કે એ પ્રમાણે કરવાથી ફુટપટીના દોરાઓ ભોંકાઇ ભોંકાઈ બગડી જાય છે.

ફુટપટીની ઉપલી કોરો બન્ને બાજુથી નીચે ઢળતી હોય તો સારૂં, કારણ કે પટીના દોરાઓ જેમ બને તેમ કાગળની પાસે આવવા જોઇએ. કદાચ એ કોરો બેઠી જાડી હોય તો તેમાં ભૂલ આવવાનો સંભવ છે. જો अ ब લીટી માપવી હોય અને क इ જાડી આંકણી હોય તો આંકણી अ ब સાથે બરાબર જોડવ્યા છતાં ल લીટીમાંથી જોઇએ તો ब આગળનો ચોક્કસ દોરો ड નહિ દેખાતાં ब પાસેના ખોટું માપ આપનારા ल દોરામાંથી દેખાશે, એટલે अ ब જોઇએ તેના કરતાં મોટી દેખાશે. તેમજ फ માંથી જોતાં अ ब નાની દેખાશે. પણ જ્યારે ड લીટી માંથી ब ને જોઇશું તો તે ખરૂં અંતર આપશે.



પ્રશ્નો.

નીચેની લંબાઇઓ (ઇંચ") અને (સે. મી., મી. મી.)માં માપોઃ-

૧. તમારી ચોપડીની લંબાઇ, પહોળાઇ, અને જાડાઈ.

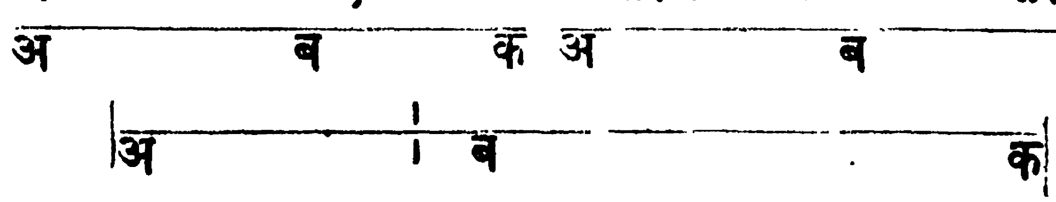
૨ તમારા સ્ટ્રકવેરની કોરોની લંબાઇ.

૩. નીચેની લીટીઓની લંબાઇ બન્ને માપમાં કાઢો:—

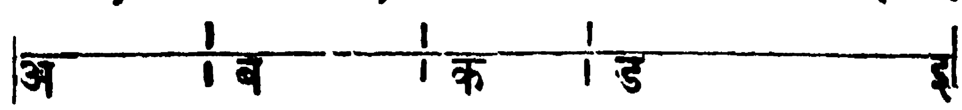
૪. ઉપલા પ્રશ્નો ઉપરથી એક ઇંચમાં કેટલા મીલીમીટર છે તે કહો. એક લીટી ૨·૪″ માપી લઇ તેના સે. મી. અને મી. મી. કરો.

૫. નીચેની લંબાઇ ઇંચ અને સે.મી.માં માપી તેના દશાંશ ભાગ કહો.

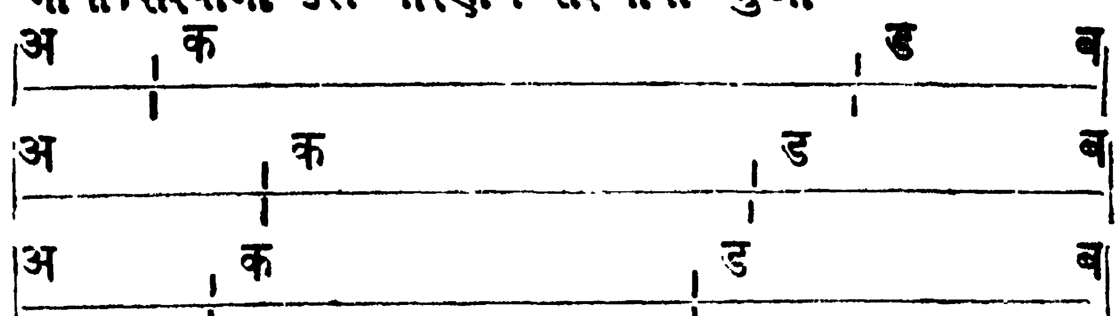
૬. નીચેની अ ब, ब क માપી સરવાળો કરી अ क સરખાવો.



૭. अ ब, ब क, क ड, ड इ માપી સરવાળો કરી अ इ સરખાવો.



૮. अ ब, क ड બંને માપથી માપી બાદબાકી કરો. अ क અને ड ब માપી સરવાળો કરી પરિણામ સરખાવી જુઓ.



૯. अ ब=૩·૮″ લો. अ ब માં क બિંદુ ગમે ત્યાં લો. क अ, क ब માપો. બન્ને માપનો સરવાળો કરી તે ૩·૮″ ન થાય તો ભૂલ ક્યાં આવી તે શોધી કાઢો.

૧૦. આઠ ઇંચ લાંબી એક अ इ સીધી લીટી દોરો. अ છેડેથી अ ब=૩″, ब क=૧·૮″ અને क ड=૨·૩″ માપો. ड इ માપો. ड इ લંબાઇ હોવી જોઇએ તેટલી છે? ન હોય તો ભૂલ ક્યાં આવી તે શોધો.

૧૧ ૭·૭″ લીટી લો. તેના ૧ : ૬ ના પ્રમાણમાં બે ભાગ કરો.

૧૨. કોઇ પણ લીટી લો. તેનું માપ આશરે જોઇનેજ કહો. પછી માપીને કહો. કેટલો ફેર પડે છે તે જુઓ.

૧૩. પ્રશ્ન ૧૨ પ્રમાણે ઘણી લીટીઓ લઇ કરો.

૧૪. ૨.૪" ની લીટી લઇ આશરે અર્ધું કરી નિશાની કરી બન્ને ભાગો માપી સરખાવી જુઓ.

૧૫. ૪.૮ સે. મી. ની લીટી લઈ તેના આશરે સરખા ત્રણ ભાગ કરી નિશાની કરી ત્રણે ભાગો માપી સરખાવી જુઓ.

૧૬. ૪.૨ સે. મી. ની લીટી લઇ ૪.૨ નું અર્ધું કરી તેટલો ભાગ એક છેડેથી કાપો. બાકીનો ભાગ એ ભાગ જેટલો છે ?

૧૭. ૩.૩" ની લીટી લઇ ૩.૩ નું એક તૃતીયાંશ લઇ એક છેડેથી કાપો. બાકીનામાંથી પણ તેટલુંજ કાપો. ત્રણે ભાગ સરખાવો.

૧૮. अब લીટીના આશરે બે સરખા ભાગ કરી તે ભાગો માપો.

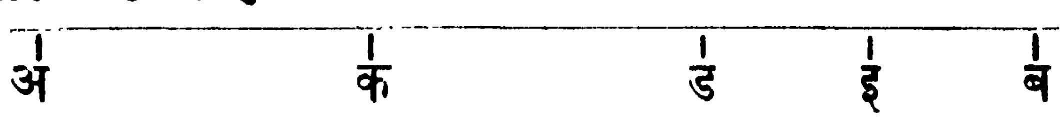
૧૯. अ ब લીટીના ત્રણ સરખા ભાગ આશરે કરો, અને સરખાવો.

૨૦. अ ब લીટીના ચાર સરખા ભાગ આશરે કરો, અને સરખાવો.

નોટ-અજમાયસે લીધેલાં માપો ઘણાંખરાં બરાબર આવે ત્યાં સુધી ઉપલી રીતે અનેક પ્રશ્નો કરવા.

(ख). **લીટી દુભાગવાની** (બે સરખા ભાગ કરવાની) **રીતઃ—**

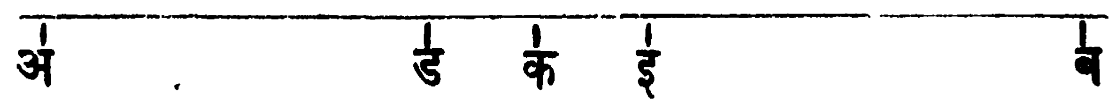
પહેલી રીત. નીચે પ્રમાણે એક अ ब લીટી લો. પહેલવહેલાં अ ब ને આશરે મ્હોડેથી દુભાગો. જો अ क અર્ધો ભાગ હોય તો કંપાસના છેડાઓ



अ क બરાબર પહોળા કરો. પછી કંપાસના એજ અંતરથી क ड લો. હજુ જો ड ब રહી જાય તો ड ब નું અર્ધું કરી કંપાસને એ અર્ધા ड इ અંતર જેટલું વધારે પહોળું કરો; क इ અંતર अ ब નું અર્ધું છે. એક છેડેથી કંપાસ મૂકી क इ અંતર માપી લઇ अ ब ને દુભાગો.

બીજી રીત. अ ब ને આશરે દુભાગો, ધારો કે क, अ ब નું

મધ્ય બિંદુ છે. પછી अ ઉપર કંપાસનું અગ્ર બિંદુ રાખી પેન્સીલના છેડાથી अ ब ઉપર ड બિંદુ લેા; અને તેજ અંતરથી ब ઉપર અગ્ર બિંદુ રાખી इ બિંદુ લેા. વળી ड इ જો રહી જાય તેા તેના પણ એજ પ્રમાણે બે સરખા



ભાગ કાઢેા, આખરે क અથવા क ની પાસેનું કેાઇ બિંદુ अ ब ને દુભાગશે.

પ્રશ્નેા.

૧. ૩·૬″, ૫·૨ સે. મી., ૫·૯″, ૧૦·૩ સે. મી., ૫·૩″, અને ૭·૪ સે. મી. ની લીટી દેારેા. ઉપર પ્રમાણે તેને દુભાગેા.

૨. ૪·૨″, ૬·૪″, ની લીટી દેારેા. દરેકના ચાર સરખા ભાગ કરેા.

કાગળ વાળી લીટી દુભાગવાની રીત :—કાગળને બેવડ વાળી સળની કેાર ઉપર अ ब લીટી માપી લેા. अ′ ब′ (अ ટાંપ ब ટાંપ) લીટી સળ ઉપર આવી હેાય તેા अ′ (अ ટાંપ) ઉપર ब′ (ब ટાંપ) પડે તેમ સળને તેની ઉપર પાછેા બેવડ વાળેા. જ્યાં કાપેા પડે ત્યાં अ′ ब′ એટલે अ ब દુભાગાય છે.

પ્રશ્નેા.

૧. ૩·૫″, ૪·૩ સે. મી, ૪·૭″ ૫·૮ સે. મી. ની લીટીએા દેારેા. ઉપર પ્રમાણે બેવડ વાળી દરેકને દુભાગેા.

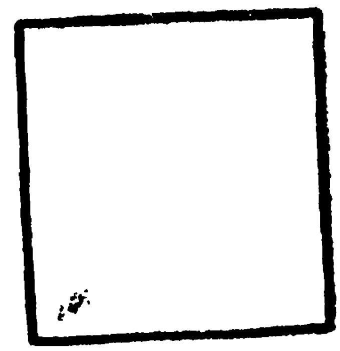
૨. ૫·૭″, ૩·૩ સે. મી., ૪·૧″, ૩·૫″ ની લીટી દેારેા. દરેકનેા એક ભાગ બીજાની ઉપર રાખી અને એ બન્ને ભાગેા ત્રીજાની ઉપર રાખી છેડા બરાબર મેળવી ત્રણ સરખા ભાગ કરેા.

૩. ઉપલી લીટીએાના ભાગેા કંપાસથી માપી ખાત્રી કરેા.

૪. ૫·૯″, ૧૧·૩ સે. મી., ૭·૩″, ૧૦·૫ સે. મી. ની લીટી દેારેા. ભાગેા બેવડ વાળવાની રીતથી તેના ૪, ૬, ૮ સરખા કરેા. બધા ભાગેા માપી સરખા છે કે નહિ તેની ખાત્રી કરેા.

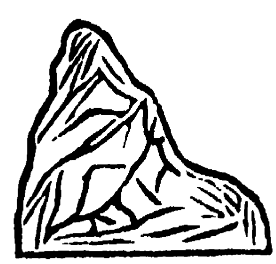
શિક્ષકને સુચના. પ્રશ્નેાની સંખ્યા જ્યાં થેાડી લાગે ત્યાં આપેલા પ્રશ્નેાની જાતના અથવા અન્ય જાતના વધારે પ્રશ્નેા પેાતે બનાવી વિદ્યાર્થીને આપવા.

§ ૨. સ્કેલમાપ અથવા અંતર પ્રમાણ.



તમારી સામેના કાળા પાટીઆની લંબાઇ માપો. કેટલા ફુટ છે? ૪ ફુટ. પાસેની આ કૃતિની લંબાઇ માપો. કેટલી છે? એક ઇંચ. આ જગ્યાએ પાટીઆની લંબાઇ એક ઈંચ છે એ જુઓ છો? આ આકૃતિમાંની એક ઇંચ લંબાઈ છે તે ખરેખરી રીતે પાટીઆની કેટલી લંબાઇ બરાબર સમજવાની? ચાર ફુટ.

આ આકૃતિની પહોળાઇ માપો. તે કેટલી છે? એક ઇંચ; પાટીઆની પહોળાઇ માપો; તે કેટલી છે? ૪ ફુટ. આ ઉપરથી પહોળાઇના સંબંધ વિષે શું સમજો છો? આકૃતિમાં એક ઇંચ પહોળાઇ તે પાટીઆની ચાર ફુટ પહોળાઇ બતાવે છે.



પાસે એક ડુંગરનું ચિત્ર છે. એની ઉંચાઈ કેટલી છે? પોણો ઇંચ. ડુંગરની ખરેખરી ઉંચાઇ કેટલી હશે? ખબર નહિ. તે જાણવા માટે શું જાણવું જોઇએ? ડુંગરની ઉંચાઇ અને ચિત્રની ઉંચાઇનો સંબંધ. તે સંબંધને શું કહે છે? ચિત્ર અને ડુંગરની ઉંચાઇઓનો સંબંધ અથવા **પ્રમાણ.**

પ્રકૃતિનાં ખરેખરાં અંતર અને આકૃતિમાંનાં લંબાઇ, પહોળાઇ વગેરેનાં અંતરોના સંબંધને **સ્કેલ** અથવા **અંતર પ્રમાણ** કહે છે. આ પ્રમાણ જ્યારે આપવામાં આવ્યું ન હોય ત્યારે જે વસ્તુની આકૃતિ હોય તેનું વાસ્તવિક પરિમાણ માલમ પડે ખરૂં? નહિ. ઠીક આ પ્રમાણ ન આપે અને તે વસ્તુના જેવડી આકૃતિજ કાઢી હોય તો શું?

પ્રકૃતિમાં વસ્તુઓ વાસ્તવિક રીતે જેવડી હોય તેવડી આકૃતિઓ દોરવી એ કામ હમેશાં શક્ય નથી. ઘણી વસ્તુઓ અતિશય બારીક હોય

છે, અને તેવડી જ આકૃતિ કાગળ ઉપર કાઢવી એ ઘણું ખરૂં અશકય છે; જો કે સાહિત્યની મદદથી તેટલી નાની આકૃતિ નીકળી શકે છે; પણ તે જોનારને સ્પષ્ટ દેખાતી નથી તેથી આવી **નાની આકૃતિઓને મોટી કરવાની જરૂર છે.** તેમજ પ્રકૃતિમાં ઘણી વસ્તુઓ અતિશય મોટી છે. અને તેવી મોટી આકૃતિઓ દોરવાને માટે અતિશય મોટા કાગળ જોઇએ. **તેથી એવી મોટી વસ્તુઓની આકૃતિઓ નાની કાઢવી પડે છે.** આ કારણોને લીધે વસ્તુની ખરેખરી લંબાઇ અને આકૃતિની લંબાઇની વચ્ચે **પ્રમાણનો** સંબંધ ગોઠવવામાં આવે છે. આ કારણને લીધે નકશામાં જે સ્કેલ આપ્યાં હોય છે તે ઉપરથી કુદરતી વસ્તુઓની લંબાઇ અને નકશાની લંબાઇનો સંબંધ નીકળી શકે છે.

અંતર પ્રમાણ દર્શક અપૂર્ણાંક—ઉપલી આકૃતિમાં ડુંગર એક માઇલ ઉંચો હોય અને આકૃતિની ઉંચાઇ એક ઇંચ હોય તો આકૃતિની ઉંચાઇને અંશ તરીકે અને ડુંગરની ઉંચાઇને (તેના ઇંચ કરીને) છેદ તરીકે મૂકવાથી જે અપૂર્ણાંક થાય તે **અંતર પ્રમાણ દર્શક અપૂર્ણાંક** કહેવાય છે. જેમકે ઉપલા દૃષ્ટાંતમાં $\frac{૧}{૫૨૮૦\times૧૨}=\frac{૧}{૬૩૩૬૦}$ એ અંતર પ્રમાણ દર્શક અપૂર્ણાંક છે. એજ પ્રમાણે જો ૨ ઇંચ ૩ માઇલ બતાવે તો $\frac{૨}{૫૨૮૦\times૩\times૧૨}=\frac{૧}{૯૫૦૪૦}$ એ ૨ ઇંચ અને ૩ માઇલનું અંતર પ્રમાણ દર્શક અપૂર્ણાંક છે; અથવા એ પ્રમાણ ૨": ૩ માઇલ લખાય છે.

પ્રશ્નો.

૧. નકશામાં આપેલા સ્કેલ ઉપરથી મુંબઇ ઇલાકાના નકશામાં મુંબઇ અને પુના, અમદાવાદ અને મદ્રાસ, સુરત અને કરાંચીનાં અંતર કાઢો.

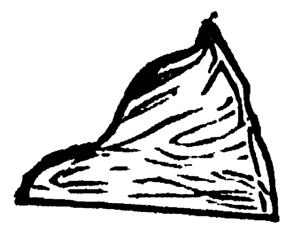
૨. હિંદુસ્થાનના નકશામાં મુંબઇ અને કાશી, કલકત્તા અને લાહોર, નાગપુર અને મદ્રાસ, અમદાવાદ અને દિલ્હીનાં અંતરો કાઢો.

૩. પાસેનાં ચિત્રો જે પ્રમાણમાં કાઢયાં છે તેનું પ્રમાણ ૧ ઇંચે ૧૦ ફુટ છે તેા તેની ઉંચાઇઓ કાઢેા.



૪. પાસેના પર્વતની ઉંચાઇ કાઢેા.

સ્કેલ ૧″=૮૦૦૦ ફુટ.



૫. ૧ ઇંચે ૧ માઇલ આવે તેવા સ્કેલથી ૩½ માઇલનું અંતર દોરેા.

૬. ૧″=૨ માઇલના પ્રમાણથી ૬ માઇલ લાંબેા રસ્તેા દોરેા.

૭. બે ગામેા ૪·૫ માઇલ દૂર છે તેા ૧ સે. મી=૧ માઇલના પ્રમાણથી તેનું અંતર બતાવેા.

૮. એક વાંસ ૩૦ ફુટ ઉભેા દાટયેા છે તેા ૧ સે. મી.=૩ ફુટના પ્રમાણમાં તેની આકૃતિ કાઢેા.

૯. એક કિલ્લેા ૧૨૦ ફુટ ઉંચેા છે તેા તેની ઉંચાઇ ·૩″=૫ ફુટના સ્કેલમાં દોરેા.

નેાટ–નીચેના પ્રશ્નોમાં કાટખૂણેા દેારવાની રીતની જરૂર પડે છે માટે તે રીત સમજ્યા પછી એ પ્રશ્નો છેાડવા.

૧૦. ૧૦ ફુટ લાંબેા અને ૫ ફુટ પહેાળેા લંબચેારસ દેારેા (સ્કેલ ૧″=૧૦′).

૧૧. ૩૦૦ ફુટ લાંબા અને ૨૦૦ ફુટ પહેાળા લંબ ચેારસ ખેતરની આકૃતિ કાઢેા. (સ્કેલ ૧ સેં. મી.=૧૦૦ ફુટ.)

૧૨. ૨૫૬ ફુટ લાંબા અને ૧૯૨ ફુટ પહેાળા લંબ ચેારસ બગીચાની આકૃતિ કાઢેા. (અંતર પ્રમાણ ·૧″=૧૬ ફુટ.)

૧૩. નીચેની બાજુવાળા લંબચોરસોને ૬ઃ૧ ના પ્રમાણમાં દોરો.
૯, ૧૨; ૧૮, ૨૪; ૧૨, ૧૫ ઇંચો; ૨૪, ૩૦; ૩૩, ૪૮ સે. મી.

(નોટ–૬ઃ૧ એટલે પ્રકૃતિના ૬ ઇંચ=આકૃતિનો ૧ ઇંચ.)

૧૪. નીચેની બાજુવાળા ચોરસો ૧૨ઃ૧ ના પ્રમાણમાં દોરો:—
૧૨, ૧૮; ૩૦, ૩૬ ઇંચો; ૩૬, ૪૮; ૨૪, ૪૮ સે. મી.

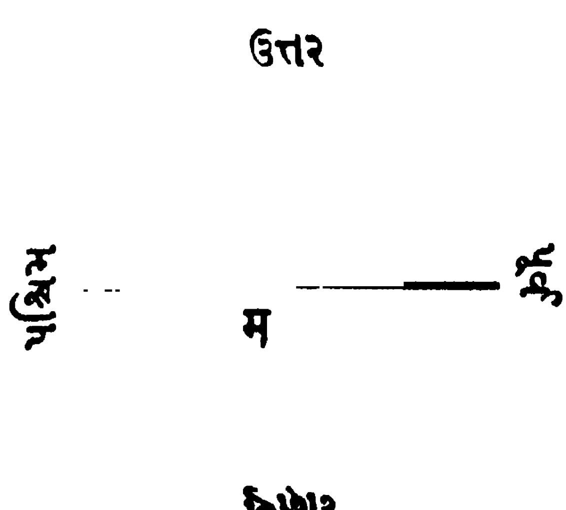
૧૫. એક લંબચોરસ કિલ્લાની અંદરની લંબાઇ અને પહોળાઇ અનુક્રમે ૩૧૦ અને ૧૭૦ ફુટ છે. અને કિલ્લાની ભીંતની જાડાઇ ૧૦ ફુટ બધી બાજુએ છે તો ભીંતની સાથે તેના તળીઆની આકૃતિ દોરો. (અંતર પ્રમાણ ૧″=૧૦૦ ફુટ.)

૧૬. ૨૦ ફુટ અને ૧૫ ફુટ લંબાઇ પહોળાઇ હોય એવા લંબચોરસ ઓરડાની આકૃતિ દોરો. તેના સામસામેના ખૂણાનું અંતર માપી ખરેખરૂં અંતર કહો. (યોગ્ય સ્કેલ લેવું.)

૧૭. એક સીડી (अब) નો એક છેડો अ જમીન પર છે અને બીજો ब છેડો એક ભીંત (कड) ઉપર છે. क ભીંતનો પાયો છે. कअ = ૩૦ ફુટ અને कब = ૪૦ ફુટ છે તો સીડી કેટલી લાંબી છે?

૧૮. ઉપલા ૧૭મા પ્રશ્નમાં अक = ૧૫ ફુટ અને बक = ૩૬ ફુટ છે તો अब સીડીનું માપ કાઢો.

સુચના. પાસે પ્રમાણે બબ્બે પાસે પાસેની મુખ્ય દિશાઓ વચ્ચે म આગળ કાટખૂણો હોય છે તે વિદ્યાર્થીને કહી નીચેના પ્રશ્નો છોડાવવા.



૧૯. એક કીડી ઉત્તરે ૪.૫″ જાય છે અને પછી પૂર્વમાં ૧૦.૮″ જાય તો પ્રથમ સ્થળેથી તે કેટલે દૂર ગઇ હશે?

૨૦. अ પશ્ચિમમાં ૭૫ સે. મી. જાય છે અને પછી ઉત્તરમાં ૧૦૦ સે. મી. જાય તેા મૂળ જગ્યાએથી તેનું કેટલું અંતર થયું?

૨૧. એક લખેાટાને દક્ષિણમાં ૧૩.૨" ફેંકયેા અને ત્યાંથી પાછેા પૂર્વ માં ૧૧.૦" ફેંકયેા તેા મૂળ જગ્યાએથી તે હવે કેટલેા દૂર છે?

૨૨. એક માણસ अથી ઉત્તરે ૧૭ માઇલ અને ત્યાંથી પૂર્વે ૧૨ માઇલ જાય તેા તે अથી કેટલે દૂર ગયેા તે કહેા.

૨૩. એક ખેપીએા कથી દક્ષિણે ૨૩ માઇલ અને પછી પશ્ચિમમાં ૨૧ માઇલ જાય તેા તે મૂળ જગ્યાએથી સીધું કેટલું ગયેા?

૨૪. अ, ब થી ૧૨ માઇલ પૂર્વે ગયેા અને પછી ૧૮ માઇલ દક્ષિણે અને પાછેા પૂર્વે ૧૨ માઇલ ગયેા ત્યારે अ, ब થી હવે કેટલેા દૂર છે?

૨૫. अ, ब ની દક્ષિણે ૧૭ માઇલ છે; क, ब ની પૂર્વે ૧૧ માઇલ છે; ड, क ની ઉત્તરે ૯ માઇલ છે તેા अ થી ड નું અંતર કહેા.

૨૬. अ, ब ની પશ્ચિમે ૪ માઇલ છે; अ ની ઉત્તરે क ૯ માઇલ છે; અને क ની પૂર્વે ड ૧૧ માઇલ છે તેા ब ड અંતરની લંબાઇ કહેા.

૨૭. अ, ड ના વાયવ્યમાં ૧૨૫ માઇલ અને ड, कના ઇશાનમાં ૧૭૫ માઇલ છે તેા अ क અંતરની લંબાઇ કહેા.

૨૮. બે બંદર પૂર્વ પશ્ચિમ ૧૨ માઇલ છેટે છે અને એક વહાણ એકથી ઇશાનમાં અને બીજાથી વાયવ્યમાં છે તેા વહાણનું અંતર બન્નેથી શું?

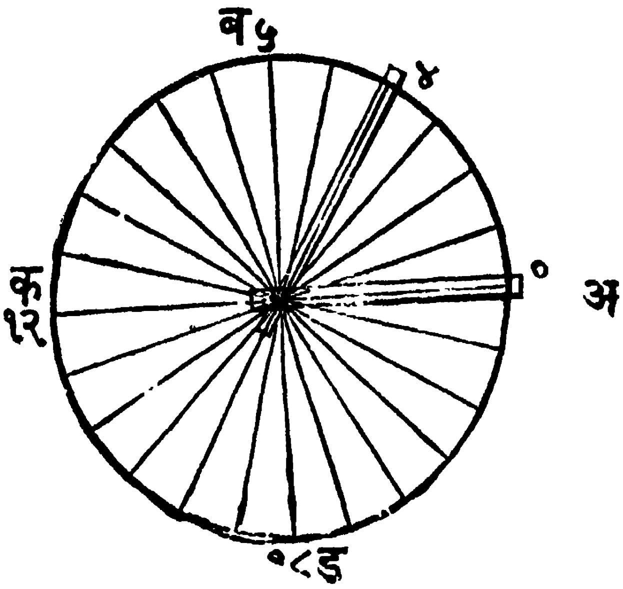
૨૯. દમણથી મહાલક્ષ્મી અગ્નિ ખૂણામાં છે અને દેહેણુંથી ૨૭ માઇલ દૂર પર્વમાં છે તેા દમણથી દેહેણું કેટલું? અને દમણથી મહાલક્ષ્મી કેટલું?

નેાટ. દમણ–દેહેણું ઉત્તર દક્ષિણ છે.

૩૦. अ, ब બે સ્થળેા ઉત્તર દક્ષિણ છે. क, अ થી અગ્નિમાં અને ब થી ઇશાનમાં છે. જો अ क + ब क ૭૦૦ ફુટ હેાય તેા अ क કેટલું?

§ ૩. ખૂણો.

(क) ખૂણો કેવી રીતે બને છે?

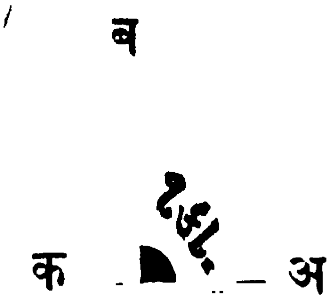


પાસે પ્રમાણેની એક આકૃતિ પાટીઆ ઉપર કાઢો; અથવા મોટા કાગળ ઉપર કાઢી તેને પાટીયા ઉપર ટાંકણીઓ મારી સજ્જડ કરો. કાગળની બે પાતળી પટીઓ કાપી તેના એકેક છેડામાં છિદ્ર પાડી તેમાં ટાંકણી મારી આકૃતિના મધ્ય બિંદુમાં બરાબર બેસાડો. આ પ્રમાણે બે પટીઓને કંપાસના હાથ ગણી લઇ એક પટી સ્થિર રાખી (આડી પટી), બીજી પટીને ઉપરથી ધીમે ધીમે ફેરવો. જે જગ્યાએ ટાંકણી મારી છે તે જગ્યાએ બન્ને પટીઓની વચ્ચે **ગાળો** પડશે. આ ગાળો વિદ્યાર્થીઓને બતાવી પૂછવું કે આ બે પટીની વચ્ચે શું થયું? ગાળો. આ ગાળાને **ખૂણો** કહે છે. આ પ્રમાણે **બે લીટી* અથવા બે બાજુની વચ્ચે જે ગાળો થાય છે તેને ખૂણો** કહે છે. પાસેની ઘણી વસ્તુઓ બતાવી કહેવું કે બે ભીંતની વચ્ચે, ટેબલની કોરો વચ્ચે, પાટીઆની કોરો વચ્ચે, ચોપડીની કોરો વચ્ચે, **ખૂણા** થાય છે. પછી બે પટીઓની વચ્ચે કેવડો ગાળો થયો છે તે બતાવી યાદ રખાવવું, અને ઉપલી પટી ઉપરથીજ ફેરવીને પહેલા ગાળાના કરતાં હવે બેવડો ગાળો કરી પૂછવું, કે પહેલાં કરતાં હવે ગાળો મોટો થયો છે? પહેલાં પટીનો છેડો વર્તુળના કેવડા ભાગમાંથી (કેટલા અંશમાંથી) ફર્યો હતો? હવે તે કેટલો ફર્યો છે? પહેલાં કરતાં હવે એ ગાળો કેવડો થયો છે? વિદ્યાર્થીઓ "બેવડો" એમ જવાબ આપશે. જવાબ ખરો મળે ત્યાં સુધી પ્રશ્નો કર્યાજ કરવા.

* "લીટી" એટલે સીધી લીટી એવો અર્થ આ પુસ્તકમાં લીધો છે.

આ પ્રમાણે ઉપલી પટીને ધીમે ધીમે ઉપરથી ડાબા હાથ તરફ ફેરવતા જવું અને પૂછવું કે આ ***સાંકડા ખૂણા** (ઉન કાટખૂણ) કરતાં આ ન્યૂનતા પૂરક [દ્વિકાટખૂણ પૂર્ણી] ખૂણો મોટો કે નાનો છે? મોટો આ ખૂણો જે મોટો છે તે જેમ જેમ પટી ઉપર ફેરવીએ છીએ તેમ તેમ શું થાય છે? નાનો. આ (ઉન કાટખૂણ) મૂળ ખૂણો શું થાય છે? મોટો. પટીને વધારે ફેરવવી અને કાટખૂણો [૦ થી ૬] થાય ત્યાં સુધી ઉપલી પટી લઇ જવી. પછી પૂછવું કે [મૂળ ખૂણો] આ ખૂણો અને [ન્યૂનતાપૂરક] આ ખૂણા વચ્ચે શું ફેર છે? "કાંઇ નહિ; બન્ને સરખા છે." પછી બતાવીને કહેવું કે **આ ખૂણો કાટખૂણો કહેવાય છે.** કાટખૂણાનાં બીજાં ઉદાહરણો વિદ્યાર્થીને બતાવવાં અને તેઓને પૂછી કઢાવવાં.

પછી પટીને પાછી ડાબા હાથ તરફ સહેજ સેરવવી. આ પ્રમાણે થતો ખૂણો કાટખૂણા કરતાં મોટો કે નાનો છે? મોટો. એનો ન્યૂનતા પૂરક ખૂણો (દ્વિકાટખૂણ પૂર્ણી) નાનો કે મોટો થાય છે? નાનો. પટીનો છેડો છેક क સુધી લઇ જવો અને એ પ્રમાણે પૂછવું અને મૂળ ખૂણા અને દ્વિકાટખૂણ પૂર્ણી વચ્ચેનો તફાવત કઢાવતા જવું. क આગળ પટીનો છેડો આવે ત્યારે પૂછવું કે આ ખૂણો (મૂળ ખૂણો) કાટખૂણા કરતાં કેટલો મોટો છે? ब આગળ છેડો હતો ત્યાંના કરતાં હવે કેટલો મોટો એ ખૂણો છે? હવે કેટલા કાટખૂણા થયા? વગેરે.

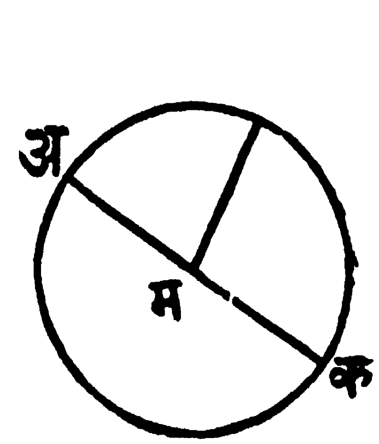


કાટખૂણો.

એક કાટખૂણો ફરતી વેળા પટીનો છેડો વર્તુળના કેટલા ભાગમાંથી ફર્યો? ચોથા. કેટલો ભાગ ફરવાથી બે કાટખૂણા થાય? અર્ધો. કેટલો ભાગ ફરવાથી અર્ધો કાટખૂણો થાય? આઠમો. વગેરે,......

*સમજુતિમાં આ અને એવા બીજા શબ્દ શિક્ષકને માટેજ છે.

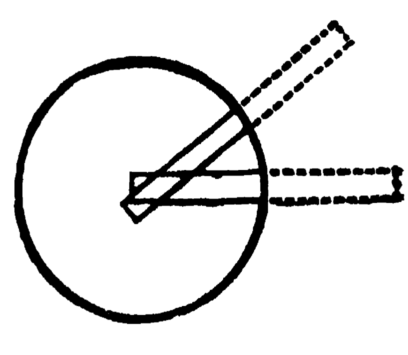
સૂચના–અગાઉનો ભાગ શીખવ્યા પહેલાં વર્તુળ, મધ્યબિંદુ, પરિઘ, વગેરે શબ્દોની માહિતી વિદ્યાર્થીને કરાવવી. એ શબ્દોની વ્યાખ્યા મ્હોડે કરાવવાની જરૂર નથી, પરંતુ શરૂઆતમાં તેના અર્થ બરાબર સમજે અને તેનો ઉપયોગ બરાબર કરે તો બસ છે.



વ્યાખ્યા—જો કોઇ આકૃતિની એક એવી વક્ર લીટીથી હદ થએલી હોય કે તે વક્ર લીટી સુધી આકૃતિ માંહેના એક મુકરર બિંદુ માંથી કોઈ પણ સીધી લીટીનું અંતર લઇએ તો તે અંતર હમેશાં એકનું એકજ રહે તો તે આકૃતિ **વર્તુળ** છે. આવી વક્ર લીટી તે **પરિઘ** કે **પરિધિ** છે.

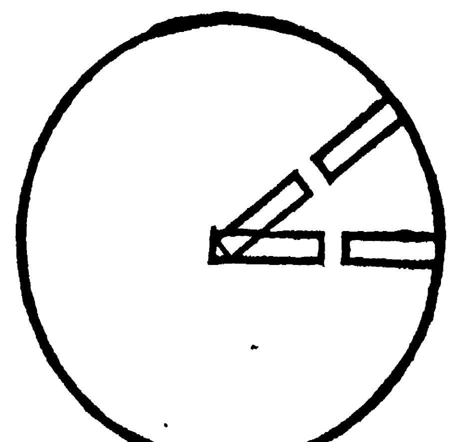
વર્તુળમાં જે (म) મુકરર બિંદુથી પરિઘ સુધી સરખી લીટી દોરી હોય તે બિંદુને વર્તુળનું **મધ્યબિંદુ** કહે છે. અને આ સરખી લીટીઓ **ત્રિજ્યા** કહેવાય છે. પરિઘના કોઇ પણ **ભાગને કૌંસ** અથવા **ચાપ** કહે છે. વર્તુળમાં પરિઘ સુધી બંને બાજુ મધ્યબિંદુમાંથી જતી લીટી **વ્યાસ** છે.

(ख) ખુણાઓનું મહત્ત્વ.

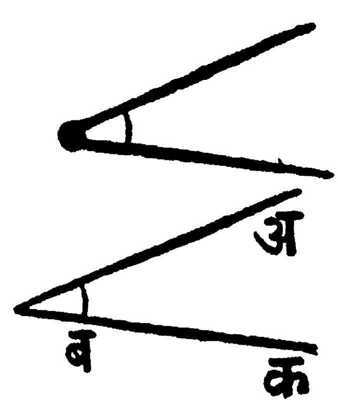


પાસેની આકૃતિમાં બતાવ્યા પ્રમાણે બે પટીઓની વચ્ચે અર્ધો કાટખૂણો થાય તેમ પટીઓ ગોઠવો. ત્યાર પછી એ પટીઓની સાથે બીજી એવડીજ પટીઓ બાંધી દરેક પટી **એવડી** કરો. પછી પૂછો કે પટીઓને શું કીધું ? આ ખૂણો પહેલાંના કરતાં એવડો થયો છે ? પહેલાં કેવડો ખૂણો હતો ? ઉપલી પટીને ફેરવીને વર્તુળનો કેટલામો ભાગ પહેલી વખતે રોકાગો હતો ? આઠમો ભાગ. હવે પટી એવડી કીધા પછી વર્તુળનો કેટલામો ભાગ પટી ફરી છે ? આઠમો ભાગ. આ ઉપરથી પટીઓ એવડી કીધાથી પહેલી વખતના ખૂણામાં કાંઇ ફેર પડયો છે ? **ખૂણો મોટો કરવાને પટીઓને**

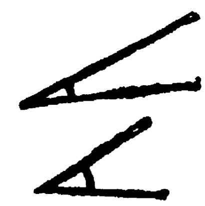
લાંબી કીધી હેાય તેા તે મેાટેા થઇ શકે ખરેા ? નહિ. તેા મેાટેા કરવાને માટે શું કરવું જોઇએ? ઉપલી પટીને ઉપરથી ડાબા હાથ તરફ ફેરવવી જોઇએ.



પાસે પ્રમાણે બીજો વર્તુળ કાઢી પટીઓ ગેાઠવી, બન્ને પટીઓને હવે **અર્ધી** કરેા. અને પૂછેા કે પટીઓનું શું કીધું ? પહેલાં એ પટીઓની વચ્ચે વર્તુળનેા કેટલામેા ભાગ રેાકાયેા હતેા ? પટીઓ અર્ધી કરવાથી હવે કેટલેા રેાકાયેા છે? પટી ટુંકી કરવાથી ખૂણેા નાનેા થયેા છે ? નહિ, તેા **ખૂણેા નાનેા કરવાને આપણે શું કરવું જોઇએ? પટીને નીચેથી ફેરવવી જોઇએ.** ત્યારે **પટીઓ નાની કરવાથી ખૂણેા નાનેા થઇ શકે ખરેા ? નહિ.**

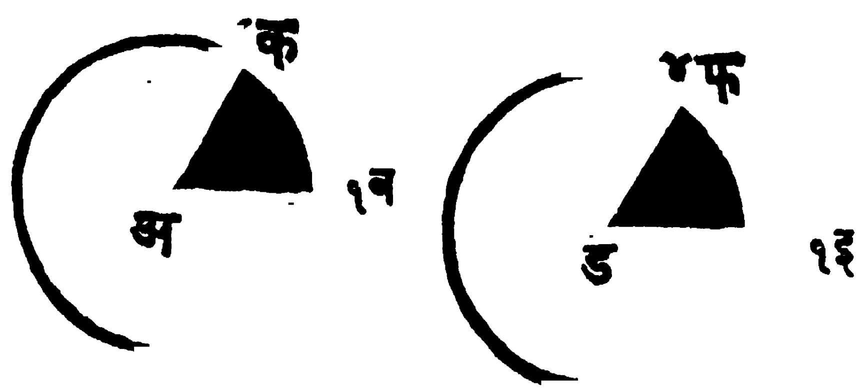


ગમે તે કેાઇ સરખા પણ નાના મેાટા હાથવાળા બે ખૂણા પાટીઆ ઉપર કાઢેા. આ બેમાં મેાટેા કયેા છે ? મેાટા હાથવાળેા ખૂણેા મેાટેા છે એવેા જવાબ મળશે; પછી ડીવાઇડર્ઝ લઇ તેનું માથું ખૂણા ઉપર મુકી બન્ને હાથ એક ખૂણાના હાથ ઉપર આવે તેમ પહેાળું કરેા; પછી ડીવાઇડર્ઝને તેમનું તેમજ ઉંચકી બીજા ખૂણા ઉપર માથું બરાબર મુકી હાથેા ખૂણાના હાથ ઉપર ગેાઠવેા. અને પૂછેા કે પહેલી વખત ખૂણાના જેટલું ડીવાઇડર્ઝને પહેાળું કીધું હતું ? પછી ડીવાઇડર્ઝને સાંકળું અથવા પહેાળું કીધુ ? ડીવાઇડર્ઝને તેમને તેમજ બીજા ખૂણા ઉપર મૂકયું કે પહેાળું કરીને મૂકયું ? છેાકરાઓ પાસે પણ ડીવાઇડર્ઝના ખૂણા સાથે ખૂણાઓનાં માપ સરખાવાવી જોવાં. અથવા વર્તુળના મધ્ય બિંદુ સાથે ડીવાઇડર્ઝના માથાને રાખી વર્તુળનેા કેટલામેા ભાગ પહેલા ખૂણા સાથે માપ્યા પછી તે રેાકે છે, અને બીજા ખૂણા સાથે માપ્યા પછી તે રેાકે છે તે પ્રત્યક્ષ બતાવવું. અને પૂછવું કે આ બન્ને ખૂણા વચ્ચે કાંઇ ફેર છે ? નહિ.



પાસે પ્રમાણેના બે ખૂણા પાટીઆ ઉપર દોરો. મોટા ખૂણાના હાથ કરતાં નાના ખૂણાના હાથ મોટા કરો. ઉપર પ્રમાણેના સવાલ જવાબ કરી, ડીવાઇડર્ઝથી સરખાવી, અથવા ડીવાઇડર્ઝની મદદથી વર્તુળના ભાગ સાથે સરખાવી બે ખૂણામાંથી મોટો કયો તે પૂછો; નાના હાથવાળો મોટો છે? "હા"

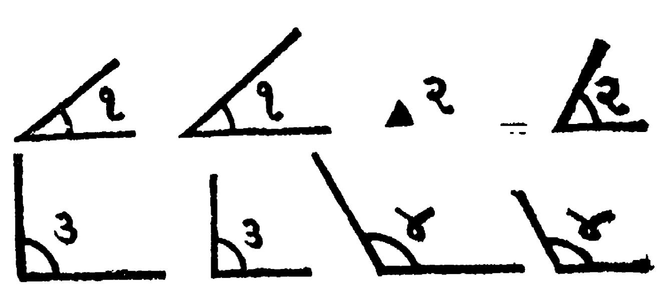
આ પ્રયોગો ઉપરથી ખૂણાઓના નાનામોટાપણાનો આધાર શા ઉપર રહે? હાથો લંબાવ્યાથી ખૂણો નાનો થાય છે? ટુંકા કર્યાથી નાનો થાય છે?



વર્તુળમાં अ क ને ફેરવી ब अ क ખૂણો પરિધના ૧ થી ૪ ભાગ રોકે એવડો બનાવો. બીજા વર્તુળમાં ड इ ઉપર ड फ ને કેટલી ફેરવીએ તો ब अ क ના જેવડો ખૂણો થાય? ૧ થી ૪. બે ખૂણાઓ સરખા હોય તો આ ઉપરથી શું અનુમાન નીકળે છે? વિદ્યાર્થી પાસે નિયમ કઢાવવો. ન નીકળે તો ફરીથી સમજાવવું અને સવાલ જવાબ કરવા.

"જે બે ખૂણાઓના હાથો વર્તુળના સરખા ભાગમાંથી (સરખા અંશમાંથી ફરે છે) તે ખૂણા સરખા છે" એમ કહો.

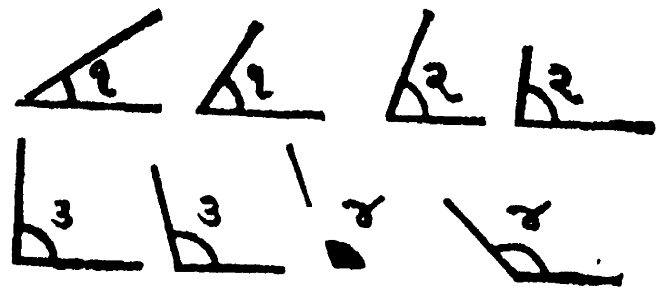
(ग) ખૂણાઓની સમાનતા કે અસમાનતા બતાવવાની રીત.



પાસે પ્રમાણેના સરખા ખૂણાઓની ચાર જોડ લો. ૧ ને ૧ ઉપર, ૨ ને ૨ ઉપર, ૩ ને ૩ ઉપર અને ૪ ને ૪ ઉપર શિરોબિંદુ શિરોબિંદુ ઉપર આવે અને ખૂણાના હાથો એક બીજા ઉપર આવે તેમ મૂકો. પૂછો કે આ ખૂણો આ ખૂણા

પર મળી જાય છે? બરાબર મળી જાય છે? એકનો આ હાથ બીજાના આ હાથ પર બરાબર આવેલો છે? બીજા હાથો પણ મળી જાય છે? માટે આ ખૂણાઓ સરખા છે.

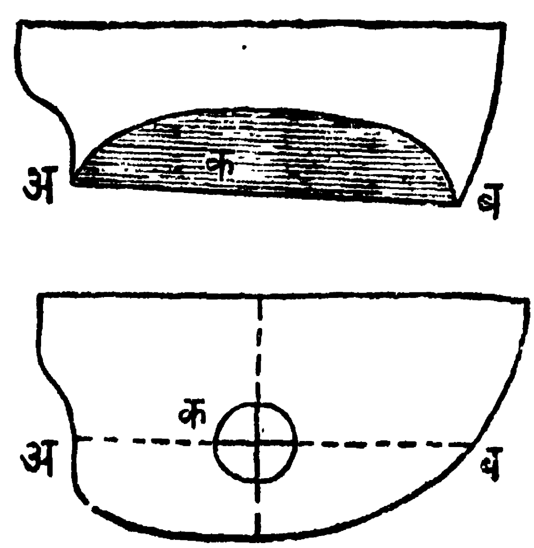
પાસે પ્રમાણેના અસમાન ખૂણાઓની ચાર જોડ લો. શિરોબિંદુઓ બરાબર મળી જાય અને એકેક હાથ બરાબર મળી જાય તેમ ૧ ને ૧ ઉપર, ૨ ને ૨ ઉપર, ૩ ને ૩ ઉપર ને ૪ ને ૪ ઉપર ગોઠવો. આ ખૂણાના બીજા હાથ ક્યાં પડે છે? એ હાથ અંદર પડે છે કે બહાર? અંદર. આ ખૂણાઓ સરખા છે! નાના કયા છે? મોટા કયા છે? નાના ખૂણાનો ઉપલો હાથ અંદર કે બહાર પડે છે? વગેરે.

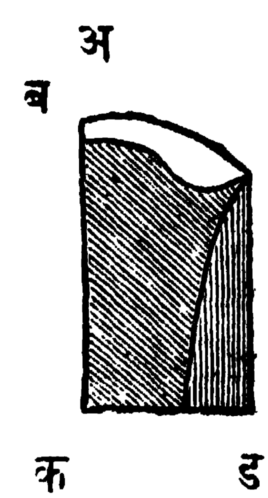


આ ઉપરથી ઠસાવો કે ખૂણાઓનું નાનામ્હોટાપણું ખૂણા જે બાજુ –લીટીઓની વચ્ચે થાય છે તેની લંબાઇ ઉપર આધાર રાખતું નથી; પણ તે હાથો વધારે કે ઓછું ફરે તેના ઉપર આધાર રાખે છે. ખૂણાઓના હાથની વચ્ચે વધારે ઓછી જગ્યા હોય તો ખૂણો મોટો નાનો થાય ખરો? નહિ. આ નિયમો બરાબર ઠસાવ્યા પછી આગળ ચાલવું.

(ઘ) કાટખૂણો.

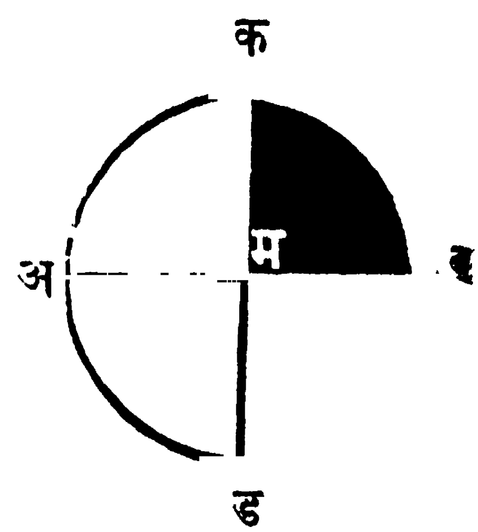
કોઇ પણ કાગળનો કટકો લો. તેની વચ્ચે એક આડો अब સળ વાળો અને ફરીથી એ સળની કોરો બરાબર એક બીજા પર મળી જાય તેમ વચ્ચે બીજો સળ વાળો. આ પ્રમાણે એ સળની વચ્ચે





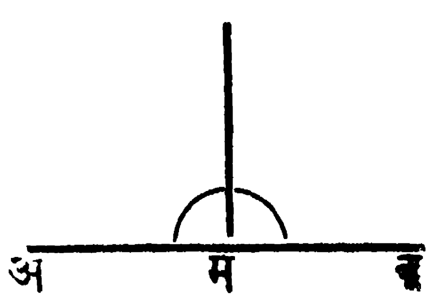
નો ખૂણો (क) બતાવી પૂછો કે પહેલાં જે **કાટખૂણો** બતાવ્યો હતો તેની બરાબર આ ખૂણો છે ?

એક સળ ઉખેડો અને બે કાટખૂણા બતાવો; બીજો સળ ઉખેડી ચાર કાટખૂણા બતાવો. સામાન્ય વસ્તુઓના દાખલા–પાનાં, ટેબલ, પાટલી, સ્લેટ,–લઇ "કાટખૂણા" નો વિચાર બરાબર ઠસાવો. બીજા નાના મોટા ખૂણા લઇ એક કાટખૂણા સાથે સરખાવો અને એ પ્રમાણે કાટખૂણા કરતાં નાના અને મોટા ખૂણાઓ પણ ઠસાવો. કંપાસ ઉઘાડાવી જુઓ કે વિદ્યાર્થી કાટખૂણો કરી શકે છે કે નહિ.



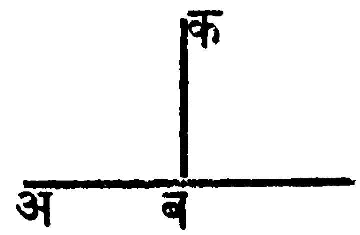
એક વર્તુળ કાઢી ઉપલો પ્રયોગ ફરી કરો. વર્તુળના મધ્યબિંદુ આગળ કેટલા કાટખૂણા થાય છે ? अ ब સળની ઉપલી બાજુએ કેટલા ખૂણા છે ? આ ખૂણા સરખા છે ? अ ब સળ ઉપર म क સળ કેવી રીતે પડે છે ? તેની આજુબાજુના ખૂણા બરાબર છે ? આ ઉપરથી કાટખૂણાની વ્યાખ્યા કઢાવવી.

વ્યાખ્યા–જો એક લીટી બીજી લીટી ઉપર પડે અને બન્ને બાજુના ખૂણા સરખા થાય તો તે દરેક **કાટખૂણો** કહેવાય છે. અથવા ખૂણાઓના હાથોની વચ્ચે વર્તુળનો ચોથો ભાગ રોકાય તો તે ખૂણો **કાટખૂણો** છે; એટલે હાથો વર્તુળના ચોથા ભાગમાંથી ફરે છે.



ચાર પાંચ કાટખૂણા સળ પાડી બનાવો. એકને બીજાની ઉપર બરાબર ગોઠવો. આ ખૂણાઓ બરાબર ગોઠવ્યા છે? એક બીજાના હાથો બરાબર મળી ગયા ? ખૂણાઓ બરાબર મળી ગયા છે ? આ ઉપરથી ઠસાવો કે **સઘળા કાટખૂણાઓ બરાબર છે.**

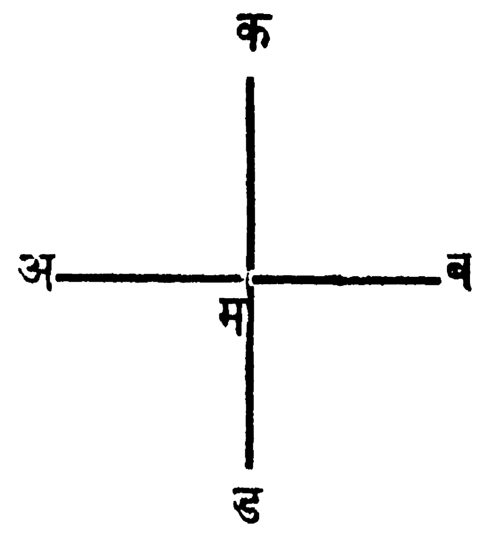
એક લીટીથી બીજી લીટી સાથે કાટખૂણો થાય તો તે બે લીટીઓમાંની એક બીજીને **લંબ** છે એમ કહેવાય છે. આકૃતિમાં अ ब, ब क ને લંબ છે; અને ब क, ब अ ને લંબ છે.



(ङ) લંબ દોરવાની રીત.

૧ લી રીત. કાગળનો એક કકડો લો. એ કકડામાં એક સળ વાળો. આ સળની કોરો એક બીજા પર બરાબર મળી જાય તેમ ફરીને સળ વાળો. કાગળ ઉકેલી જુઓ. પહેલા સળથી બીજા સળ ઉપર કેવડો ખૂણો થાય છે? કાટખૂણો. આ ઉપરથી કાગળમાં સળ પાડી એક લીટી ઉપર લંબ દોરવા માટે શું કરવું જોઇએ? સળ કેવી રીતે પાડવો જોઇએ?

૨ જી રીત. ઉપલી રીતથી આપેલી લીટીની બહાર બિંદુ આપ્યું હોય તો લંબ કેવી રીતે દોરી શકાય? આપેલી લીટી ઉપર કાગળને બેવડ વાળો. આપેલા બિંદુમાંથી ટાંકણીથી અથવા કંપાસના અગ્ર બિંદુથી છિદ્ર પાડો. આ બે બિંદુની વચ્ચે સળ વાળો. કાગળને આ સળની ઉપર ફરીથી બેવડ વાળો. કોરો બરાબર મળી જાય છે? દરેક ખુણો કેવડો? કાટખૂણો. કાગળ ઉકેલી જુઓ. આપેલા બિંદુમાંથી આપેલી લીટી ઉપર લંબ દોરવા માટે કયી રીત છે?



૩ જી રીત. अ ब આપેલી લીટી છે. क આપેલું બિંદુ છે, કાગળમાં એવો સળ વાળો કે अ ब નો એક બાજુ ઉપરનો म अ ભાગ બીજી બાજુ ઉપરના म ब ભાગ ઉપર બરાબર મળી રહે. ફરીથી म अ ઉપર સળ વાળો. સળોની કોરો બરાબર મળી જાય છે? આ દરેક ખૂણો કેવડો? કાટખૂણો. क માંથી લંબ દોરવાને કયી રીત કામ લાગે છે?

પ્રશ્નો.

૧. તમારા ડીવાઇડર્ઝના હાથ પહોળા કરી કાટખૂણો કરો.

૨. તમારા સેટ્સ્કવેરના સૌથી મોટા ખૂણા કેવા છે ?

૩. તમારી ચોપડીનાં પાનાના ખૂણાઓ કેવા છે ?

નોટ—નીચેના પ્રશ્નોમાં ઘડીઆળમાં એક કાંટો ચાલે તો બીજો ચાલતો નથી એમ સમજવું. કાગળનું ઘડીઆળ પટીના કાંટાવાળું અને એકથી બાર અંક સુધીનું હોય તો સારૂં. નહિ તો તે બનાવવું.

૪. બન્ને કાંટા ૬ ઉપર છે. એક કાંટો ૩ ઉપર આણો તો બે કાંટાની વચ્ચેનો ખૂણો કાટખૂણા કરતાં નાનો કે મોટો છે ?

૫. બે કાંટા ૩ ઉપર છે. એક કાંટો બાર ઉપર લઇએ તો બન્ને કાંટા વચ્ચે કેવડો ખૂણો થયો ?

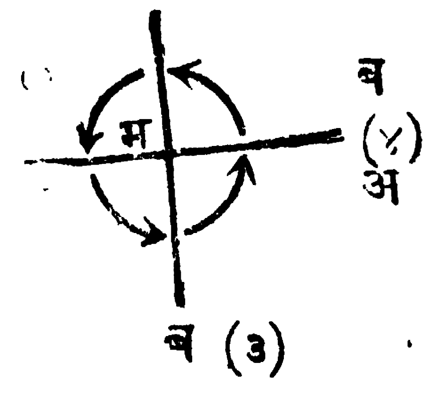
૬. બન્ને કાંટા ૩ ઉપર છે. એક કાંટો ૯ ઉપર લઇએ તો બે કાંટા વચ્ચેનો ખૂણો કેવડો થયો ?

૭. બન્ને કાંટા ૬ ઉપર છે. એક કાંટો ૧૨ ઉપર લઇએ તો બે કાંટા વચ્ચેનો ખૂણો કેવડો થયો ?

૮. બન્ને કાંટા ૫ ઉપર છે. એક કાંટો ૨ ઉપર લો તો બન્નેની વચ્ચે કેવડો ખૂણો થશે ? બીજાને હવે ૮ ઉપર લઇએ તો બન્ને કાંટા વચ્ચે કેવડો ખૂણો થશે ?

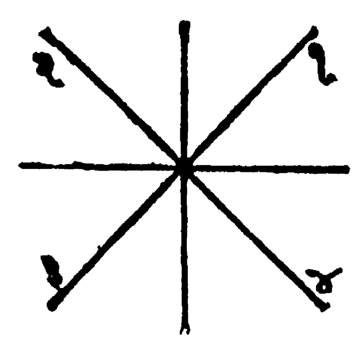
(च) કોઇ પણ બિંદુની આસપાસ થતા ખૂણાનો સરવાળો.

પાસેની આકૃતિ પ્રમાણે म अ પટી ઉપર म ब પટી મુકો. એની વચ્ચે કેવડો ખૂણો થાય છે ? બન્ને પટી કેવી રીતે મુકેલી છે ? પછી म अ ને સ્થિર રાખી म ब ને ब (૧) સ્થિતિમાં આવે તેમ ફેરવો.



હવે બે પટીઓ કેમ આવી છે ? બેની વચ્ચે કેવડેા ખૂણેા થયેા છે ? કાટખૂણેા. એ વખતે કેટલા કાટખૂણા થયા છે ? એક કાટખૂણેા. પછી म अ ને એજ સ્થિતિમાં રાખી म ब ને ब (૨) ની સ્થિતિમાં આવે તેમ ફેરવેા. હવે म ब (૧) અને म ब (૨) ની વચ્ચે કેવેા ખૂણેા થયેા ? એ કેટલા કાટખૂણા છે ? म अ અને म ब (૨) ની વચ્ચે કેટલા કાટખૂણા થયા ? બે કાટખૂણા. म ब ને ફરીથી આગળ म ब (૩) ની સ્થિતિમાં આવે તેમ ફેરવેા. म ब (૨) અને म ब (૩) ની વચ્ચે કેવડેા ખૂણેા થયેા ? એ કેટલા કાટખૂણા છે ? હવે म अ અને म ब (૩) ની વચ્ચે કેટલા કાટખૂણા થયા છે ? ત્રણ કાટખૂણા. म ब ને ब ફરીથી ब (૪) ની એટલે अ ની સ્થિતિમાં આવે તેમ ફેરવેા. म ब (૩) અને અને म ब (૪) ની વચ્ચે કેવડેા ખૂણેા થયેા ? म अ ને म ब (૨) વચ્ચે કેવડેા ખૂણેા થયેા ? એ ખૂણેા કેવેા છે ? ઘડીઆળના કાંટાની ઉલટી દિશામાં (દિશા બતાવવી) જતાં म अ અને म ब ની વચ્ચે કેટલા કાટખૂણા થયા ? ચાર કાટખૂણા.

વળી કાગળમાં કાટખૂણેા થાય તેમ સળેા વાળી કાગળ ઉકેલી બતાવેા કે સળના *છેદનબિંદુની આજુબાજુ કેટલા ખૂણા થયા ? એ ખૂણા કેવા છે ? કેટલા કાટખૂણા છે ?



વળી પાસે પ્રમાણે બે લીટી કાટખૂણે દેારેા. છેદનબિંદુ (म) આગળ કેટલા કાટખૂણા છે ? म ૧ દેારેા. એ ચાર કાટખૂણામાંથી કેાઇ ભાગ ઘટયેા છે ? કેાઇ વધ્યેા છે ? म ૨, म ૩, म ૪, વગેરે દેારી એ નિયમ ઠસાવેા

આ પ્રમાણે એક બિંદુની આસપાસ એક લીટી ફરતી ફરતી ઉપરથી નીચે આવી તેજ સ્થિતિમાં પાછી આવે તેા કેટલા કાટખૂણા થાય છે ? એ લીટી કેટલા કાટખૂણામાંથી ફરે છે ? ચાર કાટખૂણા.

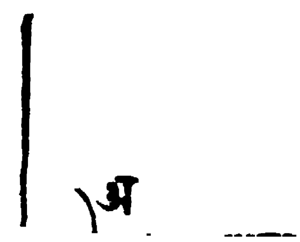
એક બિંદુ આગળ ગમે તેટલી જુદી જુદી લીટીએા દેારીએ તેા તે લીટીએાની વચ્ચેના ખૂણાનેા સરવાળેા શું થાય છે ?

---

*બે લીટી (સીધી કે વાંકી) જે બિંદુમાં છેદે કે મળે તે છેદનબિંદુ છે.

આ નિયમ ઠસાવ્યા પછી નીચેની વ્યાખ્યા કરાવવી.

વ્યાખ્યા—એક કાટખૂણાથી નાના ખૂણાને **ઉનકાટખૂણ** (ઉન=ઓછો, કાટખૂણાથી ઓછો) કે **સાંકડો** ખૂણો કહે છે.



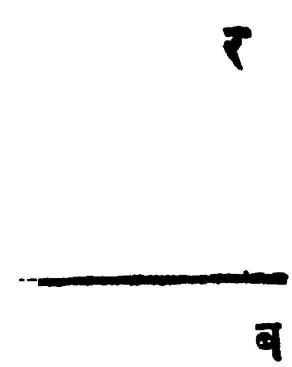
વ્યાખ્યા—એક કાટખૂણાથી મોટો પણ બે કાટખૂણાથી નાનો ખૂણો હોય તેને **અતિકાટખૂણ** (અતિ = મોટો, કાટખૂણાથી મોટો) કે **પહોળો ખૂણો** કહે છે.



વ્યાખ્યા—બે ખૂણાનો સરવાળો એક કાટખૂણા બરાબર હોય તો તે દરેકને **એક કાટખૂણ પૂર્ણી** યા **કોટિખૂણો** કહે છે.



વ્યાખ્યા—બે ખૂણાનો સરવાળો બે કાટખૂણા બરાબર હોય તો તે દરેકને **દ્વિકાટખૂણ પૂર્ણી** કે **ન્યૂનતાપૂરક** ખૂણો કહેછે.

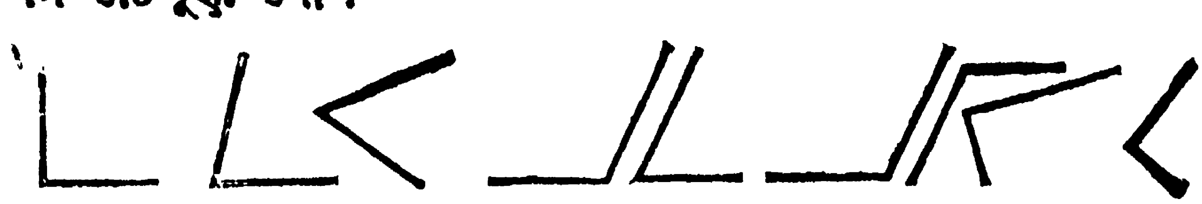


વ્યાખ્યા—કોઇ પણ સીધી લીટીની અંદરના કોઇ બિંદુ આગળ તે લીટીની એકજ બાજુએ જે ખૂણો હોય તે **દ્વિકાટખૂણ** છે

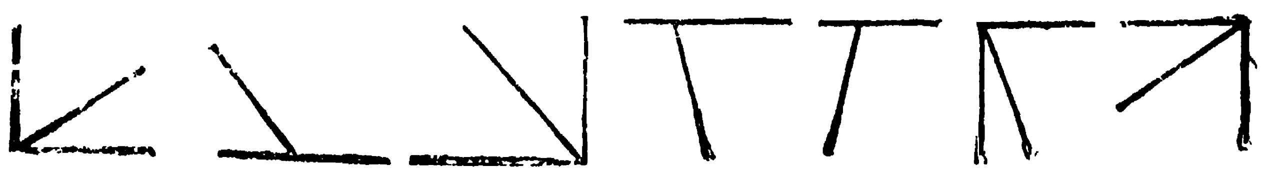


પ્રશ્નો.

૯. નીચેના ખૂણાઓમાં સાંકડો ખૂણો કયો, પહોળો ખૂણો કયો અને કાટખૂણો કયો?



૧૦. નીચેના ખૂણાઓમાં કોટિખૂણા કયા અને ન્યૂનતા પૂરક કયા ?

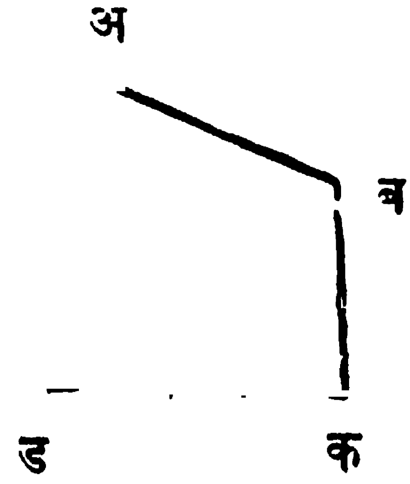


૧૧. ઉપર પ્રમાણે દશ ખૂણાઓ કાઢી પ્રશ્ન ૯ અને ૧૦ પ્રમાણે પ્રશ્ન પૂછી ખૂણાઓનો પ્રકાર ઠસાવો.

(छ) ખૂણો ઓળખવાની રીત.



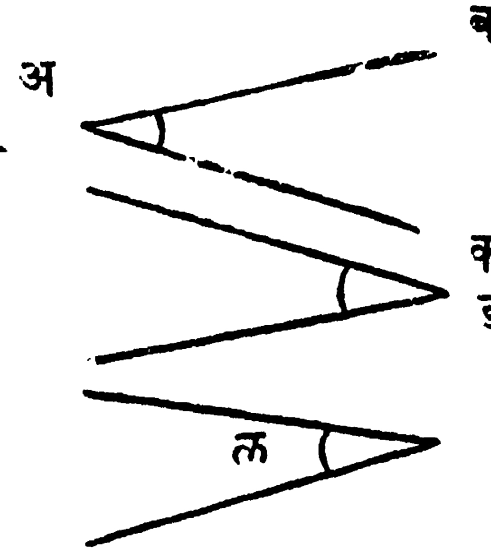
બે લીટીઓ દોરી એક ખૂણો બનાવો. અને પાસેની આકૃતિ પ્રમાણે અક્ષરો મૂકો. જે બે લીટીઓની વચ્ચે ખૂણો થાય છે તેને તે ખૂણાની **શાખા લીટી** કે **હાથ** કહે છે. अब, अक ખૂણાના હાથ છે. એ શાખા લીટીઓ જ્યાં મળે છે તે બિંદુને ખૂણાનું **શિરોબિંદુ** કે **કોણબિંદુ** કહે છે. ઉપલી આકૃતિમાં अ બિંદુ શિરોબિંદુ છે. ખૂણાનું નામ આપવા માટે આપણે ખૂણાના શિરોબિંદુ આગળનો અક્ષર વચ્ચે મૂકી તેની આજુબાજુ શાખા લીટી આગળના બીજા અક્ષરો મૂકીએ છીએ. જેમ કે ઉપલો ખૂણો बअक, અથવા कअब કહેવાય છે.



વળી કોઇપણ આકૃતિને અક્ષરથી ઓળખવા માટે કોઇ પણ ખૂણાના શિરોબિંદુ આગળનો અક્ષર લઇ ત્યાંથી અનુક્રમે આવતા અક્ષરો (ઉપરથી કે નીચેથી) અનુક્રમે બોલવાનો (મૂળ અક્ષર આવે ત્યાં સુધી, પણ તે અક્ષર નહિ.) રિવાજ છે. ઉપલી આકૃતિ अबकड, बकडअ, વગેરે, અથવા अडकब, डकबअ, વગેરે બોલાય છે. સામાન્ય રીતે જે

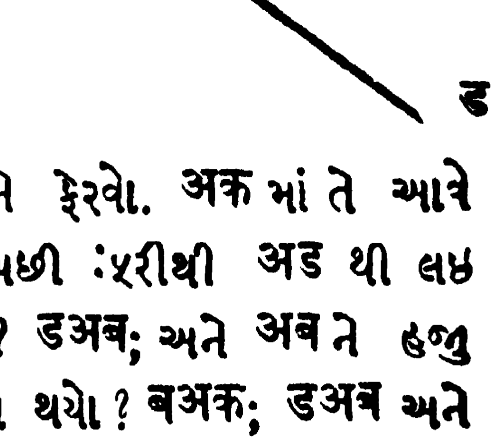
અક્ષરો વપરાયા હોય તેમાંના પહેલા (મૂળાક્ષરના) અક્ષરથી શરૂ કરવાનો રિવાજ છે. જેમકે ઉપલી આકૃતિ अबकड બોલાય છે.

ખૂણાઓને ઓળખવા માટે ઉપર સિવાયની બીજી રીતો પણ છે. જેમકે પાસેનો ખૂણો बअक થી ઓળખાય એટલુંજ નહિ, પરંતુ કોઈ વખતે ખૂણાની શાખા લીટીના બહારના છેડા ઉપર અક્ષર ન લખી ખૂણા આગળજ અંદરથી કે બહારથી એક અક્ષર મૂકાય છે જેમકે बअक ખૂણો ड અથવા ખૂણો ल થી પણ ઓળખાય છે.



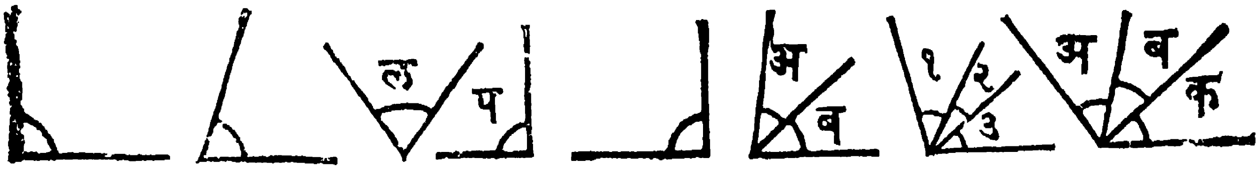
સંજ્ઞા (ટૂંકી રીત). "ખૂણો" શબ્દને માટે ∠ આવું ચિહ્ન ખૂણાની અગાઉ મુકવાનો રિવાજ છે. જેમકે ∠बअक એટલે ખૂણો बअक; ∠ड = ખૂણો ड; ∠ल = ખૂણો ल.

વ્યાખ્યા—પાસેની આકૃતિ પ્રમાણે બે ખૂણાઓની વચ્ચે એકજ શાખા લીટી હોય અને એકજ બિંદુમાં તે ખુણાઓ મળતા હોય તો એ ખૂણાઓને **પાસે પાસેના** ખૂણા કહે છે.



अड ની ઉપર अ સ્થિર રાખી अक ને ફેરવો. अक માં તે આવે ત્યારે અટકો. કયો ખૂણો થયો ? डअक. પછી ફરીથી अड થી લઇ अब ની સ્થિતિમાં અટકો. કયો ખૂણો થયો ? डअब; અને अब ને હજુ આગળ લઇ अक આગળ અટકો. કયો ખૂણો થયો ? बअक; डअब અને बअक ખૂણાને ભેગા કરીએ તો કયો ખૂણો થાય ? डअक. આ ઉપરથી શું સમજો છો તે કહો.

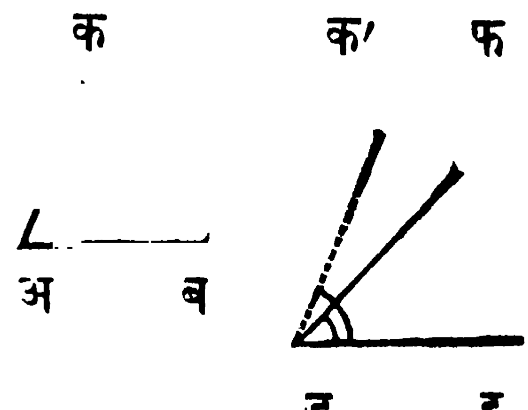
પ્રશ્ન.



૧૨. ઉપલી આકૃતિમાંના ખૂણાઓને નામ આપો. કયા કયા ખૂણા પાસે પાસેના ખૂણા છે? નામ આપી તે ખૂણાઓ કહો.

(ज) ખૂણાઓની સરખામણી.

બે ખૂણામાં કયો કોનાથી મોટો છે તે પારખવાની રીત.



પાસે પ્રમાણે बअक, इडफ બે ખૂણા ઓ લો. बअक ખૂણા ઉપર તેલીઓ કાગળ અથવા કોઇ પાતળો (ઉપરથી નીચેનો ખૂણો દેખાય એવો) કાગળ મૂકો, અને નીચેના बअक ખૂણાની નકલ પેન્સીલથી કાગળ ખસ્યા વિના કરો. એ કાગળને ઉંચકીને अ, ड ઉપર પડે અને अब, डइ ઉપર પડે તેમ ગોઠવો. अक इफની બહાર પડે છે, કે અંદર પડે છે? डफ ઉપર डक'ને લાવવા માટે શું કરવું જોઇએ? ત્યારે इडक' ખૂણો નાનો કે મોટો થશે? ત્યારે इडक' ખૂણો इडफના કરતાં નાનો કે મોટો છે? इडक' ખૂણો बअकના કરતાં મોટો કે નાનો છે? કે બરાબર છે? ત્યારે बअक ખૂણો, इडफ ખૂણા કરતાં મોટો કે નાનો છે?

ब अ क ખૂણાને નાનો દોરી એજ પ્રમાણે પ્રશ્નોત્તર કરવા.

તેલીઆ કાગળ અથવા પાતળા કાગળ ઉપર આપેલા ખૂણાની નકલ

કરવી હોય તો બીજી *કોઇ રીતે તેવડો ખૂણો બનાવી ઉપર પ્રમાણે પ્રયોગ કરવો.

પ્રશ્નો.

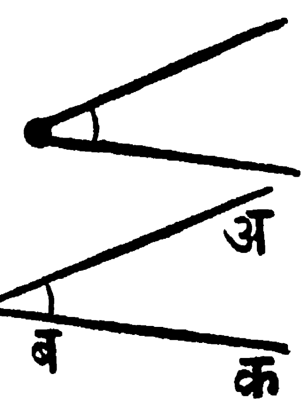
૧૩ તેલીઆ કાગળ ઉપર પાંચ ખૂણાની નકલ કરી કાગળ ઉંચકી લઇ ફરીથી ખૂણો ગોઠવી તપાસી જુઓ કે ખૂણો બરાબર થયો છે કે નહિ.

૧૪. પાસેના ખૂણાઓની જોડોમાં બબ્બે ખૂણા સરખાવી કયો કોનાથી મોટો છે તે બતાવો



*આપેલા ખુણાના જેવડો ખુણો નીચેની રીતે પણ બનાવી શકાય છેઃ—

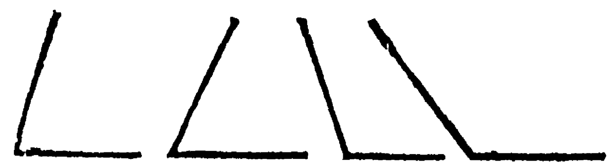
(૧) अ ब क ખૂણાની નીચે કાગળ મુકો. ઉપરથી, अ, ब, क માંથી ટાંકણીથી છિદ્રો પાડો. ખૂણો ઉપાડી લઇ નીચેના કાગળમાં જ્યાં છિદ્રો પડયાં છે ત્યાં क′ ब′, ब′ अ′ સાંધો. તો क′ ब′ अ′ ખૂણો क ब अ ખૂણાની ખરેખરી નકલ છે.



(૨) ब अ क ખૂણો अ ब ને अ क ની ઉપર ફેરવીએ ત્યારે બને છે માટે अ ब ત્રિજ્યા વર્તુળના क ब ભાગમાંથીજ ફરી છે. માટે વર્તુળના क ब ભાગ જેટલાજ ભાગમાંથી ઉપલી લીટીને ફેરવીએ તો क अ ब ખૂણા જેવડો ખૂણો થશે. માટે अ क ના જેવડી ड प લીટી લો. અને ड મધ્યબિંદુ લઇ अ क ના જેવડી (डप બરાબર) ત્રિજ્યા લઇ વર્તુળનું કોંસ દોરો. અને क ब માપી લો. प મધ્યબિંદુ અને क ब ત્રિજ્યા લઇ બીજું કોંસ દોરો. આ કોંસ આગલા કોંસને ल માં છેદે છે. ड ल સાંધો. ખરૂં જોતાં આપણે क अ ब ને ન ઉંચકતાં તેના ત્રણે ભાગો (ત્રણ બાજુ) જુદી પણ તેવીજ સ્થિતિમાં મુકયા છે. માટે पडल ખૂણો कअब ખૂણા બરાબર છે.

પાંચ દશ ખૂણાઓ કાગળ ઉપર કઢાવી તેના જેવડા ખૂણા વિદ્યાર્થીઓ પાસે કઢાવી પહેલી અને બીજી રીત ખાસ કરીને ઠસાવવી.

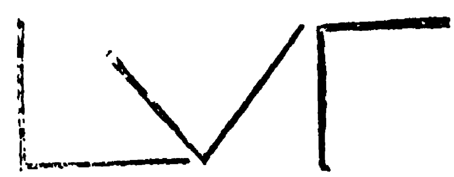
૧૫. પાસેના ખૂણાઓની જોડોમાં બબ્બે ખૂણા સરખાવી મોટો કયો અને નાનો કયો તે કહો.



૧૬. પાસેના ખૂણાઓ સરખાવો.



૧૭. પાસેના ખૂણાઓમાં સૌથી મોટો અને સૌથી નાનો કયો ?



૧૮. હાથથીજ દશ કાટખૂણા કાઢો, અને બબ્બેને સરખાવી જુઓ. કાંઇ ફેર લાગે છે કે નહિ ?

૧૯. હાથથીજ દશ સાંકડા ખૂણા કાઢો.

૨૦. હાથથીજ દશ પહોળા ખૂણા કાઢો.

(ज्ञ) ખૂણાના વિભાગ.

કાગળના કકડામાં સળો વાળી એક કાટખૂણો બનાવો. અને તે કાપી કાઢો. કાટખૂણાની શાખા લીટીઓ એક બીજા પર બરાબર મળી જાય તેમ સળ વાળો. કાટખૂણાના કેટલા સરખા ભાગ થયા છે ? દરેક ભાગ કેટલો કાટખૂણો છે ? અર્ધો. એવળ વાળેલા ભાગને ઉપર પ્રમાણેજ ફરીથી એવળ વાળો. હવે કાટખૂણાના કેટલા ભાગ થયા છે ? દરેક ભાગ કેટલો કાટખૂણો છે ? ચતુર્થાંશ.

જે પ્રમાણે રૂપીઆના સોળ ભાગ કરીએ તો દરેક ભાગને આનો કહીએ છીએ, તે પ્રમાણે એક કાટખૂણાના ૯૦ સરખા ભાગ કીધેલા છે અને તે દરેકને **અંશ** કહે છે. કોણમાપક સાહિત્ય ઉપરના અંશ બતાવવા અને તેની સંખ્યા બરાબર સમજાવવી. ખાત્રી કરવી કે એક કાટખૂણાના ૯૦ ભાગ છે.

એક સીટીને બીજી સીટીની આસપાસ વર્તુળના આકારમાં ફેરવવાથી ખૂણો થાય છે એમ આપણે ઉપર જોયું છે. એક આખા વર્તુળના ૩૬૦ (સરખા) ભાગ કરેલા છે; અને એ પ્રમાણે એક કાટખૂણાના ૯૦ ભાગ કરેલા છે. આ ઉપરથી કોઇ પણ ખૂણો માપવો હોય તો તે આ અંશ અથવા વર્તુળના ૩૬૦ મા ભાગ પરથી મપાય છે*

સંજ્ઞા—અંશ શબ્દને માટે આંકડાની ઉપર ° આવું ચિન્હ જમણી બાજુના ઉપલા ખૂણા ઉપર મૂકવામાં આવે છે. જેમકે ૧૩° એટલે ૧૩ અંશ; ૪૦° એટલે ૪૦ અંશ. ૩૧૫°=૩૧૫ અંશ; વગેરે.

પ્રશ્નો.

૨૧. એક કાટખૂણામાં કેટલા અંશ છે ? અર્ધા કાટખૂણામાં કેટલા અંશ છે ? ૧/૩ કાટખૂણામાં કેટલા અંશ છે ? ૧/૪, ૧/૫, ૧/૬, ૧/૯, ૧/૧૦, ૧/૧૫. ૧/૩૦ કાટખૂણામાં કેટલા અંશ છે ? ૨/૩, ૩/૫, ૪/૧૫, કાટખૂણામાં કેટલા અંશ છે?

૨૨. ઘડીઆળમાં ૩ વાગે ત્યારે બે કાંટા વચ્ચે કેટલા અંશ છે ?

૨૩. ઘડીઆળમાં ૫ વાગે ત્યારે બે કાંટા વચ્ચે કેટલા અંશ છે ?

૨૪. ઘડીઆળમાં ૬ વાગે ત્યારે બે કાંટા વચ્ચે કેટલા અંશ છે ?

૨૫. ઘડીઆળમાં નીચે બતાવેલા વખતે બે કાંટા વચ્ચે કેટલા અંશ છે ?

(૧) ૨·૦; (૨) ૪·૦; (૩) ૮·૦; (૪) ૯·૦; (૫) ૧૧·૦; (૬) ૧૨·૦; (૭) ૧·૦; (૮) વગેરે'

૨૬. પાટીઆ ઉપર નીચેની દિશાઓ દોરી બન્ને દિશાઓ વચ્ચે કેટલા અંશ છે તે કહો:—

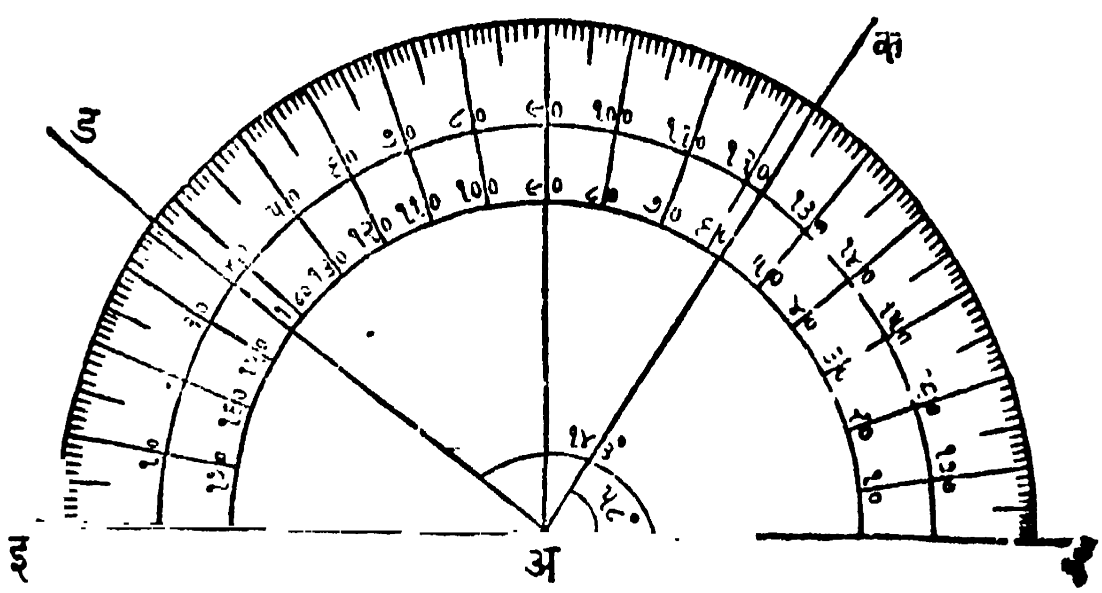
---

*પૃથ્વી સૂર્યની આસપાસ ૩૬૫ દિવસમાં ફરી રહે છે, એટલે એક વર્તુળ પુરો કરે છે. આ ઉપરથી વર્તુળના એટલે ચાર કાટખૂણાના ૩૬૦ ભાગ બાંધેલા લાગે છે. ૩૬૫ના કરતાં ૩૬૦ સંખ્યા વધારે સારી વિભાજ્ય છે. સામાન્ય રીતે મહિનાના દિવસ ૩૦ અને વરસના ૩૬૦ દિવસ લેખવામાં આવે છે.

(૧) ઇશાન અને પૂર્વ; (૨) અગ્નિ અને દક્ષિણ; (૩) નૈઋર્ત્ય અને પશ્ચિમ; (૪) વાયવ્ય અને દક્ષિણ; (૫) અગ્નિ અને ઉત્તર; (૬) ઇશાન અને પશ્ચિમ; (૭) ઉત્તર અને દક્ષિણ; (૮) પૂર્વ અને પશ્ચિમ.

(अ) ખૂણા માપવાની રીત.

કોઇપણ (बअक) ખૂણો માપવાનો હોય તો નીચે પ્રમાણે તે માપી શકાય છે:—કોણમાપક (પ્રોટ્રેક્ટર) ને बअक ખૂણા ઉપર એવી રીતે મૂકવું કે એ સાહિત્યની સીધી કોર अब સાથે ઉપરથી જોતાં બરાબર મળી જાય. અને તેની સાથેજ પ્રોટ્રેકટરનું મધ્યબિંદુ ખૂણાના શિરોબિંદુની સાથે મળે. જુઓ કે આપેલા ખૂણાની બીજી શાખા લીટી अक પ્રોટ્રેકટરની નીચેથી ઉપરના કયા અંશમાંથી જાય છે. अब ના ૦ અંશથી લઇ અંશ ગણતાં अक સુધીમાં કેટલા અંશ આવે છે? ૫૮. માટે ब अ क ખૂણો ૫૮° નો છે.



આપેલો ખૂણો માપવા માટે કોણ માપકની નીચે ખૂણાની એક શાખા લીટી સાહિત્યની આડી કોર સાથે અને ખૂણાનું શિરોબિંદુ સાહિત્યના મધ્યબિંદુ સાથે બરાબર મળી જાય છે. ત્યાર પછી બતાવવું કે ખૂણાની બીજી શાખા લીટીથી થતો ખૂણો સાહિત્યની જમણી બાજુએ કે ડાબી બાજુએ માપવો છે. ब अ क ખૂણાની अ क બીજી શાખા લીટી જમણી બાજુએ

ખૂણો કરે છે; અને ब अ क ખૂણાની બીજી શાખા લીટી अ ड પણ જમણી બાજુએ ખૂણો કરે છે. માટે अ क ઉપર આવેલા અને अ ड ઉપર આવેલા અંશના બન્ને જુદા આંકડા પૈકી જમણી બાજુ ઉપરથી ૦ અંકથી શરૂ થતા અંશના આંકડા ગણવા. પરંતુ इ अ ड ખૂણો માપવો હોય તો इ अ સાથે अ ડથી થતો ખૂણો ડાબા હાથ્ તરફ માપવો છે. માટે इ આગળના ૦ અંકથી શરૂ થતા અંશ ગણવા ∠इ अ ड=૩૭°

પ્રોટ્રેકટરથી આપેલા ખૂણા માપવામાં કયી વખતે જમણી બાજુના અને કયી વખતે ડાબી બાજુના અંશના અંકથી શરૂ કરવું જોઇએ, એ વિદ્યાર્થીના લક્ષમાં બરાબર ઠસાવવું જોઇએ.

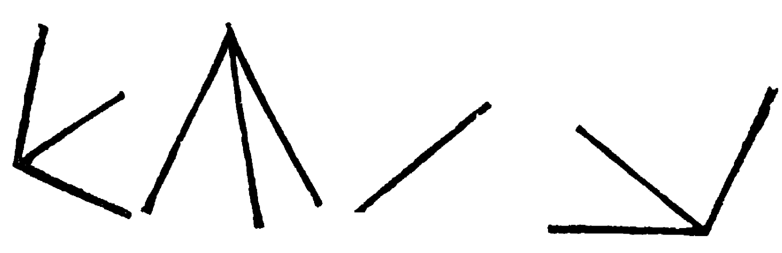
પ્રશ્નો.

૨૭. તમારા સેટસ્કવેરના ખૂણાઓના આકાર કાગળ ઉપર પાડી તે માપો.

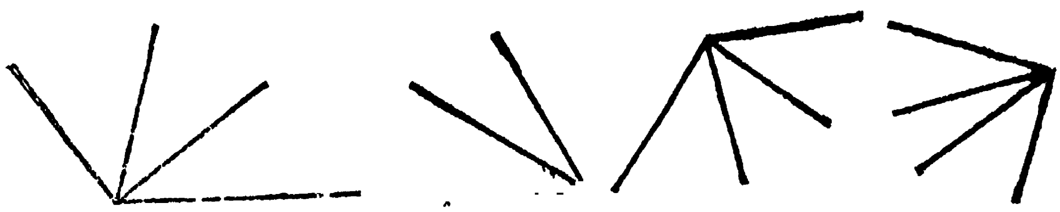
૨૮. તમારૂં ડીવાઇડર્ઝ પહોળું કરો. તેના હાથની વચ્ચેના ખૂણાના અંશ આશરે કહો. તેનો આકાર કાગળ ઉપર કાઢી તે ખૂણો માપી જુઓ. (અજમાયશથી અને માપથી કાઢેલા અંશોમાં ત્રણેક અંશનો ફેર પડે તો તે ચાલશે.)

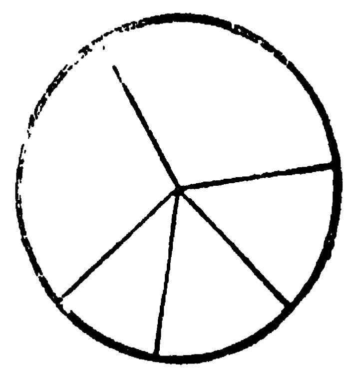
૨૯. પાંચ ખૂણાઓ દોરો. એ ખૂણાઓ માપો અને તે કેટલા કેટલા અંશના છે તે કહો.

૩૦. નીચે આપેલા ખૂણાને પહેલાં આખા માપો; પછી દરેક જોડના પેટા ખૂણાઓ જુદા જુદા માપો; પછી સરવાળો કરી આખા ખૂણાના જેટલા અંશ એકંદર થાય છે કે નહિ તે જુઓ.



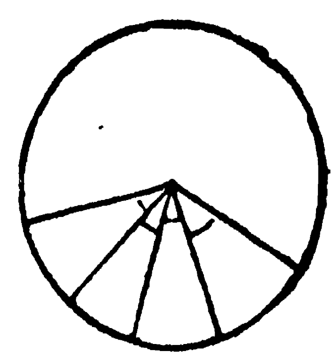
૩૧. પ્રશ્ન ૩૦ પ્રમાણેજ નીચેના ખૂણાઓ માપી પરિણામ સરખાવી જુઓ.





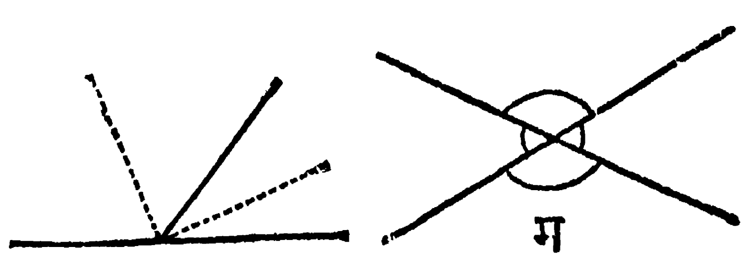
૩૨. એક વર્તુળ દેારેા. પરિધિ ઉપર ગમે તે પાંચ બિંદુ લઇ તેને મધ્ય બિંદુ સાથે સાંધેા. પછી મધ્યબિંદુ આગળ થતા પાંચ ખૂણાએા માપી સરવાળેા કરેા. આ પ્રમાણે વર્તુળમાં મધ્યબિંદુ આગળ કેટલા કાટખૂણા છે ?

૩૩. પ્રશ્ન ૩૨ પ્રમાણે વર્તુળ દેારી પરિધ ઉપર ૬, ૭, ૮, ૯, ૧૦, વગેરે બિંદુએા લેા. અને પ્રશ્ન ૩૨ પ્રમાણેજ બધા ખૂણા માપેા. પરિણામ શું છે ?



૩૪. વર્તુળ દેારી પરિધ ઉપર ચાર સરખા ભાગ કંપાસથી લેા. એ છેદનબિંદુએા મધ્યબિંદુ જોડે સાંધેા. અને એ પાસે પાસેની બબ્બે ત્રિજ્યા વચ્ચેના ખૂણા માપેા આ ઉપરથી શું અનુમાન કરેા છેા ? આ ખુણાએા સરખા છે ?

૩૫. નીચેની આકૃતિના ખૂણા માપી સરવાળેા કરેા અને તે કેટલા કાટખૂણા બરાબર છે તે જુએા.



(૮) ખૂણો દુભાગવાની રીત.

૧ લી રીત. अबक ખૂણો લો. ∠अबकને એવી રીતે બેવડ વાળો કે बअ શાખા લીટી बक ઉપર પડે, અને સળ ब માંથી જાય. अबक આખા ખૂણાના કેટલા ભાગ થયા છે? એ ભાગો એક બીજા ઉપર બરાબર બેસે છે? માટે આપેલા ખૂણાના કેવા ભાગ થયા છે? **બે સરખા ભાગ.**

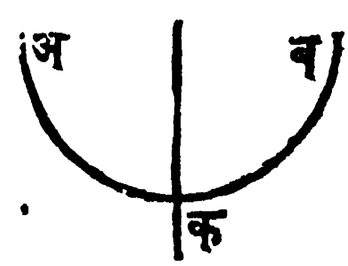
ત્રિજ્યા, મધ્યબિંદુ, કૌંસ, વગેરે શબ્દોને માટે ઉપર આવી ગએલા ભાગનું પુનરાવર્તન અત્રે કરવું.

૨ જી રીત. ∠ अक લો. अ મધ્યબિંદુ લઇ કોઇ પણ ત્રિજ્યાથી એક વર્તુળનું કૌંસ દોરો. આ કૌંસ अब ને ड માં અને अकને इमां છેદે છે. ड અને इ મધ્ય બિંદુ લઇ અને એકજ ત્રિજ્યા લઇ બે કૌંસો फमां છેદે તેમ દોરો. फ अ સાંધો फ अ, ब अ क ખૂણાને દુભાગે છે.

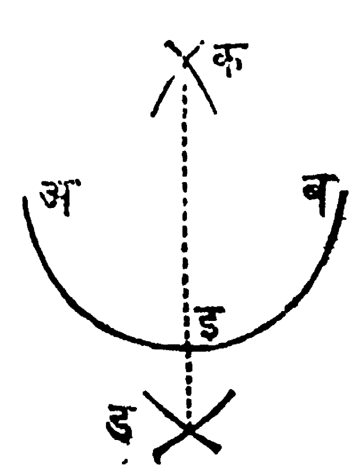
૧ લી રીત પ્રમાણે ∠बअफને ∠कअफ ઉપર બેવડ વાળી જુઓ फअ, ∠बअक ને દુભાગે છે.

વર્તુળના આપેલા કૌંસને દુભાગવાની રીત.

૧ લી રીત. अकब કોઇ પણ કૌંસ લો. કાગળને બેવડ વાળી કૌંસનો ડાબા હાથ તરફનો ભાગ જમણા હાથ તરફના ભાગ ઉપર अ, ब ઉપર પડે તેમ, બરાબર મળી જાય તેમ સળ પાડો. આ સળ अब ને क માં છેદે છે. अकब કૌંસના क આગળ બે સરખા ભાગ થાય છે.



બીજી રીત. अइब કૌંસ લો. अ,ब મધ્ય બિંદુ અને એકજ (સરખી) ત્રિજ્યાઓ લઇ બે કૌંસ कમાં છેદે તેમદોરો. અને अ,ब મધ્ય બિંદુ અને એકજ (સરખી) ત્રિજ્યાઓ લઇ બે કૌંસ દોરો. આ કૌંસ डમાં છેદે છે. कड સાંધીએ તો તે આપેલા अइब કૌંસને इમાં દુભાગે છે.



નોટ—જે ત્રિજ્યાઓ લઈએ તે अब અંતરના અર્ધાથી વધારે હોવી જોઈએ; નહિ તો કૌંસો એક બીજાને છેદશે નહિ.

પ્રશ્નો.

૩૬. કોઈ પણ ખૂણો લો. તેને ૧ લી રીત પ્રમાણે દુભાગો અને બન્ને ભાગો માપી સરખાવી કહો કે તે બરાબર છે કે નહિ.

૩૭. કોઈ પણ ખૂણો લો. બીજી રીત પ્રમાણે તેને દુભાગો અને બન્ને ભાગો માપી સરખાવી કહો કે તે બરાબર છે કે નહિ.

૩૮. કોઈ પણ ખૂણો લો. ૧ લી રીતે તેને દુભાગો. અને વળી ૨જી રીતે દુભાગો. આપેલો ખૂણો એકજ લીટીથી દુભાગાય છે.

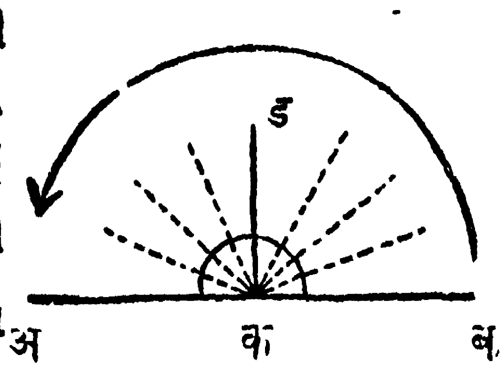
૩૯. એક વર્તુળ દોરી તેનું अब કૌંસ લો. अबને ૧લી રીતે कમાં દુભાગો. कને મધ્યબિંદુ म સાથે સાંધો. અને अम, बम પણ સાંધો. अमक, बमक ખૂણા માપી પરિણામ સરખાવી જુઓ. આ ખૂણા સરખા છે?

૪૦. પ્રશ્ન ૩૯માના કૌંસને બીજી રીતે દુભાગી એજ પ્રશ્નમાં કહ્યા પ્રમાણે કરો.

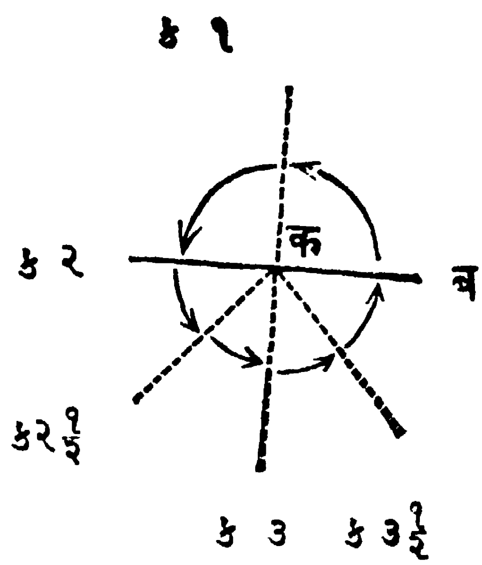
૪૧. એક વર્તુળ લો. તેનું अब કૌંસ લો. अ, बને म મધ્યબિંદુ સાથે સાંધો. ∠बमअને मकથી દુભાગો. मक, अब કૌંસને દુભાગે છે?

૪૨. એક ∠अबक લો. તેને પ્રોટ્રૅક્ટરથી માપી અંશનું અર્ધું કરો. એની મદદથી ∠अबकને દુભાગો. પરિણામ સરખાવો.

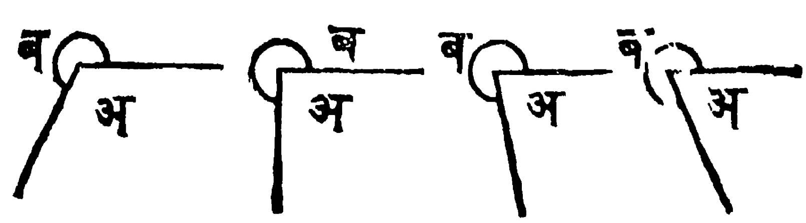
(ઠ) અતિદ્વિકાટખૂણ.



कब લીટીની આસપાસ कडને બતાવેલી તીરની દિશામાં ફેરવીએ તો बकड ખૂણો મોટો અને મોટો થશે. ફરતી લીટી कडમાં આવે ત્યારે ∠बकड કાટખૂણો થશે, અને कअમાં આવે ત્યારે बकअ બે કાટખૂણા અથવા **દ્વિકાટખૂણ** થશે.



ફરતી લીટીને હજુ પણ આગળ તીરની દિશામાં લઇ જઇએ તો ખૂણો મોટો અને મોટો થશે. એટલે ક (૨) ની આગળથી ઘડીઆળના કાંટાની ઉલટી દિશામાં લીટીનો છેડો ક ૨½, ક ૩, ક ૩½ આગળ લઇ જઇએ તેમ कब આગળથી ઉપરથી થએલો ખૂણો મોટો અને મોટો થાય છે. અને એમાંની કોઇપણ જગ્યાએ बक ક ખૂણો બે કાટખૂણા કરતાં મોટો છે. પરંતુ ચાર કાટખૂણા કરતાં નાનો છે. આવા ખૂણાને, એટલે બે કાટખૂણા કરતાં મોટા પણ ચાર કાટખૂણા કરતાં નાના ખૂણાને, **અતિ દ્વિકાટખૂણ** (અતિ=મોટો, દ્વિ=બે) કહે છે. એ ખૂણાને **અંતર્ગામી** પણ કહે છે, કારણ કે कકરની સ્થિતિ છોડયા પછી ફરતી લીટી ब છેડાથી દૂર જવાને બદલે અંદર (અંતર) જાય છે (ગામી). નીચેના બતાવેલા ખૂણા બધાજ અતિ દ્વિકાટખૂણ છે.



ફરતી લીટી વર્તુળના અર્ધા ભાગ કરતાં વધારે ફરે તો એથી દ્વિકાટખૂણ થાય છે એમ માલમ પડશે. વળી લીટી જેમ જેમ ફરે છે તેમ તેમ ब ખૂણો મોટો અને મોટો થાય છે, પરંતુ સામેની બાજુનો अ ખૂણો નાનો અને નાનો થાય છે. માટે એ બે લીટીઓની વચ્ચે જે બે ખૂણા થાય છે તેમાંથી એક બે કાટખૂણા કરતાં મોટો, અને બીજો બે કાટખૂણા કરતાં નાનો છે.

નોટ—બે લીટીઓની વચ્ચેનો ખૂણો લેવા કહ્યું હોય તો તે વખતે સામાન્ય રીતે નાનો (બે કાટખૂણાથી નાનો) ખૂણો લેવાનો રીવાજ છે;

પરંતુ મોટો લેવાનો હોય તો તે પ્રમાણે અતિદ્વિકાટખૂણ કે અંતર્ગામી શબ્દ વપરાય છે.

પ્રશ્નો.

૪૩. ઘડીઆળમાં નીચે આપેલા વખતે બે કાંટાની વચ્ચે જે અતિ દ્વિકાટખૂણ થાય છે તે કેટલા કેટલા અંશનો છે?

(૧) ૫–૦; (૨) ૭–૦; (૩) ૪–૦; (૪) ૮–૦; (૫) ૩–૦;
(૬) ૯–૦; (૭) ૧૦–૦; (૮) ૨–૦; (૯) ૧–૦; (૧૦) ૧૧–૦.

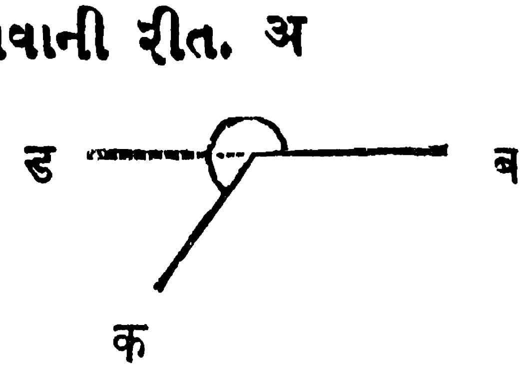
૪૪. પાંચ અતિ દ્વિકાટખૂણ લઇને માપો અને તેમાં દરેકમાં કેટલા કેટલા અંશ છે તે કહો.

૪૫. પ્રશ્ન ૪૪ માં બે લીટીઓની વચ્ચેના નાના ખૂણામાં કેટલા કેટલા અંશ છે તે માપ્યા વિના કહો.

૪૬. બે લીટીઓની વચ્ચેનો અતિ દ્વિકાટખૂણ ખૂણો નાના ખૂણાથી ૩ ગણો છે તો તેમાં કેટલા અંશ છે?

૪૭. બે લીટીઓની વચ્ચેનો અતિ દ્વિકાટખૂણ ખૂણો નાના ખૂણાથી ૨, ૪, ૫, ૭, ૮, ૯, ૧૧, અને ૧૪ ગણો છે તો તેમાં કેટલા કેટલા અંશ છે? (જુદી જુદી આકૃતિ દોરવી.)

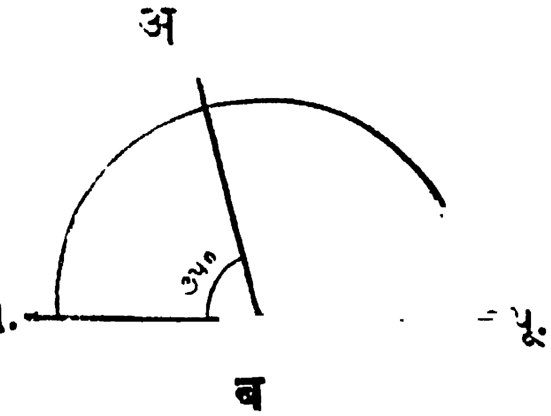
નોટ—અતિદ્વિકાટખૂણ માપવાની રીત.



ब अ क અતિદ્વિકાટખૂણ લો. ब अ ને લંબાવો તો ઉપલો ब अ ड ખૂણો બે કાટખૂણા બરાબર છે. ड अ क ને કોણ-માપકથી માપો. જે માપ આવે તે બે કાટખૂણામાં ઉમેરો. સરવાળો અતિદ્વિકાટખૂણનું માપ છે. ઉપરના અતિદ્વિકાટખૂણ ખૂણાઓ ઉપલી રીતે માપો.

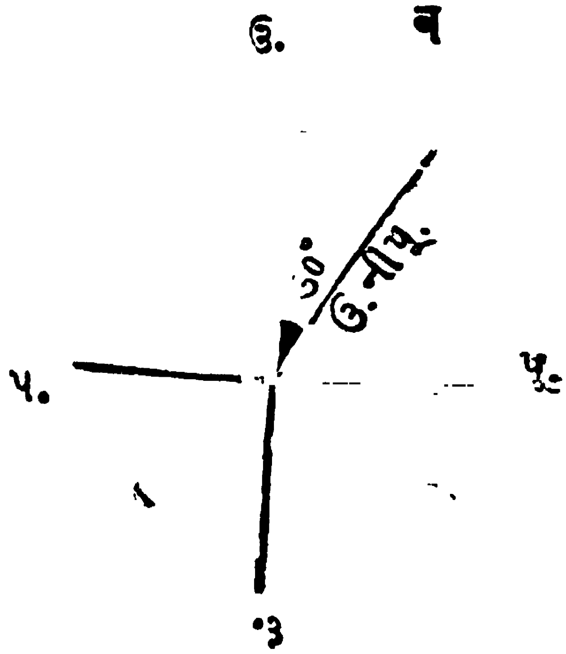
§ ૪. બેરીંગ* અથવા કોણ અંતર.

એક સ્થળ બીજા સ્થળથી કયી દિશામાં દેખાય છે તે જોવાની રીતઃ—अ સ્થળ ब સ્થળથી કયી દિશામાં છે એ આપણે જાણવું છે. ब સ્થળ ધારો કે પૂર્વ પશ્ચિમ જતી દિશામાં છે. ब થી अ સુધી એક લીટી દોરો. આ લીટી ब માંથી પૂર્વ પશ્ચિમ જતી દિશા લીટી સાથે કયો ખૂણો કરે છે તે પ્રોટ્રેક્ટરથી માપો. ધારો કે ∠ब, ૭૫° છે. આ ખૂણો દિશા લીટીની કયી દિશાએ છે? ઉત્તરે. માટે अ સ્થળ ब થી પશ્ચિમની ઉત્તરે ૭૫° છે એમ કહેવાય છે.



આ અંતર ब થી अનું કોણઅંતર અથવા બેરીંગ* કહેવાય છે.

છેદન બિંદુ म આગળથી बનું કોણ અંતર કાઢવું હોય તો म માંથી ચાર મુખ્ય ચાર દિશાઓ દોરો. मब સાંધો. मब લીટી કયી દિશા લીટી સાથે ખૂણો કરે છે? પૂર્વ અને ઉત્તર સાથે. ઉત્તર સાથેનો ખૂણો માપો. એ ૩૦° છે. માટે ब સ્થળ म આગળથી "ઉ૦ની પૂર્વે ૩૦°" અથવા "ઉ૦ ૩૦° પૂ૦" કોણ અંતરે છે; અથવા "પૂ૦ની ઉત્તરે ૬૦°" અથવા "પૂ૦ ૬૦° ઉ૦" કોણ અંતરે છે.



---

* બેરીંગ એ અંગ્રેજી શબ્દ છે અને તેનો અર્થ ગમે તે બે દિશાઓની વચ્ચેના ખૂણાનું માપ કે કોણઅંતર છે.

પ્રશ્નો.

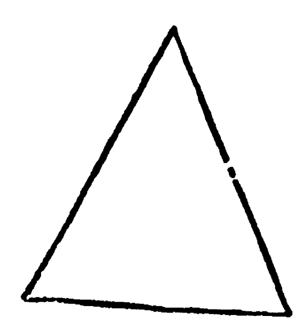
(સ્કેલ માપના વધારાના પ્રશ્નો.)

૧. ग થી ड પશ્ચિમે ૯ માઇલ, ड થી ઉત્તરે अ ૧૨ માઇલ અને अ થી પશ્ચિમે ૧૭ માઇલ र છે, તો गर કેટલું? ग થી र નું કોણઅંતર શું? (સ્કેલ ૧૦ મા. : ૧")

૨. ह ની ઉત્તરે अ ૧૨ માઇલ, અને દક્ષિણે ड ૨૪ માઇલ છે. अ ની પશ્ચિમે क છે. જો कड ૪૨ માઇલ છે તો कह અને कअ અંતર કેટલાં? क થી ड નું, અને ह નું કોણ અંતર શું? (સ્કેલ ૧૦મા. : ૧")

૩. अ દીવાદાંડીથી ब વહાણ ઉત્તરે છે, અને क વહાણ ઇશાને છે. क, ब ની પૂર્વે છે. જો अब = ૫૧ માઇલ અને अक = ૨૪ માઇલ તો बक અંતર કેટલું? ब થી क નું કોણઅંતર શું? (સ્કેલ ૧૦ મા: ૧ સે. મી.)

નીચેનામાં યોગ્ય સ્કેલ લેવાં.



૪. अबक અને बअक ખૂણો દરેક ૭૫° નો છે.

अब પૂર્વ પશ્ચિમ છે તો क, अ થી કયા દિશામાં છે?

क, ब થી કયી દિશામાં છે?

૫. બે બંદર પૂર્વ પશ્ચિમ છે, અને ૧૨ માઇલ દુર છે. એક વહાણ એક બંદરથી ઇશાનમાં છે અને બીજા બંદરથી વાયવ્યમાં છે તો વહાણનું અંતર બન્નેથી શું?

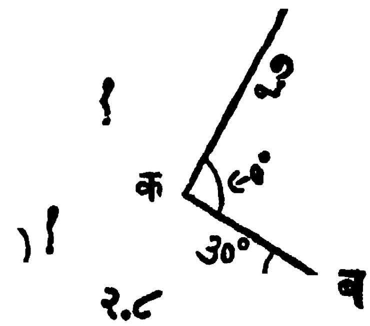
૬. अ, बथी પૂર્વમાં ૫ માઇલ છે અને क, बથી દક્ષિણમાં ૭ માઇલ છે, તો अक અંતર કેટલું? अથી कનું કોણ અંતર શું?

૭. એક ખેપીઓ अ ગામથી દક્ષિણમાં ૪ માઇલ જાય છે અને ત્યાંથી અગ્નિ ખુણામાં ૬ માઇલ જાય છે. જો તે ग ગામમાં પહોંચે તો તે अથી સીધી લીટીમાં કેટલું ગયો? अથી गનું કોણ અંતર કાઢો.

૮. अ, बथी ૨૨ માઇલ પૂર્વમાં ગયો; પછી ૧૫ માઇલ દક્ષિણે ગયો અને પાછો પૂર્વે ૭ માઇલ ગયો ત્યારે अ, बथी કેટલે દૂર ગયો? बथी अનું કોણુ અંતર શું? ड

૯. એક માણસ अथी ब સુધી ૨૮ માઇલ ૩૦°ને અંતરે, बथी क સુધી ૧૩ માઇલ અને कथी ड સુધી કાટખુણે ૧૭ માઇલ જાય તો अड કેટલું? अथी डનું બેરીંગ શું?

[પાસેની આકૃતિ જુઓ.] अ

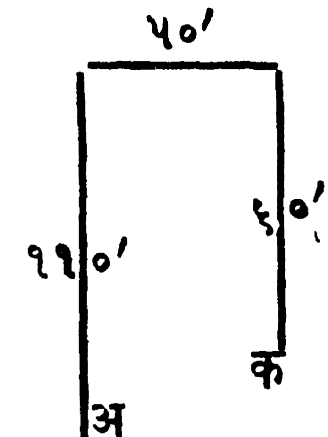


૧૦. એક આગબોટ ૧૮૦ માઇલ પશ્ચિમમાં, પછી ૧૨૦ માઇલ ઉત્તરમાં, ને પછી પૂર્વમાં જાય છે. જો પહેલી જગ્યાએથી તે ૧૫૦ માઇલ જાય તો પૂર્વમાં તે કેટલી ગઇ હશે?

૧૧. એક વહાણવટી अथी ઉત્તરમાં ब સુધી ૩૫ માઇલ, बथी પૂર્વમાં क સુધી ૪૭ માઇલ અને कથી ઉત્તરમાં ड સુધી ૩૯ માઇલ જાય તો अड અંતર શોધી કાઢો. अ थी क કયી દિશામાં હશે?

૧૨. એક ઘોડાને એક સીધી લીલોતરીવાળી વાડથી ૩૫ ફુટ દૂર બાંધ્યો છે. જે દોરડાથી તેને બાંધ્યો છે તે ૪૫ ફુટ લાંબું છે; તો વાડનો કેટલો ભાગ તે ઘોડો ચરી શકશે?

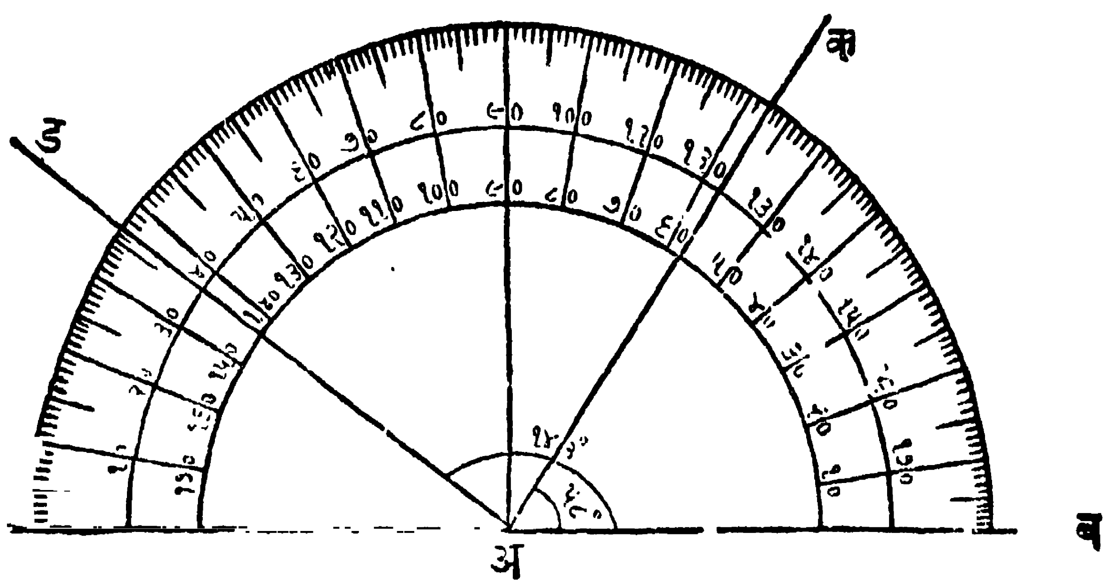
૧૩. એક ખાણમાં ૧૧૦ ફુટ લાંબી ગેલેરી છે અને પાછી આડી ૫૦ ફુટ લાંબી બીજી ગેલેરી છે. અને પાછી ત્રીજી ગેલેરી ૯૦ ફુટ લાંબી છે, તો अथी कનું સીધું અંતર શું?



૧૪. બે માણસો ૧૦૦૦ ફુટ અંતરે ઉત્તર દક્ષિણ છે. એક દીવાદાંડી એકથી દક્ષિણની પશ્ચિમે ૨૦° અને બીજાથી ઉત્તરની પશ્ચિમે ૨૫° પર દેખાય છે; તો એ દીવાદાંડી બન્નેથી કેટલે અંતરે હશે?

૧૫. ૬″ લાંબું કંપાસ ૪૫°ને ખુણે ઉઘાડીએ તો બન્ને છેડાની વચ્ચે સીધી લીટીનું અંતર કેટલું?

§ ૫. આપેલા અંશ ઉપરથી ખૂણો બનાવવાનું.



बअ એક લીટી લો. તેના अ છેડા આગળ ધારો કે ૫૮° નો ખુણો બનાવવાનો છે. बअ લીટીના ડાબા છેડા अ ઉપર કોણમાપકનું મધ્યબિંદુ મુકો. અને કોણમાપકની જમણી સીધી કોર बअની સાથે બરાબર મળી જાય તેમ મુકો. પછી ૫૮° (ધારો કે)નો ખુણો બનાવવાનો હોય તો કોણમાપકના અર્ધ વર્તુળ ઉપર अ આગળના ૦ અંશથી ગણતાં ડાબા હાથ તરફ જતાં જતાં જ્યાં ૫૮ અંશનો અંક આવે ત્યાં તે દોરાની બરાબર નીચે क આગળ પેન્સીલના **તીણા** છેડાથી એક બિંદુ નીચે કાગળ ઉપર લો. કોણમાપક ઉંચકી લઇ कअ-સાંધો. તો कअब ખુણો ૫૮°નો છે.

નોટ—પેન્સીલની અણી બહુજ બારીક ઘડેલી હોવી જોઇએ, નહિ તો એ અણી જાડી હોય ત્યારે એકાદ બે અંશ આમ તેમ આવી જવાનો સંભવ છે. अ क લીટી બહુજ પાતળી હોય તો ખૂણો બરાબર થશે.

પ્રશ્નો.

૧. નીચે પ્રમાણેના આપેલા અંશના ખૂણા કાઢોઃ—

૨૫°; ૪૯°; ૧૭°; ૫૧°; ૧૧૧°; ૧૩૦°; ૧૭૧°; અને ૧૭૯°;

૧૩°; ૩૬°; ૪૧°; ૫૯°; ૮૪°; ૧૩૭°; ૧૫૭°; અને ૧૭૫°.

૨. ૩૨°નેા એક ખૂણેા કાઢેા. અને તેના શિરેાબિંદુ આગળ અને એક શાખાલીટીની સાથે ૪૬° નેા બીજો ખૂણેા કાઢેા. આ આખેા ખૂણેા માપેા. તેમાં ૭૮° છે ? નહિ તેા ભૂલ કયાં થઇ છે તે જુએા.

૩. बअक ખૂણેા ૪૧°નેા કરેા અને कअड ખૂણેા ૪૯° નેા કરેા. बअड ખૂણેા માપી જુએા. આ બન્ને ખૂણાને અરસપરસ શું કહેા છેા ?

૪. बकअ અને अकड ખુણા અનુક્રમે નીચે પ્રમાણે આપ્યા છે તેા તે કાઢેાઃ—बकड કાટખુણેા છે ? માપી ખાત્રી કરેા.

૩૧°, ૫૯°; ૭૧°, ૨૦°; ૪૫°, ૪૫°; ૧૭°, ૭૩°;

૫૨°, ૩૮°; ૭૨°, ૧૮°; ૬૨°, ૨૭°; ૫°, ૮૫°.

૫. ∠अबक ૨૭°નેા ને ∠कबड ૫૦° નેા કરેા. अबड ખુણેા માપી જુએા. એ કાટખુણેા છે ? જો હેાય તેા ભૂલ કયાં છે તે શેાધી કાઢેા.

૬. ઉપરના પ્રસ્નમાં બન્ને ખુણા અનુક્રમે નીચે પ્રમાણે લેાઃ—

૧૮°, ૭૦°; ૨૯°, ૬૦°; ૫૧°, ૩૭°; ૬૩°, ૨૫°;

૨૮°, ૬૧; ૫૩°, ૩૬°; ૪૭°, ૪૨°; ૬૯, ૨૦°.

બહારની શાખાલીટીએા કાટખુણેા બનાવે છે ? બનાવે તેા બન્ને ખુણાનેા સરવાળેા કરી કાટખુણેા હેાવેા જોઇએ કે નહિ તેની ખાત્રી કરેા,

૭. अबक, कबड, डबइ ખુણા અનુક્રમે ૨૬°, ૨૧°, અને ૩૨° ના કરેા. अबइ ખુણેા માપી જુએા કે તે ૭૯°નેા છે ? ભૂલ હેાય તેા કયાં ભૂલ થઇ તે શેાધી કાઢેા.

૮. પ્રશ્ન ૭ માં ત્રણે ખુણાએા અનુક્રમે નીચે પ્રમાણે લેા;—

૧૭°, ૩૧°, ૪૦°; ૩૬°, ૪૪°, ૫૧°; ૩૪° ૨૩°, ૬૧°;

પ્રશ્ન ૭ પ્રમાણે સરવાળેા કરી પરિણામ સરખાવી જુએા.

૯. એક ૧૨૭° નેા ખૂણેા કરેા તેમાંથી અનુક્રમે ૨૦° નેા, ૩૧°નેા અને ૪૭° ને ખૂણેા કાપી લેા. બાકીનેા ખૂણેા ૨૯° નેા છે કે નહિ તે માપી ખાત્રી કરેા.

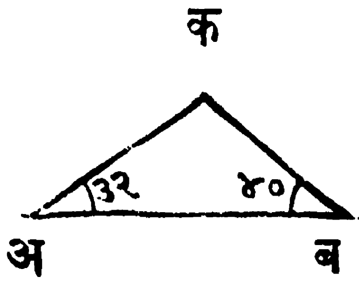
૯ अ. પ્રશ્ન ૯ મામાં નીચે પ્રમાણેના ખૂણા લેા.
૧૩૭° માંથી ૫૩°, ૪૯°, ૨૨°; બાકી ૧૩°;
૭૮° માંથી ૧૭°, ૨૦°, ૧૦°; બાકી ૩૧°;
૧૭૧° માંથી ૪૧°, ૫૦°, ૩૯°; બાકી ૪૧°;
પરિણામ સરખાવી ભૂલ હેાય તેા સુધારેા.

૧૦. ૩૯° નેા ખૂણેા આશરે હાથથીજ કાઢેા; તેને માપી ખાત્રી કરેા. ભૂલ કેટલી આવે છે તે જુએા.

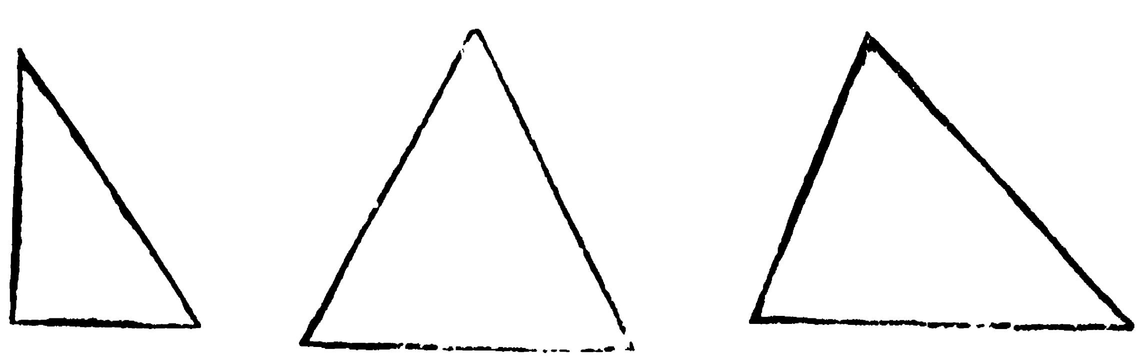
૧૧. ૪૫°, ૩૦°, ૬૦°, ૭૫°, ૫૦°, ૮૦°, ૨૫°, ૩૭°, ૫૩° ના ખૂણા આશરે હાથથીજ કાઢેા. માપી ખાત્રી કરેા. ભૂલ આવી હેાય તેા તે સુધારેા.

૧૨. પ્રશ્ન ૧૧ પ્રમાણે ખૂણા બરાબર આવે ત્યાં સુધી ગમે તેટલા ખૂણા આશરે કાઢેા અને માપી જુએા.

૧૩. ૧·૨″ની अब લીટી લેા. अ આગળ बअक ખૂણેા ૩૨° નેા કરેા. ब આગળ अबक ખૂણેા ૪૦° નેા કરેા. अब, बक લંબાવી क માં તેને મળવા દેા. ∠क માપી જુએા કે તે ૧૦૮° નેા છે? આ આકૃતિને **ત્રિકેાણ*** કહે છે.



ત્રિકેાણ.*



*જે આકૃતિમાં ત્રણ ખુણા (ત્રિ=ત્રણ, કેાણ=ખુણા) હેાય તે. જે આકૃતિની હદ ત્રણ સીધી લીટીથી થઇ હેાય તેને **ત્રિકેાણ** કહે છે.

૧૪. નીચેનાં માપ ઉપરથી ત્રિકોણો બનાવી દરેકમાં ત્રીજો ખુણો માપો:—

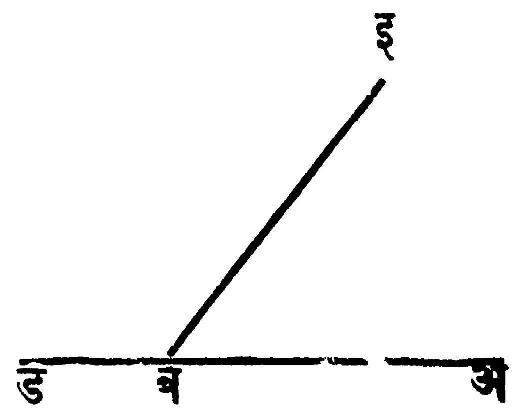
(૧) अब=૩″, ∠ अ=૪૧°, ∠ ब=૫૧°;
(૨) बक=૩.૯″, ∠ ब=૯૯°, ∠क=૩૧°;
(૩) फल=૫.૯ સે. મી., ∠ल=૭૩°, ∠फ=૩૭°;
(૪) गर=૭.૭ સે. મી, ∠ग=૫૨°, ∠र=૨૭°;
(૫) अक्ष=૫.૬″, ∠अ=૩૭°, ∠क्ष=૯૮°;
(૬) अक=૪.૫″, ∠अ=૫૭°, ∠क=૪૯°;
(૭) बड=૬.૭ સે. મી., ∠ब=૬૬°, ∠ड=૭૩°;

---

§ ૬. સીધી લીટીથી બનતા ખૂણા.

अबइ કોઇ પણ સાંકડો ખૂણો લો. अबને ડાબી બાજુ ઉપર ड સુધી લંબાવો. इबड ખૂણો સાંકડો કે પહોળો છે?

अबइ એક કાટખૂણા બરાબર લો अब લંબાવો; જુઓ કે इबड ખૂણો સાંકડો કે પહોળો ખૂણો છે?



अबइ એક પહોળો ખૂણો લો. अब લંબાવો. જુઓ કે इबड સાંકડો કે પહોળો ખૂણો છે? अबइ એક અર્ધો કાટખૂણો કરો. अब લંબાવતાં इबड ખૂણો કેટલા કાટખૂણા બરાબર છે તે માપી જુઓ. अबइ ⅔ કાટખૂણા બરાબર કરો. अब લંબાવતાં इबड માપી કેટલા કાટખૂણા બરાબર છે તે કહો. अबइ ⅓ કાટખૂણા બરાબર કરો. अब લંબાવતાં इबड કેટલા કાટખૂણા બરાબર છે તે માપી કહો इब લીટી अबड લીટી ઉપર પડે છે અને

∠अबइ ૫૩° નો છે તો ∠इबड કેટલા અંશનો છે?

∠अबइ ૪૭° નો છે તો ∠इबड કેટલા અંશનો છે?

∠अबइ ૭૧° નો છે તો ∠इबड કેટલા અંશનો છે?
∠अबइ ૧૧૦° નો છે તો ∠इबड કેટલા અંશનો છે?
∠अबइ ૧૫૭° નો છે તો ∠इबड કેટલા અંશનો છે?
∠अबइ ૧૬૯° નો છે તો ∠इबड કેટલા અંશનો છે? વગેરે.

આ પ્રશ્નોમાં अबइ આપેલો ખુણો કાટખુણા કરતાં કેટલો નાનો અથવા મોટો છે તે જુઓ; इबड ખુણો તેજ પ્રશ્નમાં કાટખુણા કરતાં કેટલો મોટો કે નાનો છે તે જુઓ આ બન્ને પરિણામ પરથી ∠अबइ અને ∠इबड વચ્ચે કાંઇ સંબંધ જુઓ છો? એ સંબંધ કેવો છે? બન્ને ખુણા મળી બે કાટખુણા બરાબર છે? ત્યારે તે ખુણા કેવા છે? ન્યૂનતા પૂરક કે દ્વિકાટખુણ પૂર્ણી. એક લીટી બીજી લીટી ઉપર પડે તો એ પ્રમાણે થતા પાસે પાસેના ખુણાઓ વિષે શું અનુમાન કરો છો?

"એક લીટી બીજી લીટી ઉપર પડે તો બીજી લીટીની એકજ બાજુ તરફના પહેલી લીટીથી થતા પાસે પાસેના ખુણા મળી બે કાટખુણા બરાબર છે."

પ્રશ્નો.

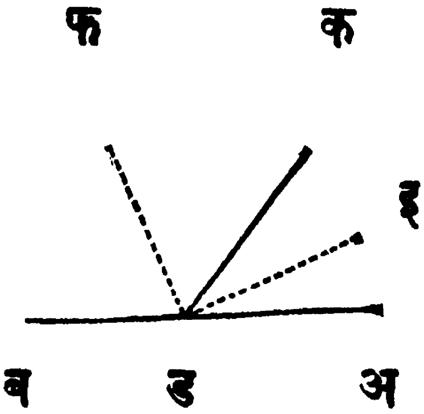
૧. अकब લીટી ઉપર डक લીટી પડે તો

∠डकअ=૪૫° હોય ત્યારે ∠बकड કેવડો?
∠डकअ=૧૭° હોય ત્યારે ∠बकड કેવડો?
∠डकअ=૫૩° હોય ત્યારે ∠बकड કેવડો?
∠डकअ=૯૩° હોય ત્યારે ∠बकड કેવડો?

૨. अकब લીટી ઉપર डक લીટી પડે અને ૭૫°નો डकअ ખુણો કરે તો डबक ખુણો કેટલા અંશનો છે?

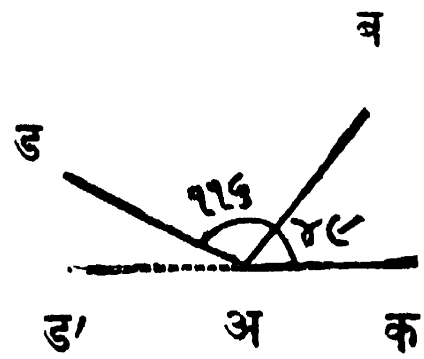
૩. अब એક લીટી છે. અને તેની સાથે डक, डकअ ૧૨૯° નો ખુણો કરે છે, તો डकब ખુણો કેવડો છે?

૪. अब એક લીટી દોરો. कडअ કાટખુણુ ખુણો कड દોરી કરો. कडअ ખુણાને સળ વાળી દુભાગો; અને कडब ખુણાને સળ વાળી દુભાગો. इडफ ખુણો માપી જુઓ.



इड, डफની વચ્ચે કેવડો ખુણો થયો? એક કાટખુણો. આ ઉપરથી अडक, कडब ખુણાના સરવાળા વિષે શું અનુમાન કરો છો? એ બે ખુણાઓનો અરસપરસ સંબંધ શું છે?

अब એક લીટી લો. તેની એક બાજુએ बअक ખુણો ૪૯°નો કરો, અને તેની બીજી બાજુએ बअड ખુણો ૧૧૬°નો કરો. कअड ખુણો કેટલા અંશનો છે? એ બે કાટખુણાથી મોટો કે નાનો છે? कअड એકજ સીધી લીટી છે? ત્યારે बअक, बअड ખુણાનો સરવાળો કેટલો? ત્યારે कअ, डअ એકજ સીધી લીટીમાં લાવવાને એની વચ્ચે કેવડો ખુણો જોઇએ? બે કાટખુણા બરાબર.



अबની સામસામેની બાજુ ઉપર નીચે પ્રમાણેના પાસે પાસેના ખુણા બનાવી ઉપલો પ્રયોગ કરો:—

૬૦° અને ૧૧૫°; ૫૦ અને ૧૨૦°; ૪૩° અને ૧૧૦°;
૭૭° અતે ૧૦૦°; ૧૧૨° અને ૫૧°; ૧૨૮° અને ૩૦°.

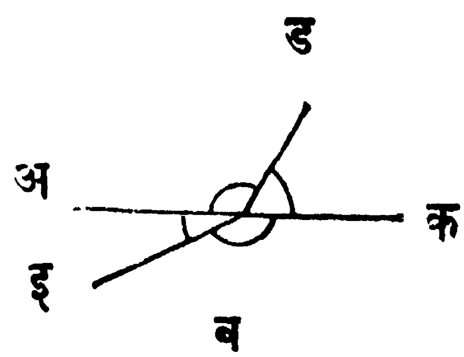
ઉપરના પ્રયોગો કર્યા પછી જો डअक એકજ સીધી લીટી હોય તો कअब અને डअब ખુણા વચ્ચે શું સંબંધ હોવો જોઇએ? આ બે ખુણાનો સરવાળો કેટલો હોવો જોઇએ? આ ઉપરથી કાંઇ સામાન્ય નિયમ નીકળે છે?

बअक, बअड ખુણા અનુક્રમે ૪૭° અને ૧૩૨° ના હોય તો डअक એક સીધી લીટી છે ખરી કે?

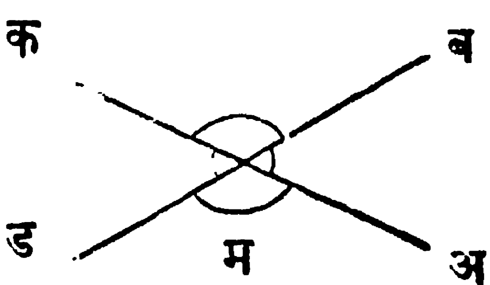
∠बअक,	∠बअड ,,	૧૫૩°,	૨૮°;	डअक ,,	,,	,,	
,,	,,	૪૦,	૧૪૧°;	,,	,,	,,	,,
,,	,,	૯૦°,	૮૯°;	,,	,,	,,	,,
,,	,,	૧૫૦°,	૬૭°;	,,	,,	,,	,,
,,	,,	૬૧°,	૧૨૨°;	,,	,,	,,	,,
,,	,,	૩૩°,	૧૪૫°;	,,	,,	,,	,,

ઉપલા પ્રયોગો કર્યા પછી કાંઇ સામાન્ય નિયમ નીકળે છે? બહારની શાખા લીટીઓ એકજ સીધી લીટીમાં હોવાને વચ્ચેની શાખા લીટીની આજુબાજુના ખુણાનો શો સંબંધ જોઇએ?

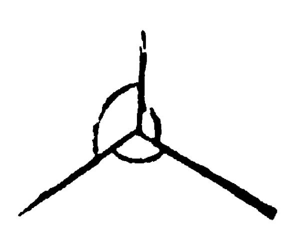
"જ્યારે બે પાસે પાસેના ખુણાનો સરવાળો બે કાટખુણા બરાબર હોય ત્યારે તેની બહાર પડતી શાખા લીટીઓ (કે હાથો) એકજ સીધી લીટીમાં છે."



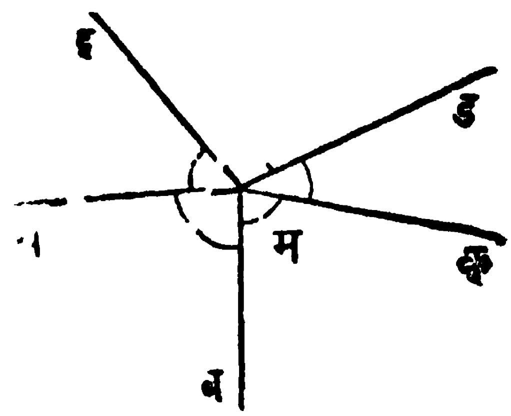
પાસેની આકૃતિ પાટીઆ ઉપર કાઢી પૂછો કે अबड, डबक ખૂણાનો સરવાળો કેટલા કાટખૂણા બરાબર છે? क ब इ, अ ब इ ખૂણાનો સરવાળો કેટલો છે? (ब છેદન બિંદુ છે.)



પાસેની આકૃતિમાં अ म ब, ब म क, क म ड, ड म अ ખુણાનો સરવાળો કેટલો છે તે કોણમાપકથી માપીને કહો.

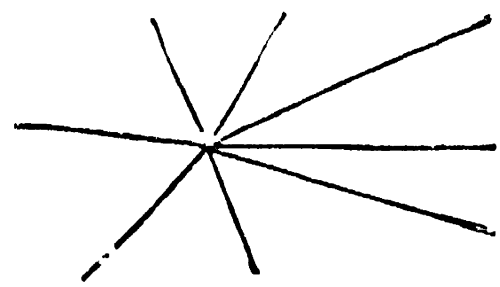


પાસેની આકૃતિમાં છેદન બિંદુ આગળના ત્રણે ખુણા માપી કહો કે તે બધા મળી કેટલા કાટખુણા બરાબર છે.



પાસેની આકૃતિ પ્રમાણે म બિંદુ આગળથી પાંચ જુદી જુદી લીટી દોરો.

અને પાંચે ખુણા માપી સરવાળો કરો, અને કહો કે બધા ખુણા મળી કેટલા કાટખુણા બરાબર છે?



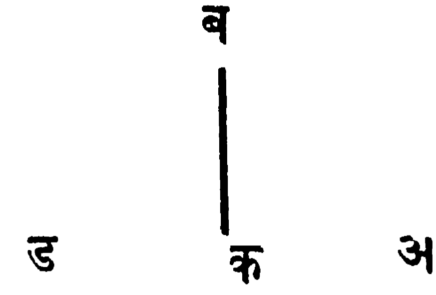
પાસેની આકૃતિ પ્રમાણે છેદન બિંદુ આગળ ૮ ખુણા એકેક જોડે લાગેલા છે તો એ આઠે ખુણાનો સરવાળો કેટલા કાટખુણા બરાબર હોવો જોઇએ તે માપ્યા વિના કહો.

સાત, નવ, દશ ખુણાઓ એકેક જોડે લાગેલા છે અને તેઓનાં શિરોબિંદુઓ એકજ બિંદુમાં છે તો તે બિંદુ આગળના બધા ખુણા મળી કેટલા કાટખુણા બરાબર છે તે કહો.

એકજ બિંદુ આગળ સાત ખૂણા પાસે પાસે છે. પાંચ ખૂણાનો સરવાળો ૩ કાટખુણા બરાબર છે તો બાકીના બેનો સરવાળો કેટલો?

એકજ બિંદુ આગળ છ ખુણા પાસે પાસે છે. ચારનો સરવાળો ૨$\frac{૩}{૪}$ કાટખૂણા બરાબર છે તો બાકીનાનો સરવાળો કેટલા કાટખૂણા બરાબર છે?

એકજ બિંદુ આગળ પાંચ ખૂણા પાસે પાસે છે. ત્રણ ખૂણા અનુક્રમે ૫૭°, ૧૧૨°, ૪૩° છે તો બાકીના બેનો સરવાળો કેટલો?



अकब ખૂણો કાટખૂણો કરો. अक ને ड સુધી, અને बक ને इ સુધી લંબાવો.

बकड ખૂણો કેવડો હોવો જોઇએ?

अकइ ખૂણો કેવડો હોવો જોઇએ?

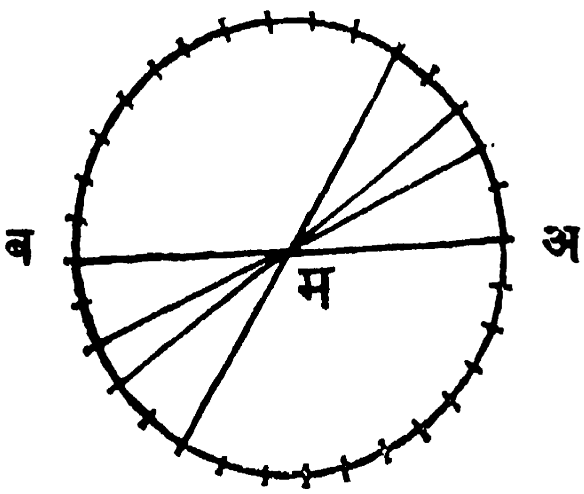
डकइ ખૂણો કેવડો હોવો જોઇએ?

પાછલા પ્રયોગોનો આધાર લઇ સિદ્ધ કરી બતાવો કે એ દરેક ખુણો એક કાટખુણા બરાબર છે,

अकब લીટી લો. તેના ઉપર कड લીટી દોરો. बकड ખૂણો સળ વાળી દુભાગો. अकड ખૂણો સળ વાળી દુભાગો. આ બે સળની વચ્ચેનો ખૂણો કેવડો છે ને માપ્યા વિના અનુમાનથી **સિદ્ધ કરી** કહો.

---

§ ૭. અરસપરસ છેદતી બે લીટીઓની વચ્ચે થતા ખૂણા.



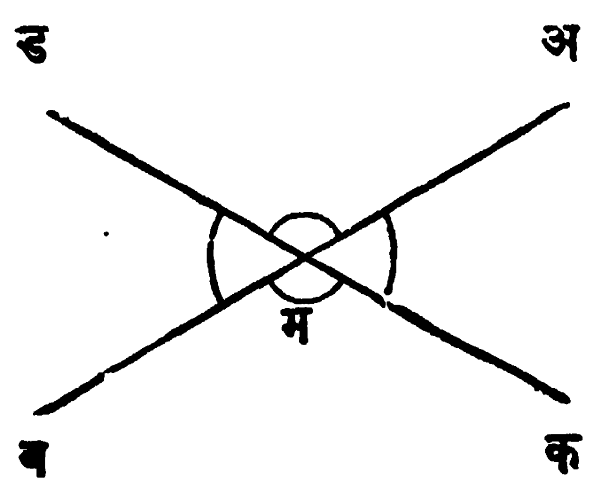
પાસેની આકૃતિમાં બતાવ્યા પ્રમાણે એક વર્તુળ દોરો. તેના પરિઘ ઉપર બતાવ્યા પ્રમાણે સરખા કાપાઓ પાડો. (આ પરિઘ ઉપર ૮ સરખા કાપા પાડયા છે.)

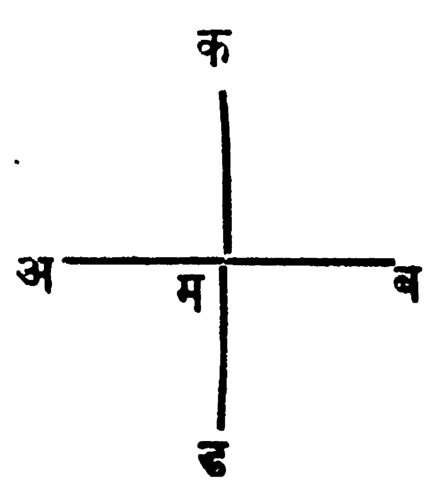
બે પાતળી પટીઓ લો. અને તેને એકની ઉપર બીજી મુકી વચ્ચે એક ટાંકણી મારી म મધ્યબિંદુ આગળ ગોઠવો. પહેલાં બન્ને પટીઓને સાથે રાખી આડી अब લીટીમાં રાખો. પછી નીચેની પટી સ્થિર રાખી ઉપરની બીજી પટીને ડાબા હાથ તરફ ફેરવો. ઉપલી પટીનો ઉપલો છેડો ૧/૪ કાટખુણામાંથી ફરે ત્યારે નીચેનો છેડો કેવડા ખુણામાંથી ફરશે? ૧/૪ કાટખુણામાંથી. ઉપલો છેડો ૩/૮ કાટખુણામાંથી ફરે, ત્યારે નીચેનો કેટલા ખુણામાંથી ફરશે? ઉપલો ૧/૨ કાટખુણામાંથી ફરે ત્યારે નીચેનો કેટલા ખુણામાંથી ફરશે? ઉપલો ૧ કાટખુણામાંથી ફરે ત્યારે નીચેનો કેવડા ખુણામાંથી ફરે? ૧ કાટખુણામાંથી. વગેરે.

પટીઓમાં બીજી કોઇ જગ્યાએ ટાંકણી મારી તેઓને म માં સજ્જડ કરી ઉપલોજ પ્રયોગ કરો. પટીઓ લાંબી ટુંકી કરી ટાંકણી ગમે ત્યાં મારી म માં સજ્જડ કરી ઉપલોજ પ્રયોગ કરો.

ઉપલી પટી સ્થિર રાખી નીચલી પટીને ઉપર અને નીચે ફેરવી બન્ને પટીઓ વચ્ચે કેવડો ખુણો દરેક વખતે થાય છે તે ઉપલા પ્રયોગમાં જુઓ. આ પ્રયોગો પરથી તમે શું અનુમાન કરો છો ? પટીઓ લાંબી ટુંકી કરીએ તો જેવડા ખુણામાંથી તે ફરે છે તે ખુણો તેની લંબાઇ (પટીઓની) ઉપર આધાર રાખે છે ? નહિ.

ઉપલા પ્રયોગો ઉપરથી કહો કે अब અને कड લીટીઓમાંથી (मમાં





ટાંકણી મારી) मक, વર્તુળના ૧/૬ ભાગમાંથી ફરે તો मड કેટલા ભાગમાંથી ફરે ? कड લીટી નું क બિંદુ ૨/૬ કાટખુણામાંથી ફરે તો ड બિંદુ કેટલા કાટખૂણામાંથી ફરે ? अडનો अ છેડો વર્તુળના ૧/૪ ભાગ એટલે ૧ કાટખૂણામાંથી ફરે તો ड છેડો કેવડા ખૂણામાંથી ફરશે ? વગેરે.

એક લીટી પોતાના એક બિંદુની આસપાસ ઉપર અથવા નીચે ફરે તો તેના બન્ને છેડાઓ જે ખુણાઓમાંથી ફરે છે તે ખુણાઓનો કયો સંબંધ છે ? એ વિષે શું અનુમાન કરો છો ?

"એક લીટી તેની અંદરના કોઇ પણ બિંદુની આસપાસ ફરે તો તે બિંદુથી તેની લંબાઇ ઘટે અથવા વધે તો પણ તે લીટીના છેડા સરખાજ ખુણામાંથી ફરે છે."

अब લીટી क બિંદુની આસપાસ अ ब ફરે છે. कब ભાગ ૪૨°ના ખુણામાંથી ફરે તેા कअ ભાગ કયા ખુણામાંથી ફરે છે? कब ભાગ નીચે ૧૧૨°ના ખુણામાંથી ફરે તેા कअ ભાગ કયા ખૂણામાંથી ફરે છે?

अब લીટીને कड લીટી म માં છેદે છે. मक ભાગ मની આસપાસ ફરી मब સાથે ૫૫°નેા ખુણેા કરે તેા मड ભાગ मअ સાથે કયેા ખુણેા કરે છે? જો क છેડેા बથી લઇ ૩૭°, ૧૦૧°, ૬૦°, ૯૮°, ૪૯°ના ખૂણામાંથી ફરે તેા ड છેડેા अથી લઇ કેવડા કેવડા ખુણામાંથી ફરશે? अमक ખુણેા કેવડેા છે? बमड ખુણેા કેવડેા છે? બન્નેનેા શેા સંબંધ છે? बमक ખુણેા ૪૧°નેા હેાય તેા अमड, अमक, बमड ખુણા કેવડા? अमक ૧૦૭°નેા છે તેા बमड, अमड, बमक ખુણા કેવડા?

∠अमक, ૫૧°, ૨૬°, ૬૮°, ૭૧°, ૧૧૩°, ૧૪૭° નેા લઇ બાકીના ખુણા કેવડા છે તે કહેા. માપી ખાત્રી કરેા.

ઉપલા પ્રયેાગેા અને પ્રશ્ન ઉપરથી એ ચાર ખુણામાંથી બેબેનેા શેા સંબંધ છે તેની કાંઇ સમજ પડે છે?

अब, कड બે લીટી मમાં છેદે તેમ દેારેા. बमक ખુણેા કાપી લેા એને अ म ड ઉપર ગેાઠવેા. તેજ પ્રમાણે अ म क ખુણેા કાપી ब म ड ઉપર ગેાઠવેા. આ ઉપરથી તમે શું અનુમાન કરેા છેા? બે લીટીએા અરસપરસ છેદે તેા તેના છેદનબિંદુ આગળ થતા સામસામેના ખૂણાએા વિષે શું અનુમાન કરેા છેા?

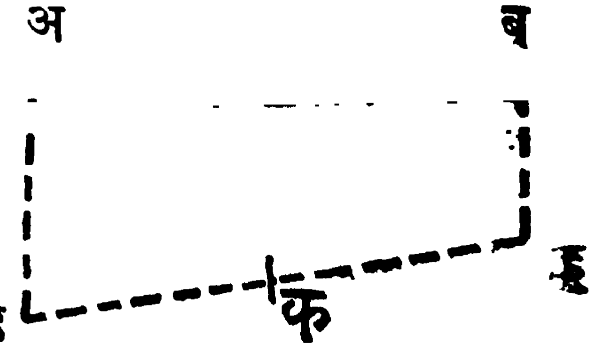
"બે લીટીએા અરસપરસ છેદે તેા તેના છેદનબિંદુ આગળના સામસામેના ખુણાએા બરાબર છે."

अ ब, क ड બે લીટી म માં છેદે છે, તેા म આગળના ખુણાએામાંથી ∠ अ म ड, ∠ क म ब બરાબર છે એમ માપ્યા વિના સિદ્ધ કરેા.

૮. સમાન્તર સીધી લીટીઓ.

બબ્બે લીટીના થોડીક એવી જોડ પાટીઆ ઉપર દોરો કે કોઇ બે લંબાવતાં ડાબા હાથ તરફ મળે, કોઇ બે લંબાવતાં જમણા હાથ તરફ મળે, અને કોઇ બે બન્ને બાજુ લંબાવતાં સમૂળકીજ મળે નહિ. તેના એકજ બાજુ તરફના છેડાની વચ્ચેનાં અંતરો જુઓ. આ અંતરો કેટલાં કેટલાં છે? લીટી લંબાવતાં એ અંતરો વધારે થાય છે કે ઓછાં થાય છે? કે છે તેટલાંજ રહે છે? કોઇ લીટીઓની વચ્ચેનું અંતર વધે છે, કોઇની વચ્ચેનું અંતર ઘટે છે, અને કોઇ કોઇની વચ્ચે તેનું તેજ અંતર રહે છે. જે લીટીઓની વચ્ચેનું અંતર વધે છે તેઓને લંબાવીએ તો તે મળે ખરી કે? નહિ. તેને (બીજી બાજુ તરફ) લંબાવીએ તો તે મળે ખરી કે? હા. જે લીટીઓનું અંતર ઘટે છે તેને લંબાવીએ તો છેડાઓ મળે છે? મળે છે. બીજી બાજુએ લંબાવીએ તો તે મળે છે કે નહિ? જે લીટીઓ સમૂળકીજ મળતી નથી તેને ડાબી બાજુએ લંબાવીએ તો તેના છેડા મળે છે? નહિ. જમણી બાજુએ લંબાવીએ તો તેઓ મળે છે? નહિ. ત્યારે આ (૩) ની લીટીઓ પહેલી બે જાતની લીટીઓ કરતાં જુદી જાતની છે. (૨) ની લીટીઓ જમણા હાથ તરફ મળે છે. ત્યારે આ (૩) ની લીટીઓ **બન્ને બાજુ મળતી નથી.** આવી લીટીઓને આપણે **સમાન્તર લીટીઓ** કહીએ છીએ. સમાન્તર (સમ+અંતર=બરાબર+અંતર). આ લીટીઓ કયે કયે ઠેકાણે **સરખે અંતરે** રહે છે? બધે ઠેકાણે.

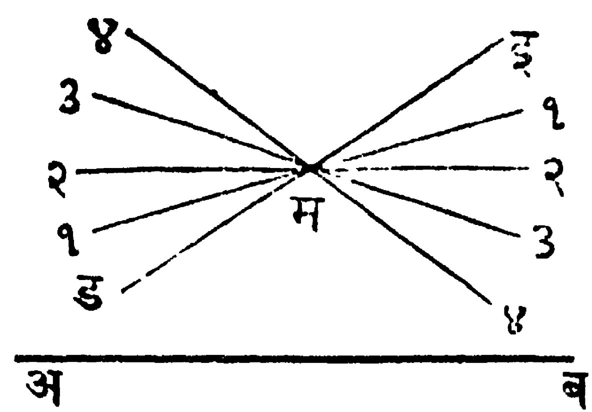
તમારી સામેના ટેબલની સામસામેની કોરો બતાવો. એ કોરો કેવી છે? પાટીઆની કોરો બતાવો. એ કેવી છે? વગેરે.



પાટીઆ ઉપર એક अब આડી લીટી દોરો. डइ એક બીજી લીટી લઇ તેમાં क માં ટાંકણી મારી अब ની નીચે પાટીઆ ઉપર મૂકો. डइ ગમે તે સ્થિતિમાં મૂકી દે. બન્ને લીટી-ડ

એાનાં अड અને बइ અંતર માપેા. આ અંતરેા બરાબર છે? નહિ. કયું મેાટું છે? अड. ड છેડેા अनी વધારે પાસે લાવેા. ड છેડાને अनी પાસે લાવીએ ત્યારે इ છેડેા बनी પાસે આવે છે કે દૂર જાય છે? દૂર જાય છે. આ સ્થિતિમાં अड, बइ માપેા. આ અંતરેા સરખાં છે? નહિ. કયું મેાટું છે? अड. डને હજુ પણ अની પાસે લેા. इ, बની પાસે આવ્યું કે દૂર ગયું? દૂર ગયું. अड, बइ અંતરેા માપેા. આ અંતરેા બરાબર છે? હા. डને अની પાસે લઇ ગયા ત્યારે इ, बની પાસે આવ્યું કે દૂર ગયું? ड ને अની પાસે લઇ જતાં જતાં કેાઇ પણ વખતે डअ, इब અંતર સરખાં થશે ખરાં? હા. આવી સ્થિતિમાં डइ, अની વચ્ચે अड જેવડી એક પટી કાપી ડાબા હાથ તરફથી જમણા હાથ તરફ સરખી રાખી લઇ જાવ. આ પટીના છેડાએા अब, डइની વચ્ચે હંમેશાં બરાબર રહે છે? હા. આવી સ્થિતિમાં બે લીટીએાની વચ્ચેનું અંતર હંમેશાં એકજ રહે છે ત્યારે એ લીટીએા **સમાન્તર** કહેવાય છે.

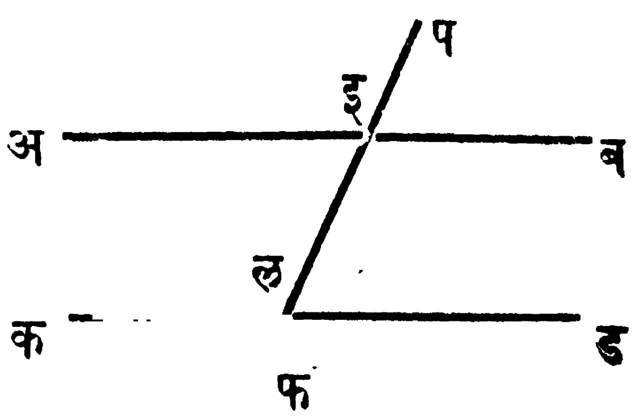
પાટીઆ ઉપર अब જેવી એક આડી લીટી દેારેા. म બિંદુ આગળ ટાંકણી મારી डइ જેવી એક લીટી મુકેા. म બિંદુની આસપાસ જે डइ લીટી ફરે તેની જુદી જુદી સ્થિતિ ૧, ૨, ૩, ૪ થી બતાવી છે. डइ ને ड તરફ લંબા-



વીએ તેા अब લીટીને તે મળશે ખરી? હા. કયા હાથ તરફ તે મળે છે? ડાબા હાથ તરફ. डब લીટીને ૧–૧ ની સ્થિતિમાં લેા. હવે તેને ड તરફ લંબાવેા તેા अब ને ડાબા હાથ તરફ તે મળશે? હા. डइ ને હજુ પણ ૩–૩ ની સ્થિતિમાં ફેરવેા. હવે તેને ड તરફ લંબાવેા તેા अब ને તે મળશે ખરી? નહિ. ત્યારે શું થશે? હવે તે જમણા હાથ તરફ अब ને મળશે. डइ ને ૪–૪ ની સ્થિતિમાં મુકેા. હવે डइ ને કયા છેડા તરફ લંબાવતાં તે अब ને મળશે? જમણા છેડા તરફ.

આ પ્રયોગમાં डइ લીટી કોઇ કોઇ વખતે ड તરફ લંબાવતાં अब ને ડાબા હાથ તરફ મળે છે, અને કોઇ કોઇ વખતે इ તરફ લંબાવતાં अबને જમણા હાથ તરફ મળે છે. ત્યારે આ બે જાતની સ્થિતિમાં કોઇ એવી સ્થિતિ છે ખરી કે કોઇ પણ છેડા તરફ લંબાવતાં डइ લીટી अब ને મળેજ નહિ ? હા. એવી કયી સ્થિતિ તે છે ? डइ (૨-૨). આવી સ્થિતિમાં अब, **डइ સમાન્તર** છે એમ કહેવાય છે.

(क) ખૂણાનાં નામ.



अब, कड બે લીટીઓ દોરો. पफ લીટી આ બે લીટીને અનુક્રમે अ इ, लમાં છેદે તેમ દોરો. આ આડી લીટીથી કેટલા ખુણા થાય છે ? इ આગળ ચાર, અને ल આગળ ચાર.

अ इ ल અને इ ल ड ખૂણા **વ્યુત્ક્રમ** (ઉલટી બાજુના) ખૂણા, તેમજ ∠ ब इ ल ને ∠ इ ल क ખૂણા વ્યુત્ક્રમ ખૂણા છે; ∠ अ इ प ∠ प इ ब, ∠ क ल फ અને ∠ ड ल फ એ ચાર ખૂણા **બહારના ખૂણા** કહેવાય છે; કારણ કે આપેલી લીટીઓની બહાર એ ખૂણા આવેલા છે.

∠प इ ब અને ∠इ ल ड ખૂણા **મળતા આવતા ખૂણા** કહેવાય છે.
તેમજ ∠अ इ प અને ∠ इ ल क પણ „ „
તેમજ ∠फ ल क, ∠ ल इ अ પણ „ „
અને ∠फ ल ड, ∠ ल इ ब પણ „ „

∠ अ इ ल, ∠ ब इ ल, ∠ क ल इ, ∠ ड ल इ, **અંદરના ખૂણા** કહેવાય છે, કારણ કે તે આપેલી લીટીની અંદરની બાજુએ છે. ∠ अ इ ल, અને ∠ इ ल क, प फ ની એકજ બાજુએ છે તેથી તેઓ આડી લીટીની એકજ બાજુ તરફના અંદરના ખૂણા કહેવાય છે

તેમજ ∠વ ઇ લ અને ∠ ઇ લ ડ પણ પ ફ ની એકજ બાજુએ છે તેથી તેઓ એકજ બાજુ તરફના અંદરના ખૂણા છે.

નોટ—જુદી જુદી આકૃતિ કાઢી ઉપરના ખૂણાઓની પુરેપુરી સમજણ આપવી.

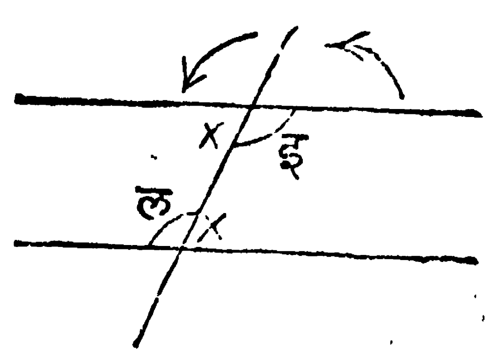
એકસરસાઇઝ બુકમાં જુદી જુદી સમાન્તર લીટીઓની ચાર પાંચ જોડ લો. દરેક જોડને છેદનારી કોઇ પણ આડી લીટી દોરો. આ આડી લીટી અને સમાન્તર લીટીની વચ્ચે થતા દરેક જોડના ગમે તે કોઇ બે વ્યુત્ક્રમ ખૂણા માપી જુઓ. દરેક જોડના બાકીના વ્યુત્ક્રમ ખૂણા માપી જુઓ. અને પરિણામ સરખાવી જુઓ. દરેકમાં વ્યુત્ક્રમ ખૂણાનો અરસપરસ કાંઇ સંબંધ છે? આ ઉપરથી શું અનુમાન કાઢો છે?

બે સમાન્તર લીટીઓની એક જોડ લઇ તેને છેદનારી એક આડી લીટી દોરો. એક વ્યુત્ક્રમ ખૂણો કાપી કાઢો. તેને બીજા વ્યુત્ક્રમ ખૂણા ઉપર (કાપેલાનો વ્યુત્ક્રમ) મુકો. આ ખૂણાઓ બરાબર એક બીજા ઉપર મળી રહે છે? આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો?

સમાન્તર નહિ હોય એવી લીટીઓ દોરો. તેનાથી થતા વ્યુત્ક્રમ ખૂણાઓ માપી જુઓ. આ ખૂણાઓ બરાબર છે? નહિ. આ પ્રયોગો ઉપરથી સમાન્તર લીટીઓના વ્યુત્ક્રમ ખૂણા અને અસમાન્તર લીટીઓના વ્યુત્ક્રમ ખૂણાઓમાં કાંઇ તફાવત છે કે નહિ? હોય તો શું ફેર છે તે કહો.

"સમાન્તર લીટીઓને છેદનારી આડી લીટીથી થતા વ્યુત્ક્રમ ખૂણાઓ બરાબર છે."

વળી એકસરસાઇઝ બુકમાં બે સમાન્તર લીટીઓ દોરો. છેદનારી એક આડી લીટી દોરો. સમાન્તર લીટીઓ અને આડી લીટીની વચ્ચેનો જમણા હાથ તરફનો ભાગ કાપી લો. તેને ઉંચકીને તીરની દિશામાં ફેરવીને ડાબા હાથ તરફના ભાગ ઉપર ખૂણા ઉપર ખૂણા



આવે તેમ મૂકો. આ પ્રમાણે કરતાં વ્યુત્ક્રમ ખૂણાઓ બરાબર મળી જાય છે? શું અનુમાન કરો છો?

સમાન્તર અને અસમાન્તર લીટીઓની બે જોડ જુદી જુદી દોરો. દરેકને છેદનારી આડી લીટી દોરો. સમાન્તર લીટીની જોડમાં બહારનો કોઇ પણ ખૂણો માપો અથવા કાપી લો; અને તેજ જોડનો અંદરનો તેને મળતો આવતો ખૂણો માપો અથવા કાપી લો. અસમાન્તરની જોડમાં પણ એમજ કરો. સરખાવતાં માલમ પડે છે કે સમાન્તર લીટીની જોડમાં બહારનો ખૂણો અંદરના મળતા આવતા ખૂણા બરાબર છે? અસમાન્તરોમાં એ ખૂણા બરાબર છે કે નહિ? આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો?

બે સમાન્તર લીટીઓ દોરો. અને આડી લીટીથી થતા અંદરના એકજ બાજુ તરફના બે ખૂણાઓ માપો. બન્નેનો સરવાળો કરો. એ સરવાળો કેટલા કાટખૂણા બરાબર છે?

બીજી બાજુ ઉપરના બે અંદરના ખૂણાઓનો પણ સરવાળો કરો. એ સરવાળો કેટલા કાટખૂણા બરાબર છે? બે કાટખૂણા.

બે સમાન્તરો લો. તેને છેદતી આડી લીટી દોરો. સમાન્તરો અને આડી લીટીની વચ્ચેના અંદરના ચારે ખૂણા બરાબર કાપી લો. ડાબા હાથ ઉપરના બે ખૂણાઓને એક લીટીની સાથે બરાબર મૂકો. શું અનુમાન કરો છો? આ ખૂણાઓ મળી બે કાટખૂણા બરાબર છે? બીજી જોડમાં પણ એમજ કરો. આ ખૂણાઓ મળી કેટલા કાટખૂણા બરાબર છે? બે કાટખૂણા.

લંબાવતાં ડાબી બાજુએ મળે એવી બે લીટી દોરો. તેને છેદતી એક આડી લીટી દોરો. જમણી બાજુ પરના અંદરના ખૂણાઓ માપો. આ ખૂણાઓ મળી બે કાટખૂણા બરાબર છે? નહિ. ત્યારે બે કાટખૂણા કરતાં તે મોટા કે નાના છે? મોટા. ડાબા હાથ તરફના અંદરના બે ખૂણાઓનો સરવાળો કરો. એ સરવાળો બે કાટખૂણા બરાબર છે? નહિ. ત્યારે તે મોટો કે નાનો છે? નાનો.

લંબાવતાં જમણા હાથ તરફનું અંતર ઓછું અને ઓછું થતું જાય એવી બે લીટીઓ લો. તેને છેદતી એક આડી લીટી દોરો. ઉપલા પ્રયોગ પ્રમાણે તેના અંદરના ડાબા હાથ ઉપરના અને જમણા હાથ પરના ખૂણાઓ માપો. ડાબા હાથ પરની જોડનો સરવાળો બે કાટખૂણા બરાબર છે ? નહિ. તે મોટો છે કે નાનો ? મોટો. જમણા હાથ પરની જોડનો સરવાળો બે કાટખૂણા બરાબર છે ? નહિ તે મોટો છે કે નાનો ? નાનો.

ત્યારે સમાન્તર લીટીઓ ઉપરના ઉપલા પ્રયોગો પરથી શું શું અનુમાન કરો છો ? એવી લીટીઓના કયા કયા ગુણ છે ?

બે સમાન્તર લીટીઓને એક આડી લીટી છેદે તો

(૧) વ્યુત્ક્રમ ખુણાઓ બરાબર છે;

(૨) બહારનો ખુણો માંહેના મળતા આવતા ખુણાની (સામેના આડી લીટીની એકજ બાજુ તરફના) બરાબર છે.

(૩) આડી લીટીની એકજ બાજુ તરફના માંહેના બે ખુણાઓનો સરવાળો બે કાટખુણા બરાબર છે.

સમાન્તર લીટીઓના ઉપલા ગુણો અસમાન્તર લીટીઓને પણ લાગુ પડે છે કે નહિ ? નહિ.

નોટ—નીચેની અને હવે પછીની બીજી વ્યાખ્યા, જે આપી છે, તે વિદ્યાર્થીને ફક્ત અત્રે સમજાવવાનીજ છે; પાછળથી તે મ્હોડે કરાવવી.

વ્યાખ્યા—કોઇ પણ લીટીઓ, " એકજ સપાટીમાં " એવી રીતે આવી હોય કે તેને ગમે તે બાજુ તરફ લંબાવતાં તેઓ એક બીજીને મળે નહિ તો તે સમાન્તર લીટીઓ કહેવાય છે.

ઉપલી વ્યાખ્યામાં "એકજ સફાઇમાં" એવા શબ્દો શા કારણથી વાપર્યા હશે ? એક પેન્સીલ પૂર્વ પશ્ચિમ દિશામાં ટેબલની ઉપર મુકો. બીજી પેન્સીલ અસમાન્તર હોય તેમ ઉત્તર દક્ષિણ દિશામાં પહેલી પેન્સીલથી સહેજ ઉંચે રાખો. આ પેન્સીલો લંબાવતાં કદી પણ મળશે નહિ.

ત્યારે આ પેન્સીલો સમાન્તર છે ? નહિ. આ કારણથી ઉપલી વ્યાખ્યામાં "એકજ સપાટીમાં" શબ્દો મુકયા છે.

બે સમાન્તરોને એક આડી લીટી છેદે છે. જો
એક વ્યુત્ક્રમ ખૂણો ૫૧°નો હોય, તો બીજો વ્યુત્ક્રમ ખૂણો કેવડો?

,,	૧૧૩°	,,	,,	,,

એક બહારનો ખૂણો ૪૯° ,, તો બીજો મળતો આવતો ખૂણો કેવડો?

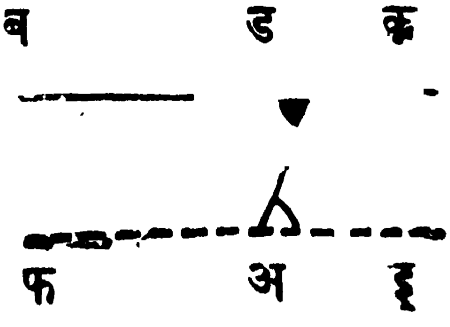
,,	૭૩°,	,,	,,	,,
,,	૧૦૪°,	,,	,,	,,

અંદરના એકજ બાજુ ઉપરના બે ખૂણાઓમાંનો
એક ખૂણો ૬૩°, હોય તો બીજો કેવડો ?

,,	૯૦°,	,,	,,
,,	૧૩૭°,	,,	,,

(ख) એક આપેલા બિંદુમાંથી એક આપેલી લીટીને સમાન્તર લીટી દોરવા વિષે.

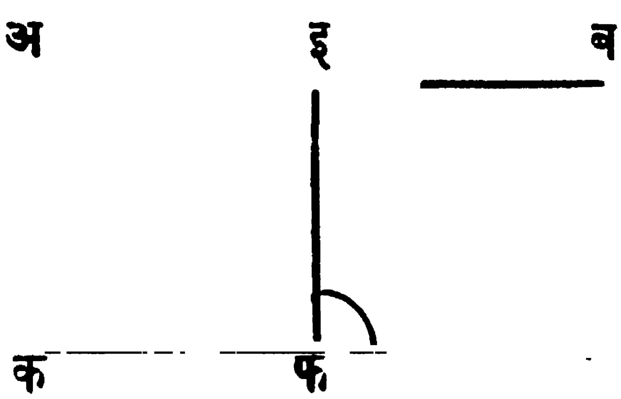
બે સમાન્તરોને એક આડી લીટી છેદે તો કયા ખુણા સરખા થાય છે ? વ્યુત્ક્રમ ખૂણા. એ ખૂણા આડી લીટીની કયી બાજુએ હોય છે ? વિરૂદ્ધ બાજુએ. ત્યારે એક લીટીને સમાન્તર લીટી દોરવી હોય તો કાંઇ નિયમ નીકળે ખરો કે ? अ બિંદુમાંથી ब क ની સમાન્તર એક લીટી દોરવાની છે તો શું કરીશું ?



अ માંથી बक ના કાંઇ પણ બિંદુ ड સુધી એક લીટી દોરો. अडब ખુણો માપો. અથવા તેની પાતળા કાગળ ઉપર નકલ કરો. આ ખુણો વ્યુત્ક્રમ ખુણો ગણીએ તો બીજો વ્યુત્ક્રમ કયાં આવવો

જોઇએ ? अ આગળ. કયી બાજુએ ? જમણી બાજુએ. अ આગળ ∠मडअની વિરૂદ્ધ બાજુ ઉપર डअइ ખૂણો ∠बडअની બરાબર કંપાસથી અથવા કોણ માપકથી કરો. અથવા ટાંકણી મારી છિદ્ર પાડી કરો. ત્યારે કયી લીટી बकની સમાન્તર છે ? फअइ.

વળી अमांથી बकની સમાન્તર લીટી દોરવાની છે. બે સમાન્તરોને છેદતી આડી લીટીની એકજ બાજુ તરફના અંદરના ખૂણાઓનો શો સંબંધ છે ? બે ખૂણા મળી બે કાટખૂણા બરાબર છે. अमांથી डसुधी એક આડી લીટી દોરો. ∠अडब અંદરનો ખૂણો છે ? હા. ત્યારે બીજો અંદરનો ખૂણો કેવડો હોવો જોઇએ ? ∠अडबनो ન્યુનતાપૂરક. ત્યારે अडब ખૂણો માપો. તેનો ન્યુનતાપૂરક ખૂણો કેવડો ? આ ખૂણા બરાબર अ આગળ अड સાથે डअफ ખૂણો કંપાસથી અથવા પ્રોટ્રેક્ટરથી બનાવો. ત્યારે अफ અને अडब લીટી કેવી છે ? સમાન્તર.



अब લીટી લો. તેની બહાર (નીચે કે ઉપર) फ એક બિંદુ લો. अबमां એક इ બિંદુ લો. इफ સાંધો.

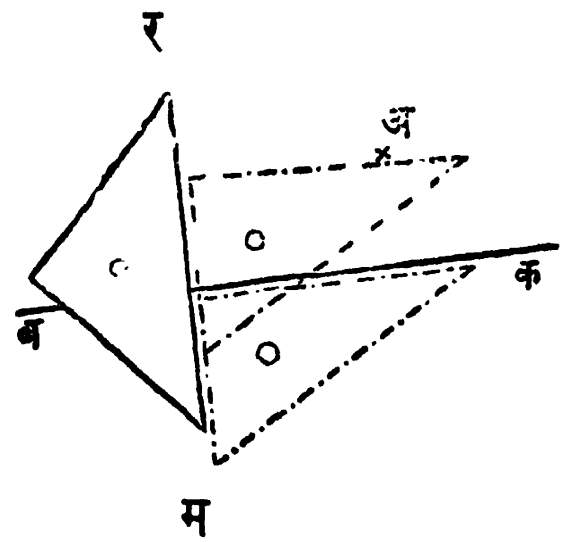
એક આકૃતિ કાઢી ∠अइफની બરાબર ∠इफड કરો. આ ખૂણાઓ કેવા છે ? વ્યુત્ક્રમ. એ બરાબર છે ? હા, કયી જાતની લીટીઓમાં વ્યુત્ક્રમ ખૂણાઓ બરાબર હોય છે ? સમાન્તર. ત્યારે अब, कड કેવી લીટીઓ હોવી જોઇએ ? સમાન્તર.

બીજી આકૃતિ કાઢી ∠बइफनो ન્યૂનતાપૂરક ∠इफड કરો. ∠बइफ અને ∠इफडनो શું સંબંધ છે ? તે બન્નેનો સરવાળો બે કાટખૂણા બરાબર છે ? એ બે ખૂણાઓ આડી લીટીની એકજ બાજુ ઉપર અંદરના ખૂણાઓ છે ? કયી જાતની લીટીઓમાં આવા અંદરના બે ખૂણાઓ

એ કાટખૂણા બરાબર છે? સમાન્તર. ત્યારે अब, कड કેવી લીટીઓ હોવી જોઇએ? સમાન્તર.

ત્રીજી આકૃતિ કાઢી फ इ ને ल સુધી લંબાવો. ∠ ल इ ब બરાબર ∠ इ फ ड કરો. આ ખૂણાઓ કેવા છે? મળતા આવતા ખૂણા. એ બરાબર છે? મળતા આવતા ખૂણાઓ ક્યારે બરાબર હોવા જોઇએ? अ ब, क ड સમાન્તર હોય ત્યારે.

સમાન્તર લીટી દોરવાની રીત.



अ માંથી ब क ની સમાન્તર એક લીટી દોરવાની છે. ब क લીટી સાથે સેટસ્કવેરની કાટખૂણો કરતી એક કોર બરાબર મુકો. એ સેટસ્કવેરની બીજી કોર સાથે બીજો સેટસ્કવેર (યા પટી) બરાબર મુકો. પહેલા સેટસ્કવેરને બીજાની કોરની સાથે अ બિંદુ તરફ ખસેડો. अ બિંદુ બરાબર સેટસ્કવેરની કાટખૂણો પડતી કોરની નીચે આવે ત્યારે अ માંથી એક આડી લીટી પેન્સીલ કોર સાથેજ રાખી દોરો. આ પ્રમાણે अ માંથી દોરેલી લીટી ब क ની સમાન્તર છે. કારણ કે ब क સાથે સેટસ્કવેર જે ખૂણો પહેલાં કરે છે તેજ ખૂણો બીજી વખતે સેટસ્કવેર अ માંથી દોરેલી લીટી સાથે કરે છે. અને આ ખૂણાઓ મળતા આવતા છે.

अ ब એક લીટી દોરો. अ ब ની સમાન્તર क ड દોરો. क ड ની સમાન્તર इ फ દોરો. अ ब, क ड કેવી લીટી છે? क ड, इ फ કેવી લીટી છે? સમાન્તર. अ ब, क ड નું અંતર વધે ઘટે ખરૂં? નહિ. क ड, इ फ નું અંતર વધે ઘટે ખરૂં? નહિ. જ્યારે એ અંતરો એકજ રહે છે

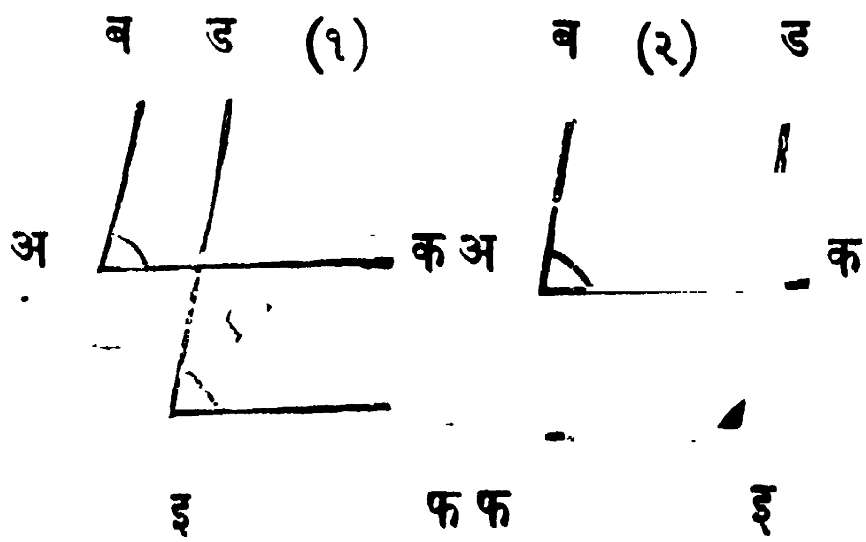
ત્યારે अ ब, इ फ નું અંતર કેવું હશે? એકજ. ત્યારે अ ब, इ फ નો કેવો સંબંધ હોવો જોઇએ? સમાન્તર. ત્યારે **જે લીટીઓ એકજ લીટીને સમાન્તર છે તે અરસપરસ કેવી હોવી જોઇએ? સમાન્તર.**

એકજ લીટીને ઘણી સમાન્તર લીટી દોરવા વિષે.

अ ब એક લીટી લો. તેની બહાર ઉપર કે નીચે क, ड, इ, फ, ल બિંદુ લો. अ ब સાથે સેટસ્કવેરની બાજુની કોર બરાબર મુકો. અને બીજી બાજુની કોર સાથે ફુટપટી મુકો. (અથવા બીજો સેટસ્કવેર મુકો). આ ફુટપટી સાથે પહેલા સેટસ્કવેરને જોઇએ તે પ્રમાણે ઉપર અથવા નીચે क, ड, इ, फ, ल બિંદુઓ પહેલી કોરની બરાબર નીચે આવે તેમ ખસેડો અને તે વખતે કોરની નીચેથી કોરની સાથે પેન્સીલ રાખી क, ड, इ, फ, लમાંથી લીટીઓ દો. આ લીટીઓ આપેલી अब લીટીને સમાન્તર છે.

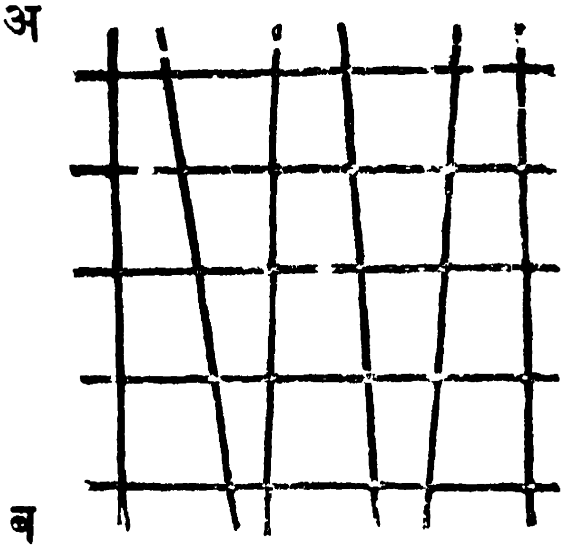
ચાર બિંદુઓ ગમે ત્યાં લઇ ઉપલીજ રીતે अ ब ની સમાન્તર લીટીઓ દોરો.

बअक ખુણો લો. इ આગળથી अब સમાન્તર इड દોરો; અને अक સમાન્તર इफ દોરો. ∠अ અને ∠इ માપી જુઓ. આ બે ખૂણાઓનો કાંઇ સંબંધ છે?



(૧) માં ∠अની ઉપર ∠इ મુકો. આ ખુણાઓ સરખા છે? હા. (૨)માં ∠अ, ∠इ ખુણા કાપી લઇ એક લીટીની સાથે ઉપર યા નીચે બન્ને પાસે પાસે મુકો. આ બે ખૂણાની બહારની શાખા લાટીઓ લીટીની સાથે બરાબર મળી જાય છે? હા. ત્યારે એ બે ખૂણાનો શો સંબંધ છે? બે મળી બે કાટખૂણા છે? અથવા બન્ને અરસપરસ ન્યૂતાપૂરક છે? હા.

(ग) આડી લીટી ઉપર સમાન્તર લીટીઓથી થતા અંતર્ભાગો.

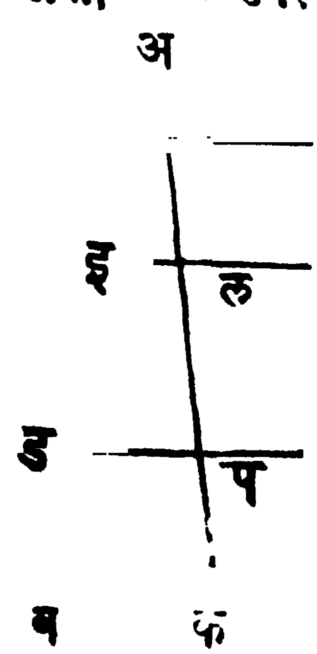


अब એક લીટી લો. તેની ઉપર ગમે તે પાંચ બિંદુઓ સરખે એકજ અંતરે લો. એ બિંદુઓમાંથી દોરેલી પાંચ ગમે તે સમાન્તર લીટીઓને છેદે તેમ ઉભી લીટીઓ દોરો. પહેલી લીટી ઉપર સમાન્તરોની વચ્ચે થતા ચાર અંતર્ભાગો માપો. એ સરખા છે ? બીજી લીટી ઉપરના અંતર્ભાગો માપો. એ સરખા છે ? હા. ત્રીજીના માપો. એ સરખા છે ? હા. ચોથીના માપો. એ સરખા છે ? હા. પાંચમીના માપો. એ અંતર્ભાગો સરખા છે ? હા. વગેરે.

ત્યારે આ પ્રયોગ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો ?

"ત્રણ અથવા વધારે સમાન્તરોની વચ્ચે થતા કોઇ પણ એક લીટીના અંતર્ભાગો સરખા હોય તો તેજ સમાન્તરોને છેદતી બીજી કોઇપણ લીટીના અંતર્ભાગો પણ બરાબર છે."

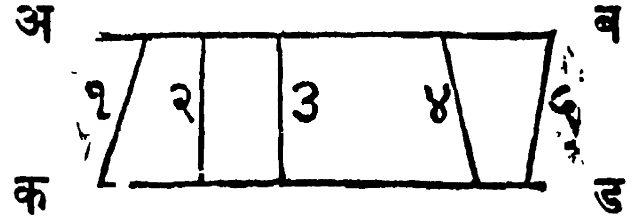
अब, अक બે લીટી કોઇ પણ ખૂણો કરે એમ દોરો. अब ઉપર इ બિંદુ લો. अब ઉપર ड બિંદુ એવું લો કે इ ड અંતર अइ ના કરતાં બમણું હોય. अ, इ, डमांથી ત્રણ સમાન્તરો દોરો. સમાન્તરો अ क ને ल, प માં છેદે છે. अल, लप નો શો સંબંધ છે ? ल प અંતર અર્ધું કરો. તે અર્ધા ભાગને अल ઉપર મુકો.



ઉપલા પ્રયોગમાં इ ड અંતર अ इ થી ત્રણ ગણું, ચાર ગણું, પાંચ ગણું, છ ગણું, લો. પછી इ, ड માંથી સમાન્તરો દોરો. આ સમાન્તરો अ क ને ल, प માં છેદે છે, ત્યારે अ ल, ल प માપો. अ ल

ल प સરખાવો. ल प, अ क થી કેટલાગણું છે? આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો?

(घ) સમાન્તર લીટીઓ વચ્ચેનું અંતર.



अ ब, क ड બે સમાન્તરો દોરો. તેની ઉપર ત્રણ ચાર અંતરો બતાવ્યા પ્રમાણે દોરો. સમાન્તર લીટીની વચ્ચેનાં આ અંતરો માપો. આ અંતરો બધાં સરખાં છે? નહિ. આ અંતરો સમાન્તરો સાથે જે ખૂણા કરે તે માપો. આ ખૂણાઓ સરખા છે? ૧ નીચેની સમાન્તર સાથે જે ખૂણો કરે તેવડોજ ખૂણો ૨ પણ કરે છે? નહિ. ૨, ૪, વગેરે પણ તેવડાજ ખૂણા કરે છે? નહિ. ૩ જે ખૂણો કરે તે બરાબર ધ્યાનમાં રાખો. જમણા હાથ પર જઇએ તેમ તેમ ૨, ૩, ૪, વગેરે ૧ ના કરતાં क ड સાથે મોટા ખૂણા કરે છે કે નાના? મોટા. કયું અંતર क ड સાથે કાટખૂણો કરે છે? ૩. એજ અંતર अ ब ની સાથે કયો ખૂણો કરે છે? કાટખૂણો. ૩ અંતર બધાં અંતરો માં નાનામાં નાનું છે? હા. એના કરતાં નાનું અંતર કોઇ પણ બાજુ ઉપર દોરી શકાય ખરૂં કે? નહિ. તેથી બે સમાન્તરોની વચ્ચે જે લંબ અંતર છે તે સૌથી નાનું છે અને તેથી બે સમાન્તરોનું અંતર તેઓની વચ્ચે કાટખૂણે લેવાય છે. ત્યારે બે સમાન્તર લીટીઓની વચ્ચેનું અંતર કયા નિયમે કાઢવું જોઇએ? **જે અંતર બે સમાન્તરોને લંબ હોય તેજ અંતર લેવું.** તમારી લીટીવાળી નોટબુકમાં જે લીટીઓ સમાન્તર છે તેની વચ્ચેનાં અંતરો ઇંચ અને મી. મી. માં માપો; અને સરખાવો. બે સમાન્તરને લંબ હોય તેમ એક લીટી દોરો. આ લીટી બીજી સમાન્તરને મળે તેમ લંબાવો. આડી લીટી અને બીજી સમાન્તર વચ્ચેનો ખૂણો માપો. એ ખૂણો કેવો છે?

ત્રણ, ચાર, પાંચ, સમાન્તરો દોરો. એકને લંબ હોય તેવી એક લીટી દોરો આ લીટી બીજી સમાન્તરોને છેદે તેમ લંબાવો. આ આડી

લીટી અને બાકીની સમાન્તરોની વચ્ચેના બધા ખૂણા માપો અને સરખાવો. આ ખૂણાઓ કેવા છે? આ પ્રયોગો પરથી શું અનુમાન કરો છો?

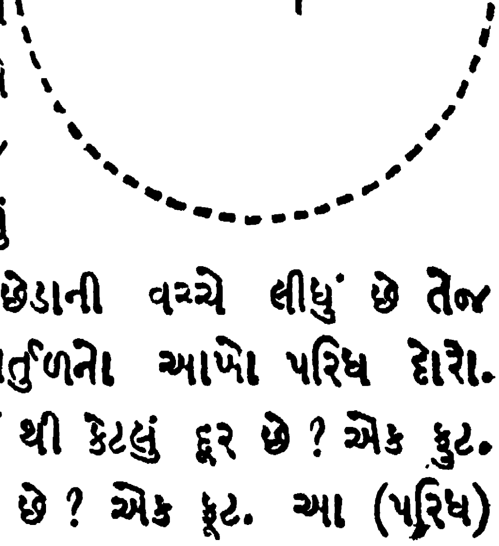
"બે અથવા વધારે સમાન્તર લીટીમાંથી એકને જો કોઇ પણ લીટી લંબ હોય તો તે બીજી સમાન્તરોને પણ લંબ હોય છે."

---

§ ૯. ત્રિકોણ.

(क) વર્તુળ.

પાટીઆ ઉપર વાપરવાના કંપાસના છેડામાં ચાક મૂકી કંપાસના બન્ને છેડાને એક ફૂટ દૂર લો. પાટીઆ ઉપર म બિંદુ લઇ તેના ઉપર કંપાસનું લોખંડનું અગ્રબિંદુ મૂકી કંપાસને બીજે છેડેના ચાકથી એક બિંદુ પાટીઆ ઉપર મૂકો. આ બિંદુ મથી કેટલું દૂર છે? એક ફુટ. ચાકના છેડાનેજ સહેજ ખસેડી બીજુ બિંદુ લો. આ બિંદુ म થી કેટલું દૂર છે? એક ફૂટ. આ પ્રમાણે ચાકના છેડાનેજ સહેજ સહેજ ખસેડી એક એક બિંદુ મૂકી એ દરેક બિંદુ મથી કેટલું દૂર છે એ વિદ્યાર્થી પાસે કઢાવવું. આ બધાં બિંદુ म થી કેટલે કેટલે અંતરે છે? એક ફૂટ. બધાં સરખોજ અંતરે છે? હા. પછી म ઉપર લોખંડનું



બિંદુ રાખી એક ફૂટનું જે અંતર બન્ને છેડાની વચ્ચે લીધું છે તેજ કાયમ રાખી ચાકના બીજા છેડાથી વર્તુળનો આખો પરિધ દોરો. પરિધ ઉપર એકાદ બિંદુ લો. આ બિંદુ म થી કેટલું દૂર છે? એક ફુટ. (બીજું લઇ) આ બિંદુ म થી કેટલું દૂર છે? એક ફૂટ. આ (પરિધ) લીટી ઉપરનાં કયાં કયાં બિંદુ म થી એક ફૂટ અંતરે છે? આ લીટી

ઉપરનાં કેટલાં બિંદુ M થી એક ફૂટ અંતરે છે? બધાં. વર્તુળના મધ્યબિંદુ અને પરિધનાં બિંદુઓ વચ્ચેના અંતર વિષે આ ઉપરથી કાંઇ નિયમ નીકળે છે?

"પરિધ ઉપરનાં બિંદુઓ મધ્યબિંદુથી બધાંજ સરખે અંતરે આવેલાં હોય છે." મધ્ય બિંદુથી ૧૧ ફુટ અંતરે એક બિંદુ લો. આ બિંદુ મધ્ય બિંદુથી કેટલું દુર છે? એક ફુટથી વધારે કે ઓછે અંતરે છે? એ વર્તુળની બહાર છે કે અંદર? મધ્ય બિંદુથી ૧૧ ઇંચ અંતરે એક બિંદુ લો. ઉપર પ્રમાણે પ્રશ્ન કરી પૂછો કે મધ્ય બિંદુથી એક ફુટ અંતરે આવેલું બિંદુ પરિધની બહાર અથવા અંદર હોઇ શકે ખરૂં? નહિ.

ડ્રૉઇંગનાં સાહિત્યોમાંથી કોઇ એક ગોળવસ્તુ લો. તેના પરિધ ઉપર બરાબર એક પાતળી દોરી વિંટાળો. બરાબર એક વખત વિંટાઇ રહે કે જેટલી દોરી વિંટળાઇ હોય તેટલી કાપી લો. આ કટકો ફૂટપટીથી માપો. એજ ગોળ વસ્તુનો વ્યાસ માપો. પહેલા કટકાની લંબાઇ આ લંબાઇ સાથે સરખાવો. પરિધની લંબાઇ વ્યાસની લંબાઇથી કેટલા ગણી છે?

ટેબલ ઉપર એક પૈસો અથવા રૂપીઓ મુકો. અને તેની આસપાસ દોરો વિંટાળી ઉપલો પ્રયોગ કરો. પરિધ અને વ્યાસની લંબાઇ કયા પ્રમાણમાં છે?

ચાર ઇંચ વ્યાસનો એક વર્તુળ દોરો. તેના પરિધના એક બિંદુથી શરૂ કરી આસપાસ દોરો વિંટાળો. એક ફેરો બરાબર પુરો થઇ રહે ત્યારે દોરો કાપી લો. આ દોરો પરિધની લંબાઇ બરાબર છે? પરિધ અને વ્યાસની લંબાઇનું પ્રમાણ શું છે?

૨·૮", ૮·૬ સે. મી., ૧·૨" વગેરેના વ્યાસ લઇ વર્તુળ દોરી ઉપલોજ પ્રયોગ કરો. પરિધ વ્યાસથી કેટલા ગણો મોટો લાગે છે? એ વિષે આ ઉપરથી કાંઇ નિયમ નીકળે છે? હા. કયો નિયમ? પરિધ વ્યાસથી ૩$\frac{1}{7}$ ગણો છે. અથવા પરિધ અને વ્યાસ ૨૨: ૭ ના પ્રમાણમાં છે.

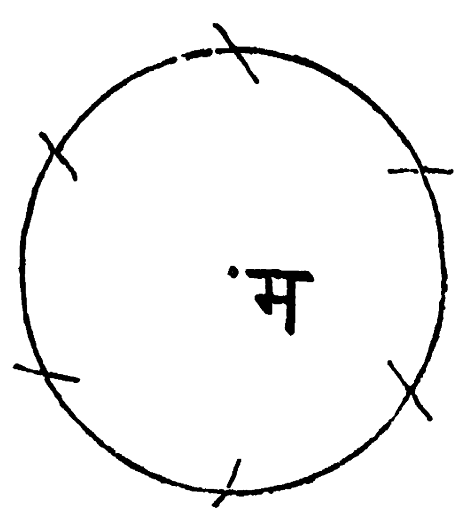
એક વર્તુળ દોરો. પરિધ ઉપર अ, ब, क, ड, ई, વગેરે બિંદુઓ પાસે પાસે લો. એ બિંદુઓમાં ટાંકણીઓ મારો. अ થી શરૂ કરી ટાંકણી

અંદર રહે તેમ તેની આસપાસ દોરો વિંટાળો. એક ફેરો પુરો થાય કે દોરો કાપી લો. આ દોરો પરિધની લંબાઇ આશરે બતાવે છે એમ માલમ પડશે. એ દોરો વર્તુળની ત્રિજ્યાથી કેટલા ગણો છે ? આશરે સવા છ ગણો.

ઉપલાજ પ્રયોગમાં अ, ब, क, ड, વગેરે તદન પાસે પાસે મુકો. અને એ પ્રયોગ કરો. આ વખતે દોરાની લંબાઇ પહેલી વખતના જેટલીજ છે ? ના. વધારે કે ઓછી છે ? વધારે.

એ પ્રમાણે अ, ब, क, ड, इ, વગેરે તદન પાસે પાસે આવે તેમ પ્રયોગ કરો. આ વખતે પરિધ ઉપર દોરો બરાબર આવે છે કે નહિ ? આવે છે.

આ પ્રયોગો પરથી માલમ પડે છે કે પરિધ ઉપર अ, ब, क, ड, વગેરે જેમ જેમ પાસે પાસે લઇએ તેમ તેમ अ ब અને તેની ઉપરના કૌંસની વચ્ચેનો તફાવત ઓછો થતો જાય છે. અને अ, ब, क, ड વગેરે છેક તદન પાસે લઇએ તો પરિધ અને अ ब क ड...ની વચ્ચે કાંઇજ તફાવત રહેતો નથી. આ ઉપરથી ઠસાવો કે વર્તુળમાં દોરેલા બહુકોણની બાજુઓની સંખ્યા જેમ વધે, એટલે બાજુઓ દરેક બહુજ નાની થાય છે તેમ એ બહુકોણની બાજુઓ પરિધની પાસે અને પાસે આવે છે; અને આખરે તેની પરિમિતિ પરિધના જેવડી થઇ રહે છે



કાગળ ઉપર કોઇ પણ વર્તુળ દોરો પરિધના કોઇ પણ બિંદુથી શરૂ કરી ત્રિજ્યાના જેવડા જેટલા ભાગ થાય તેટલા કરો. છેલ્લા અંતરનો બીજો છેડો પહેલા બિંદુ ઉપર બરાબર આવે છે ? પરિધ ઉપર કેટલા ભાગ પડયા છે ? છ. આ ભાગોની વચ્ચે વચ્ચે પરિધ ઉપર જે જે બિંદુઓ છે તેને અનુક્રમે સાંધો. આ દરેક જ્યા* માપો. દરેક કેટલી લાંબી છે ? ત્રિજ્યાના જેટલી.

*જ્યા–પરિધ ઉપરનાં કોઇ પણ બે બિંદુને જોડનારી લીટી જ્યા કહેવાય છે.

(ख) વર્તુળ અને ત્રિકોણ.

૧.૫′ ત્રિજ્યાનો વર્તુળ દોરો. ૩.૨″ ત્રિજ્યાનો વર્તુળ દોરો.

૭.૪ સે. મી. ત્રિજ્યાનો વર્તુળ દોરો. એ પ્રમાણે ચાર પાંચ બીજા વર્તુળ દોરો.

म બિંદુ આગળથી એક તોપનો ગોળો બધી બાજુ ૩½ માઇલ સુધી જાય છે તો કેટલી જગ્યામાં તોપના ગોળા પડી શકે? (૧ મા.: ૧″)

अ આગળ ઉભો રહી એક માણસ શિકાર કરે છે. તેની બંદુકની ગોળી ૪૦૦ વાર સુધી જઇ શકે તો કેટલા ભાગમાંથી તે માણસ જનાવરને મારી શકશે? (૪૦ વાર: ૧ સે. મી.)

બે કિલ્લાઓ ૧૦ માઇલને અંતરે છે. દરેકમાંથી તોપનો ગોળો ૭ માઇલ અંદર પડી શકે છે. જે સપાટીમાં બન્નેના ગોળા આવી પડે તેની આકૃતિ ૧ મા: ૧ સે. મી.ના પ્રમાણમાં કાઢો.

એક માળી એક ગોળ બગીચામાં (ત્રિજ્યા ૫૦′) તેની કોર ઉપર ઉભો રહી ૭૦′ આસપાસ પાણી છાંટી શકે છે તો જે સપાટીમાં પાણી ન જાય તેની આકૃતિ પાડો. (૧૦ ફુટ: ૧″).

૨″ દૂર હોય એવાં બે अ,ब બિંદુ લો. अથી ૨″ દૂર આવેલાં બધાં બિંદુઓ બતાવો. (अ મધ્ય બિંદુ લઇ ૨″ ત્રિજ્યાના વર્તુળનો પરિઘ દોરો) बથી ૨″ દુર આવેલાં બધાં બિંદુઓ બતાવો. अ અને ब બન્નેથી ૨″ દુર આવેલાં કેટલાં બિંદુઓ છે? બે. ધારો કે તે क, ड છે कअ, कब, डअ, डब સાંધો. अब, बक, कअ દરેક કેટલી લાંબી છે? अब, बड, डअ દરેક કેટલી લાંબી છે?

૩.૫″ દુર આવેલાં अ,ब બિંદુ લો. अથી ૪.૧″ દુર આવેલાં બધાં બિંદુ બતાવો. बથી ૨.૭″ દુર આવેલાં સઘળાં બિંદુ બતાવો. अ થી ૪.૧″ દુર અને बથી ૨.૭″ દુર આવેલાં કેટલાં બિંદુઓ છે? બે. ધારો કે તે क, ड છે. अड, बड કેટલી કેટલી લાંબી છે? अक, बक કેટલી કેટલી લાંબી છે?

ઉપલા પ્રયોગોમાં આપણે કેવાં બિંદુઓ શોધ્યાં છે ? બે આપેલાં બિંદુથી આપેલા અંતરે આવેલાં. ત્યારે આપેલાં અંતરે આવેલું બિંદુ શોધવાનો માટે આ ઉપરથી કાંઇ નિયમ નીકળે છે ખરો ? હા. બે આપેલાં બિંદુથી આપેલા અંતરે આવેલું બિંદુ શોધવાને માટે કયો નિયમ છે ?

આ બિંદુને આપેલાં બે બિંદુ જોડે સાંધીએ તો જે આકૃતિ થાય છે તે જુઓ. એમાં કેટલા ખૂણા છે ? ત્રણ કેટલી બાજુ છે ? ત્રણ.

૨.૭" દુર આવેલાં अ,ब બે બિંદુ લો. अथी ૨.૯" દુર અને बથી ૩.૩" દુર આવેલું क બિંદુ શોધી કાઢો. अब, बक, कअ સાંધો. अब કેટલી લાંબી છે ? बक કેટલી લાંબી છે ? कअ કેટલી લાંબી છે ? अबक કેવી આકૃતિ થઇ ? ત્રણ ખૂણા અને બાજુ વાળી.

ઉપર પ્રમાણેનો પ્રયોગ જુદી જુદી લંબાઇઓ લઇ ચાર પાંચ વખત કરો.

"अब, कब, कअ ત્રણ બાજુનો ત્રિકોણ બનાવવો હોય તો अब દોરો. अ મધ્યબિંદુ અને कअ ત્રિજ્યાનો એક વર્તુળ દોરો. ब મધ્યબિંદુ અને कब ત્રિજ્યાનો બીજો વર્તુળ દોરો. આ બે વર્તુળો જે બિંદુમાં છેદે તે બિંદુને अ, ब જોડે સાંધો. अबक માગેલો ત્રિકોણ છે."

ઉપલા પ્રયોગમાં अ ब, क ब, क अ લંબાઇઓ આપેલી છે. એવી લંબાઇનો જે ત્રિકોણ થાય તે દોરવાને એ પ્રયોગો પરથી કાંઇ નિયમ નીકળે છે?

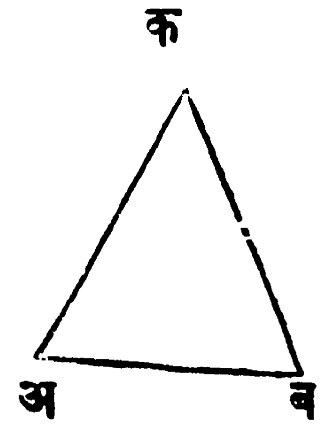
ઉપલા પ્રયોગોમાં अ ब क, अ ब ड ત્રિકોણો થયા છે તે કોઇ રીતે સરખા થાય એવું કાંઇ માલમ પડે છે ?

નીચેનાં માપ પરથી ત્રિકોણો કાઢો:—

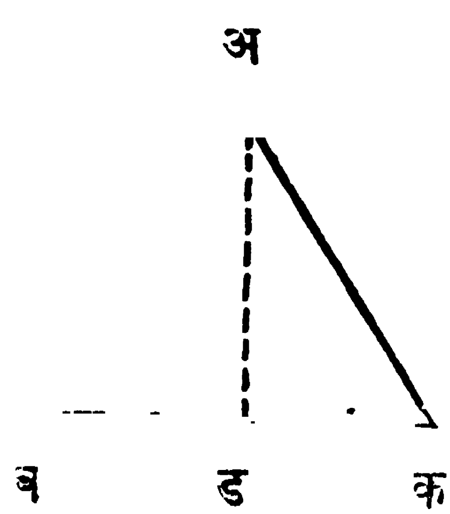
अ ब ૯.૭ સે. મી.	ब क ૯.૯ મી	कअ ૭.૭ સે. મી.
,, ૭.૭ ,,	,, ૯.૩	,, ૯.૩
,, ૫.૧ ઇંચ,	,, ૪.૨ ઇંચ,	,, ૩.૭ ઇંચ.
,, ૩.૨ ,,	,, ૪.૨ ,,	,, ૧.૭ ;
,, ૪.૨ ,,	,, ૩.૧ ,,	, ૬.૩ ,
,, ૧૧૧ મી. મી.	,, ૮૨ મી. મી.	,, ૬૧ મી. મી.
,, ૭૮ ,,	,, ૫૩ ,,	,, ૬૪

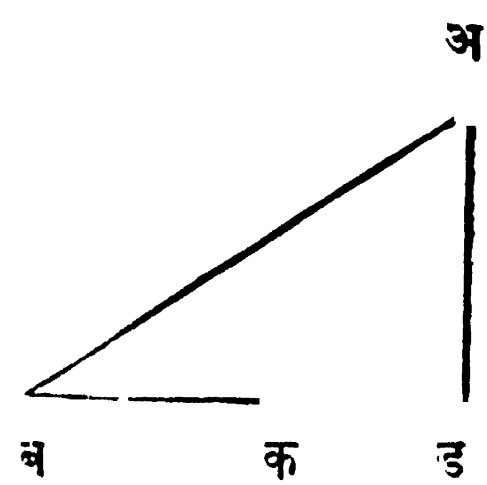
(ग) બાજુ ઉપરથી ત્રિકોણના પ્રકાર.

ત્રિકોણને જે બાજુ ઉપર ઉભેા રહેલેા આપણે ધારીએ છીએ તે બાજુ ત્રિકોણનેા **પાયેા** કહેવાય છે. अ ब ઉપર ત્રિકોણ ઉભેા છે એમ ધારીએ તેા अ ब પાયેા છે; ब क ઉપર તે ઉભેા છે એમ ધારીએ તેા ब क પાયેા છે; क अ ઉપર તે ઉભેા છે એમ ધારીએ તેા क अ પાયેા છે.

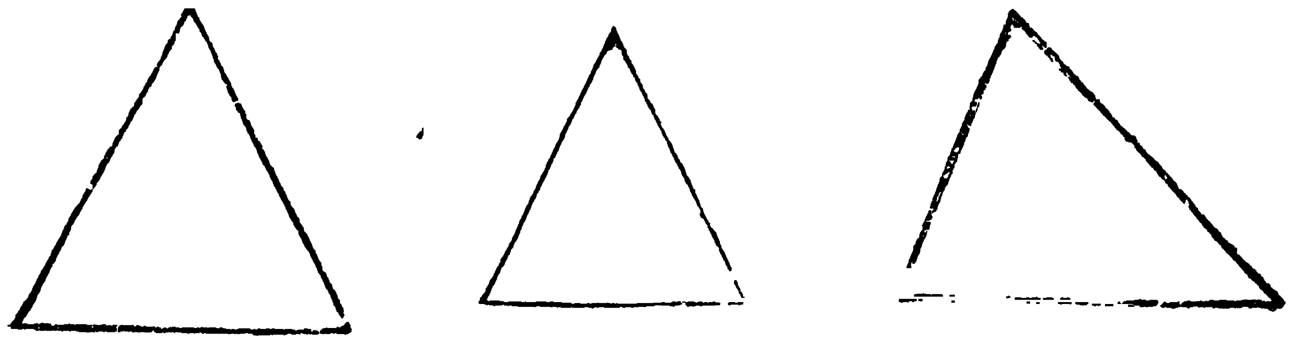


પાયાની સામેના ખૂણાને **શિરોબિંદુ આગળનેા ખૂણેા** કહે છે. **શિરોબિંદુમાંથી પાયા ઉપર દોરેલી લંબને ત્રિકોણની ઉંચાઇ કહે છે. નીચેના अबक ત્રિકોણોમાં अड દરેક ત્રિકોણની ઉંચાઈ છે.**





પાટીઆ ઉપર એકાદ (૧) સમબાજુ ત્રિકોણ, (૨) એકાદ સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ, (૩) એકાદ વિષમબાજુ ત્રિકોણ દોરેા. (૧) બતાવી બાજુઓ સરખાવેા. બાજુઓનેા કાંઇ સંબંધ માલમ પડે છે? (૨) બતાવી બાજુઓ સરખાવેા. કેટલી બાજુઓ સરખી છે? બે. (૩) બતાવી કેટલી બાજુઓ બરાબર છે? એક બાજુ બરાબર હેાય એવેા ત્રિકોણ આવી શકે ખરેા? એમ બેાલવામાં શું ભૂલ થાય છે તે કહેા.



(૧)સમબાજુ ત્રિકોણ. (૨)સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ. (૩)વિષમબાજુ ત્રિકોણ.

વ્યાખ્યા—જે ત્રિકોણમાં ત્રણે બાજુ બરાબર હોય છે તેને **સમબાજુ** (સમ=બરાબર) ત્રિકોણ કહે છે.

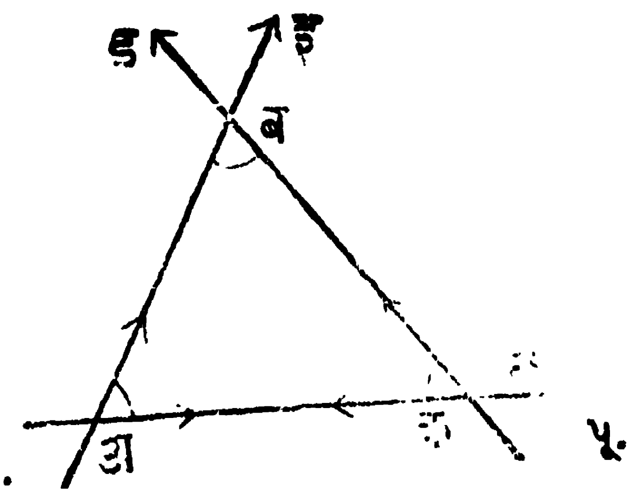
વ્યાખ્યા—જે ત્રિકોણમાં ગમે તે બે બાજુ બરાબર હોય તેને **સમદ્વિબાજુ** (સમ=બરાબર, દ્વિ=બે) ત્રિકોણ કહે છે.

વ્યાખ્યા—જે ત્રિકોણમાં કોઇ પણ બે બાજુ બરાબર નથી હોતી તેને **વિષમબાજુ** (વિષમ=બરાબર નહિ) ત્રિકોણ કહે છે.

થોડાક સમબાજુ, થોડાક સમદ્વિબાજુ, થોડાક વિષમબાજુ ત્રિકોણો વિદ્યાર્થી પાસે કંપાસથી અને ફુટપટીથી દોરાવો. પછી ફક્ત હાથથીજ દોરાવો.

(ઘ) ત્રિકોણના ત્રણે ખૂણાનો સરવાળો.

ગમે તે એક ત્રિકોણ કાઢો. તેના ત્રણે ખૂણા કાપી લો. એ ત્રણ ખૂણાને એકેકની પાસે પાસે મૂકી એક લીટીની ઉપર મૂકો. એ ત્રણે ખૂણા મળી કેટલો સરવાળો થયો? એ સરવાળો બે કાટખૂણા બરાબર છે? હા. ગમે તે એક ત્રિકોણ કાઢો. તેના ત્રણે ખૂણાને કોણમાપકથી માપો ને તેનો સરવાળો કરો. આ સરવાળો કેટલો છે? ૧૮૦°. આ પ્રમાણે ઘણી વખત કરો. આ પ્રયોગો ઉપરથી ત્રિકોણના ખૂણાના સરવાળા વિષે કાંઇ નિયમ લાગે છે? હા. કયો નિયમ લાગે છે? **ત્રિકોણના ત્રણે ખૂણા મળી બે કાટખૂણા બરાબર છે.**



अबक કોઇ પણ ત્રિકોણ લો. अक ઉપર એક પેન્સીલ તીરની દિશામાં મૂકો. क તરફ તેનો પાતળો છેડો અને अ આગળ જાડો છેડો રહેવા દો. પેન્સીલ કયી દિશામાં મૂકી છે? પશ્ચિમથી પૂર્વમાં. अ આગળ છેડાને રાખી પેન્સીલને अब ની [પ. દિશામાં લઇ જાવ. પેન્સીલ હવે કયાં છે? अब ઉપર. પાતળો છેડો કયી દિશામાં છે? अबની દિશામાં. કયા ખૂણામાંથી પેન્સીલને આપણે ફેરવી છે? ∠अમાંથી. હવે પેન્સીલને ब આગળ લઇ જાવ અને बइ દિશામાંથી बड દિશામાં મૂકો. પેન્સીલ હવે કયાં છે? बड ઉપર. કયી દિશામાં? बडની. પેન્સીલને હવે કયા ખૂણામાંથી ફેરવી છે? अबकમાંથી. પહેલાં કયા ખૂણામાંથી ફેરવી હતી? ∠अમાંથી. બે વખત મળી કયા ખૂણામાંથી ફેરવી છે? ∠अ+∠बમાંથી. હવે પેન્સીલને क આગળ कब ઉપર નીચે સેરવો પેન્સીલ હવે કયાં છે? कब ઉપર. કોઇ પણ ખૂણામાંથી અત્યારે ફેરવી છે? નહિ. પેન્સીલને ∠बकअમાંથી ફેરવો. પેન્સીલ હવે કયા છે? कअ ઉપર. અત્યારે કયા ખૂણામાંથી પેન્સીલને ફેરવી છે? ∠बकअ માંથી. પહેલાં કયા કયા ખૂણામાંથી ફેરવી હતી? ∠अ અને ∠बમાંથી. એકંદર આપણે પેન્સીલને કયા કયા ખૂણામાંથી ફેરવી છે? ∠अ+∠ब+∠कમાંથી. ત્રિકોણના ત્રણે ખૂણામાથી પેન્સીલને આપણે ફેરવી છે? હા. અત્યારે પેન્સીલ કયી દિશામાં છે? પૂર્વથી પશ્ચિમ છે? પહેલાં તે કયી દિશામાં હતી? પશ્ચિમથ પૂર્વ. ત્યારે ત્રિકોણના ત્રણે ખૂણામાંથી ફેરવતાં પેન્સીલની દિશા કેટલી બદલાઇ ગઇ? વર્તુળના કેટલા ભાગમાંથી તે ફરી? અર્ધા. કેટલાક કાટખૂણામાંથી તે ફરી? બે કાટખૂણા. ત્યારે ત્રિકોણના ત્રણે ખૂણાના સરવાળા વિષે શું અનુમાન કરો છો? **ત્રિકોણના ત્રણે ખૂણા મળી બે કાટખૂણા બરાબર છે.**

પ્રશ્નો.

૧. ત્રિકોણમાં નીચેના બે ખૂણા આપ્યા હોય તો ત્રીજો ખૂણો કેવડો?

(૧) ૫૪°, ૭૬°; (૨) ૪૧°, ૯૧°; (૩) ૫૩°, ૫૭°; (૪) ૬૧°, ૭૯°; (૫) ૭૨°, ૯૧°; (૬) ૧૧૫°, ૨૩°; (૭) ૪૭°, ૫૧°.

૨. નીચે પ્રમાણેનો એકેક ખૂણો આપેલો છે અને બાકીના બન્ને ખૂણા સરખા છે એવા ત્રિકોણના ખૂણાનાં માપ શું?

૫૨°, ૪૭°, ૨૬°, ૪૨°, ૬૮°, ૭૨°, ૪૧°. અને ૧૫°.

૩. પ્રશ્ન ૨માં જે સરખા ખૂણા છે તે દરેક તેમાં જે ખૂણો આપ્યો છે તેના જેવડો છે તો ત્રિકોણના ખૂણાનાં માપ શું?

૪. જો ત્રિકોણમાં ત્રણે ખૂણા સરખા હોય તો દરેક ખૂણો કેવડો?

૫. નીચેના ખૂણાવાળા ત્રિકોણો કોઈ પણ પાયા ઉપર આવી શકે ખરા?

(૧) ૯૦°, ૬૦°, ૩૦°; (૨) ૭૧°, ૯૦°, ૨૦°; (૩) ૧૩૫°, ૨૧°, ૨૩°; (૪) ૬૭°, ૩૩°, ૯૯°; (૫) ૩૧°, ૩૨°, ૧૧૫°; (૬) ૧૨°, ૬૨°, ૧૦૬°; (૭) ૨૫°, ૪૫°, ૧૧૦°; (૮) ૫૦°, ૭૦°, ૬૧°; (૯) ૧૫°, ૫૫°, ૧૧૦°.

૬. ઉપરના પ્રશ્નમાં ત્રિકોણ ન બની શકે તો તેનું શું કારણ છે?

૭. ત્રિકોણ ન બને તેવા ખૂણાની દશ જોડ બોલો.

૮. એક લીટી દોરો. તેના બન્ને છેડા ઉપર એકેક લીટી સાંકડો ખૂણો કરે તેમ દોરો. આ ત્રણ લીટીઓથી ત્રિકોણ બને છે?

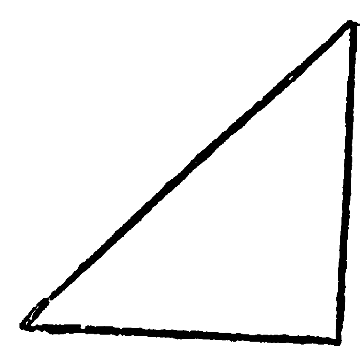
૯. એક લીટી દોરો. તેના બન્ને છેડા ઉપર એકેક લીટી કાટખૂણો કરે તેમ દોરો. આ ત્રણ લીટીઓથી ત્રિકોણ બને છે? કારણ કહો.

૧૦. એક લીટી દોરો. તેના બન્ને છેડા ઉપર એકેક લીટી પહોળો ખૂણો કરે તેમ દોરો. આ ત્રણ લીટીઓથી ત્રિકોણ બને છે?

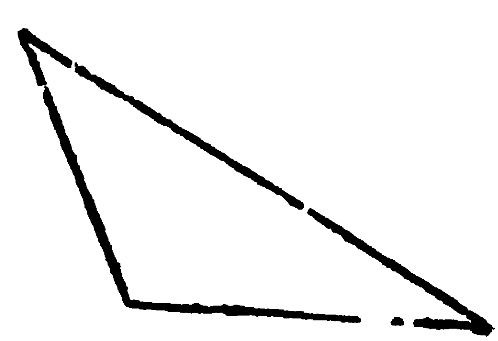
૧૧. કોઈપણ ત્રિકોણમાં નીચેના ખૂણાની કયી કયી જોડ હોઈ શકે?

	૧ લો ખૂણો.	૨ જો ખૂણો.	૩ જો ખૂણો.
(૧)	કાટખૂણો.	સાંકડો ખૂણો.	સાંકડો ખૂણો.
(૨)	કાટખૂણો.	સાંકડો ખૂણો.	પહોળો ખૂણો.
(૩)	સાંકડો ખૂણો.	સાંકડો ખૂણો.	સાંકડો ખૂણો.
(૪)	પહોળો ખૂણો.	પહોળો ખૂણો.	સાંકડો ખૂણો.
(૫)	કાટખૂણો.	કાટખૂણો.	સાંકડો ખૂણો.
(૬)	સાંકડો ખૂણો.	સાંકડો ખૂણો.	પહોળો ખૂણો.
(૭)	પહોળો ખૂણો.	પહોળો ખૂણો.	પહોળો ખૂણો.
(૮)	કાટખૂણો.	કાટખૂણો.	કાટખૂણો.

(ઙ) ખૂણા ઉપરથી ત્રિકોણનો પ્રકાર.



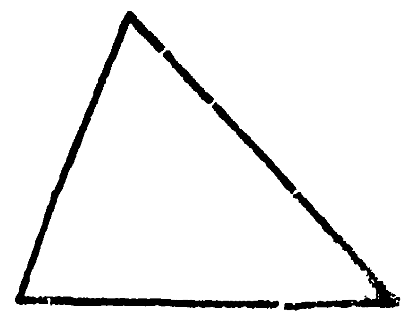
પાટીયા ઉપર એકાદ કાટખુણ (૧), એકાદ **પહોળખુણ** (૨) અને એકાદ **સાંકડખુણ** (૩) ત્રિકોણ દોરો. (૧)બતાવી આ ખુણો કેવો છે? **કાટખુણો.** એ ત્રિકોણમાં બીજો કાટખુણો આવી શકે ખરો ? નહિ. ત્રિકોણમાં કેટલા કાટખૂણા આવી શકે ? **એકજ.** જે ત્રિકોણમાં એક ખુણો કાટખુણો હોય તેને **કાટખૂણ ત્રિકોણ** કહે છે.



(૨) બતાવી આ ખુણો કેવો છે ? **પહોળો ખુણો.** એ ત્રિકોણમાં બીજો પહોળો ખુણો આવી શકે ખરો ? નહિ. ત્યારે ત્રિકોણમાં કેટલા પહોળા ખૂણા આવી શકે? **એકજ.** જે ત્રિકોણમાં એક ખુણો પહોળો ખુણો હોય તેને **પહોળખૂણ ત્રિકોણ** કહે છે.

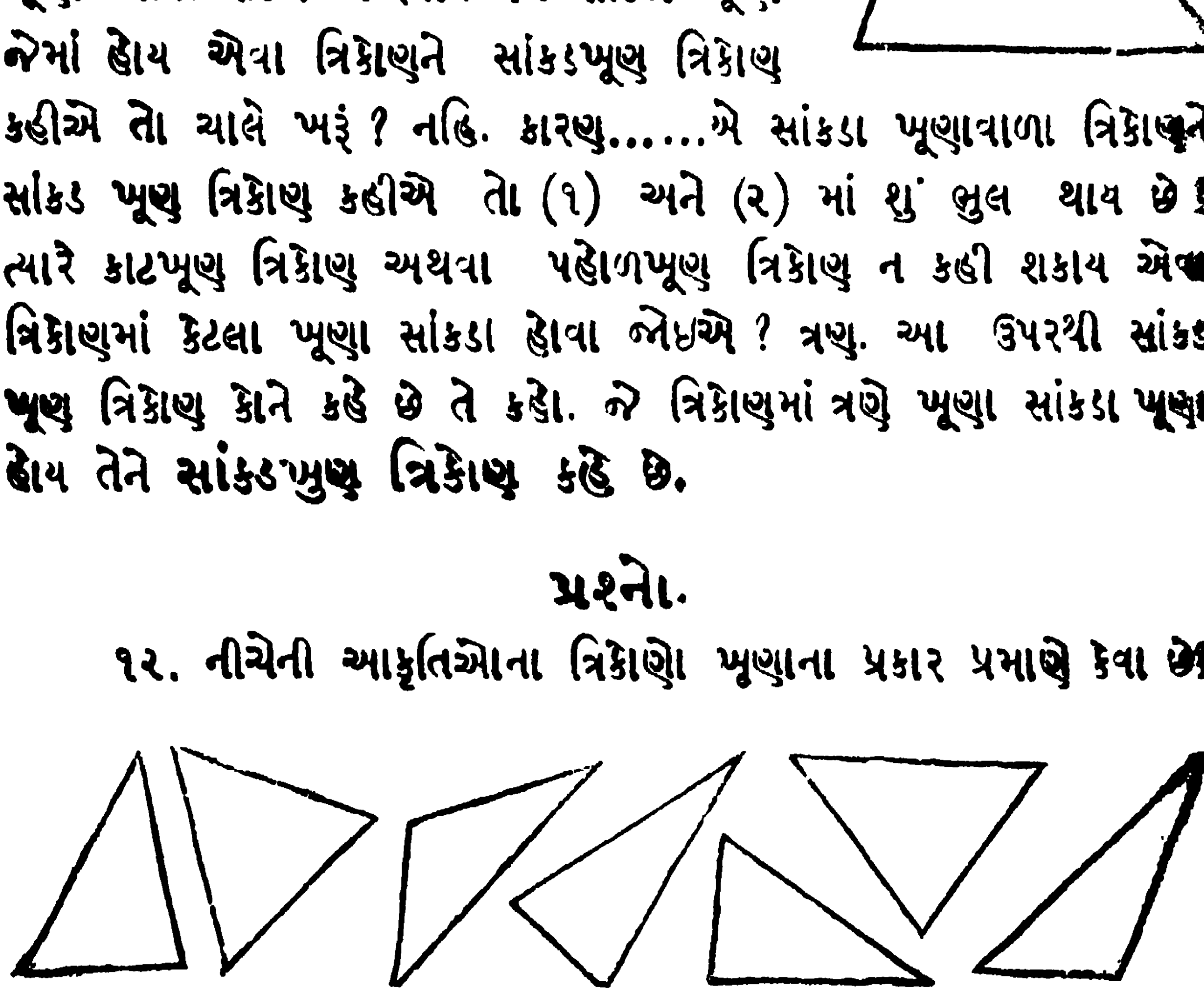
(૩) જો ત્રિકોણ બતાવો. આમાં કેટલા સાંકડા ખુણા છે ?

(૧) માં કેટલા સાંકડા ખુણા છે ? બે. (૨) માં કેટલા સાંકડા ખુણા છે ? બે. ત્યારે કોઇ પણ ત્રિકોણમાં ઓછામાં ઓછા કેટલા સાંકડા ખૂણા આવી શકે ? બે. ત્યારે બેજ સાંકડા ખૂણા જેમાં હોય એવા ત્રિકોણને સાંકડખૂણ ત્રિકોણ કહીએ તો ચાલે ખરૂં ? નહિ. કારણ......એ સાંકડા ખૂણાવાળા ત્રિકોણને સાંકડ ખૂણ ત્રિકોણ કહીએ તો (૧) અને (૨) માં શું ભુલ થાય છે ? ત્યારે કાટખૂણ ત્રિકોણ અથવા પહોળખૂણ ત્રિકોણ ન કહી શકાય એવા ત્રિકોણમાં કેટલા ખૂણા સાંકડા હોવા જોઇએ ? ત્રણ. આ ઉપરથી સાંકડ ખૂણ ત્રિકોણ કોને કહે છે તે કહો. જે ત્રિકોણમાં ત્રણે ખૂણા સાંકડા ખૂણા હોય તેને **સાંકડખુણ ત્રિકોણ કહે છે.**



પ્રશ્નો.

૧૨. નીચેની આકૃતિઓના ત્રિકોણો ખુણાના પ્રકાર પ્રમાણે કેવા છે?



૧૩. એક કાટખુણ ત્રિકોણ દોરો. તેના બે સાંકડા ખુણા કાપી લઇ કાટખુણા ઉપર પાસે પાસે ગોઠવો. એ બન્ને ખુણા નીચેના ખુણા ઉપર બરાબર મળી રહે છે ?

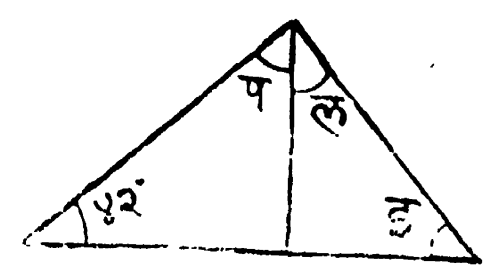
૧૪, પ્રશ્ન ૧૩માં સાંકડા ખૂણા માપી તેનો સરવાળો કરો.

એ બે ખુણા મળી એક કાટખુણા બરાબર છે ? એ બે ખુણાને અરસપરસ શું કહી શકો ?

૧૫. કાટખુણ ત્રિકોણમાં એક સાંકડો ખુણો ૫૩°, ૩૭°, ૪૮°, ७१°, ૧૯°, ૫૯°, ૬૭° કે ૩૯° હોય તો બીજો સાંકડો ખુણો કેવડો ?

૧૬. કાટખુણ ત્રિકોણમાં બે સાંકડા ખુણા અરસપરસ કોટિખુણા છે કે નહિ તે કોઇ પણ પાંચ કાટખુણ ત્રિકોણ લઇ તપાસી જુઓ.

૧૭. अबक ત્રિકોણમાં ∠बअक કાટખુણો છે. અને अड, बक ઉપર લંબ છે. જો ∠ब=૪૨° હોય તો ∠प કેવડો છે? ∠ल કેવડો? ∠इ કેવડો?

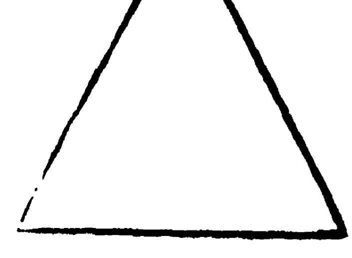


૧૮. પ્રશ્ન ૧૭માં ∠ब=૩૫°, ૪૭° ૬૩', ૫૧°. ૧૯', ૨૩° કે ૭૧° હોય તો ∠इ, ∠ल, ∠प દરેકનું મહત્વ કાઢો.

(च). ત્રિકોણના બાહ્ય ખૂણા.

કોઇ પણ अबक ત્રિકોણ દોરો. તેની बक બાજુ ड સુધી લંબાવો. अकड ખૂણો ત્રિકોણની બહાર છે કે અંદર? બહાર. अकड ખૂણાને ત્રિકોણનો બાહ્ય ખૂણો કહે છે? ત્રિકોણની ત્રણે બાજુને બબ્બે દિશામાં લંબાવો. ત્રિકોણના કેટલા બાહ્ય ખૂણા છે? છ. પણ ત્રિકોણના દરેક શિરો બિંદુ આગળના સામસામેના કેટલા ખૂણા છે? બે. એ બે સરખા છે? હા. તેથી દરેક શિરોબિંદુ આગળના એકજ બહારના ખૂણાને બાહ્યખૂણા તરીકે ગણવામાં આવે છે અને તેથી ત્રિકોણની ત્રણે બાજુને અનુક્રમે લંબાવીએ તો એ પ્રમાણે થતા બહારના ત્રણ ખુણા ત્રિકોણના બાહ્યખુણા લેવાય છે.

अ ब क એક ત્રિકોણ દોરો. अ, ब અને क એ ત્રણે ખુણાનો સરવાળો શું? બે કાટખુણા. ત્યારે ∠अ+∠ब નો ન્યૂનતાપૂરક ખુણો કયો? ∠क. તેમજ ∠ब+∠क નો ન્યૂનતાપૂરક ખુણો કયો? ∠अ. અને ∠अ+∠क નો ન્યૂનતાપૂરક ખુણો કયો? ∠ ब.



એક બીજો अ ब क ત્રિકોણ દોરો. તેની ब क બાજુ ड સુધી લંબાવો. ∠ अ क ब નો ન્યૂનતાપૂરક ખુણો કયો? ∠ अ क ड. અને ઉપલા પ્રયોગ પ્રમાણે બીજો જવાબ શું? ∠अ+∠ब. ત્યારે ∠ अ क ड અને (∠अ+∠ब) નો શું સંબંધ હોવો જોઇએ? તે બરાબર હોવા જોઇએ. આ ઉપરથી ત્રિકોણના બાહ્ય ખુણા અને અંદરના ખુણાનો શું સંબંધ હોવો જોઇએ? એ વિષે કાંઇ નિયમ નીકળે છે?

"ત્રિકોણનો કોઇ પણ બાહ્ય ખુણો ત્રિકોણની માંહેના તે બાહ્યખુણાની પાસેના ખુણા સિવાયના બાકીના બે ખુણાના સરવાળા બરાબર છે."

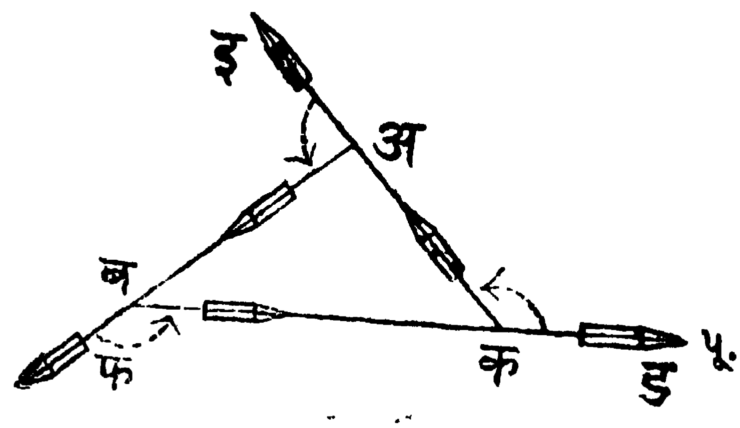
ત્રિકોણના બાહ્ય ખુણાનો સરવાળો.

કોઇપણ अ ब क ત્રિકોણ દોરો. તેની ત્રણે બાજુ અનુક્રમે લંબાવો. બહારના ત્રણે ખુણા કાપી કાઢો. અને તેને પાસે પાસે એકજ શિરોબિંદુ આગળ ગોઠવો. એ કેટલા કાટખુણા બરાબર છે? ચાર.

अबक ત્રિકોણ દોરી તેના બાહ્યખુણાઓ માપો અને તેનો સરવાળો કરો. કેટલા કાટખુણા બરાબર છે? ચાર. એક अबक ત્રિકોણ દોરો. તેની ત્રણે બાજુ અનુક્રમે લંબાવો. ब આગળના અંદરના અને બહારના ખુણાનો સરવાળો શું? બે કાટખુણા. क આગળના અંદરના અને બહારના ખુણાનો સરવાળો શું? બે કાટખુણા. अ આગળના એજ બન્ને ખુણાનો સરવાળો શું? બે કાટખુણા. ત્યારે अ, ब, क આગળના ત્રણે અંદરના અને ત્રણે બહારના ખુણાનો સરવાળો શું? છ કાટખુણા. અને ત્રિકોણના ત્રણે અંદરના ખુણાનો સરવાળો શું? બે કાટખુણા. ત્યારે ત્રિકોણના ત્રણે બાહ્ય ખુણાનો સરવાળો શું? ચાર કાટખુણા.

આ ઉપરથી ત્રિકોણના બાહ્યખુણાના સરવાળા વિશે શું અનુમાન કરો છો? **એ સરવાળો ચાર કાટખુણા બરાબર છે.**

પછી નીચે પ્રમાણેનો પ્રયોગ કરાવી એ નિયમ બરાબર ઠસાવો.



अबक એક ત્રિકોણ લો. बक ઉપર એક પેન્સીલ મૂકો અને તેનો જાડો છેડો क આગળ લાવો. પેન્સીલનો તીણો છેડો કયી દિશામાં પ. છે? પૂર્વમાં. એ લક્ષમાં રાખો.

પેન્સીલને क આગળના બહારના ખુણામાંથી ફેરવી कअ ઉપર લાવો. પેન્સીલ કયા ખુણામાંથી ફરી? ∠अकडમાંથી. પેન્સીલને अ આગળ ખસેડી अ આગળના બહારના ખુણામાંથી તેને अब ઉપર આવે તેમ ફેરવો. હવે પેન્સીલ કયા ખુણામાંથી ફરી? ∠इअब માંથી. પેન્સીલને ब આગળ ખસેડી ब આગળના બાહ્યખુણામાંથી ફેરવો. હવે પેન્સીલ કયા ખુણામાંથી ફરી? ∠फबकમાંથી. ત્યારે પેન્સીલ એકંદર કયા કયા ખુણામાંથી ફરી? ત્રિકોણના ત્રણે બાહ્યખુણામાંથી. પેન્સીલનો તીણો છેડો કયા દિશામાં છે? પૂર્વમાં. પહેલાં કયી દિશામાં તે હતો? પૂર્વમાં. ત્યારે પેન્સીલ ફરીને પાછી તેજ દિશામાં આવી. પેન્સીલને ઘડી ઘડીએ ફેરવી ત્યારે તે પૂર્વમાંજ હંમેશાં હતી? નહિ. તેની દિશા બદલાતી હતી. ત્યારે એ પ્રમાણે ફરતાં આ પ્રયોગમાં તે કેટલા આંટા ફરી? એક આખો આંટો. અને એક આખો આંટો ફરે ત્યારે વર્તુળનો કેટલામો ભાગ તે ફરી હશે? આખો વર્તુળ. ત્યારે કેટલા કાટખુણામાંથી તે ફરી? ચાર કાટખુણામાંથી. ત્યારે ત્રિકોણના ત્રણે બાહ્યખુણાનો સરવાળો શું? ચાર કાટખૂણા.

(छ.) બહુકોણ આકૃતિના બાહ્યખૂણાનું મહત્ત્વ.

વ્યાખ્યા—ચાર કરતાં વધારે સીધી લીટીઓથી નિયમિત બનેલી આકૃતિને બહુકોણ કહેછે.

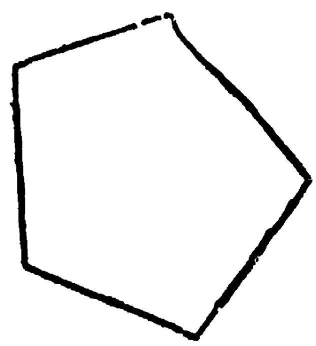
વ્યાખ્યા—ચાર સીધી લીટીથી નિયમિત થએલી આકૃતિને **ચતુષ્કોણ** કહે છે.

વ્યાખ્યા—પાંચ સીધી લીટીથી નિયમિત થએલી આકૃતિને **પંચકોણ** કહે છે.

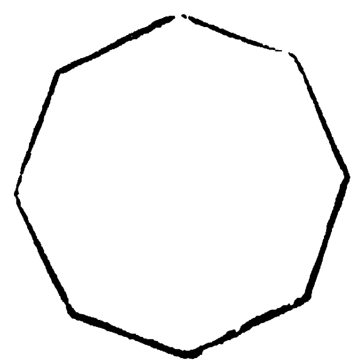
વ્યાખ્યા—છ સીધી લીટીથી નિયમિત થએલી આકૃતિને **ષટ્કોણ** કહે છે.



ચતુષ્કોણ.



પંચકોણ.



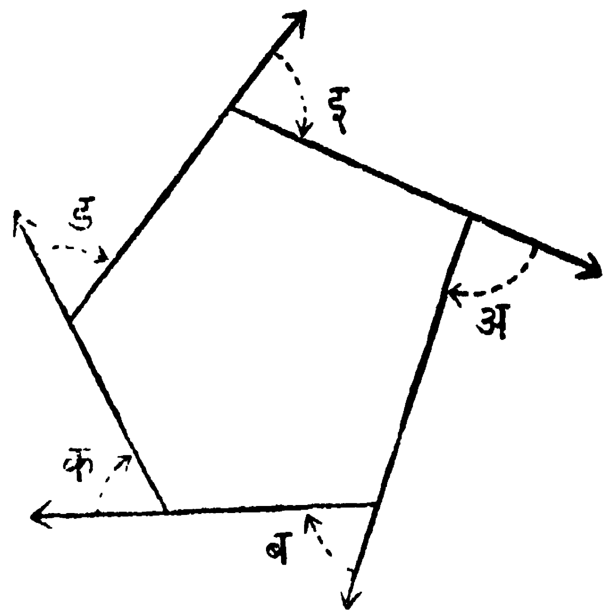
અષ્ટકોણ.

વ્યા૦—સાત, આઠ, નવ, દશ અને બાર સીધી લીટીથી નિયમિત થએલી આકૃતિને અનુક્રમે **સપ્તકોણ**, **અષ્ટકોણ**, **નવકોણ**, **દશકોણ**, અને **દ્વાદશકોણ**, કહે છે.

કોઇ પણ ચતુષ્કોણ દોરો. તેની બાજુઓ અનુક્રમે લંબાવો. અને બહારના ખુણાઓ કોણ માપકથી માપો. સરવાળો કરો. એ કેટલા કાટખુણા બરાબર છે? ચાર. ચતુષ્કોણના બહારના ખુણાઓ કાપી લઇ એકેકની પાસે પાસે ગોઠવો. એ બરાબર મળી રહે છે? હા. ત્યારે એ કેટલા કાટખુણા બરાબર છે? ચાર.

કોઇ પણ પંચકોણ, ષટ્કોણ, સપ્તકોણ, વગેરે લો. તેની બાજુઓ અનુક્રમે લઇ ઉપલો પ્રયોગ કરો. દરેક આકૃતિમાં બહારના ખૂણાનો સરવાળો કેટલા કાટખૂણા બરાબર થાય છે તે જુઓ. આ ઉપરથી બહુકોણના બાહ્ય ખૂણાઓના સરવાળા વિષે શું નિયમ છે? **એ સરવાળો ચાર કાટખૂણા બરાબર છે.**

પછી પાસેની આકૃતિ લઇ એ નિયમ ઠસાવવાને પાના ૯૦ ઉપર બતાવ્યા પ્રમાણે પ્રયોગ કરો અને પ્રશ્નોતર કરી બતાવો કે કોઇ પણ *સીધી લીટી આકૃતિના બાહ્યખૂણાનો સરવાળો ચાર કાટખૂણા બરાબર છે.



(ज) બહુકોણના અંદરના ખૂણાનાં મહત્ત્વ.

૧લી રીત. કોઇપણ સીધી લીટી આકૃતિ લો. તેનાં શિરોબિંદુઓને સામેના એક શિરોબિંદુ જોડે સાંધો. આમ કરવાથી ચતુષ્કોણના ત્રિકોણ થાય છે. અને દરેક ત્રિકોણના અંદરના ખૂણા કેટલા કાટખૂણા બરાબર છે? બે. તેથી ચતુષ્કોણમાં બધા ખૂણાનો સરવાળો કેટલા ત્રિકોણના ખૂણાના સરવાળા બરાબર છે? બે. એટલે કેટલા કાટખૂણા બરાબર છે? ૨×૨=૪ કાટખૂણા. એજ પ્રમાણે બરાબર ઠસાવો કે

પંચકોણ=૩	ત્રિકોણ.	ખૂણાનો સરવાળો	=૨×૩=૬	કાટખૂણા.
ષટ્કોણ =૪	ત્રિકોણ;	,,	=૨×૪=૮	કાટખૂણા.
અષ્ટકોણ=૬	ત્રિકોણ;	,,	=૨×૬=૧૨	કાટખૂણા.
નવકોણ=૭	ત્રિકોણ;	,,	=૨×૭=૧૪	કાટખૂણા.

૨ જી રીત. ઉપર પ્રમાણેની સીધી લીટી આકૃતિ દોરો. દરેકના અંદરના ખૂણાઓ પ્રોટ્રેકટરથી માપો અને સરવાળો કરો. ઉપર બતાવ્યા પ્રમાણે પરિણામ આવે છે?

---

*સીધી લીટીઓથી નિયમિત થએલી આકૃતિ તે સીધી લીટી આકૃતિ.

૩ જી રીત. કોઇપણ **अवक्रड** ચતુષ્કોણ દોરો. તેની બાજુઓ અનુક્રમે લંબાવો. **अ** આગળના બન્ને ખૂણાનો સરવાળો શું ? બે કાટખુણા. **ब** આગળના બન્ને ખુણાનો સરવાળો શું ? બે કાટખુણા. વગેરે. ત્યારે ચતુષ્કોણની ચાર બાજુઓ છે, એટલે ચાર શિરોબિંદુઓ છે, તેથી ચતુષ્કોણના અંદરના અને બહારના ખુણાઓનો સરવાળો શું ? આઠ કાટખૂણા છે ? ત્યારે આ ખુણાઓનો બાજુની સંખ્યા સાથે કાંઇ સંબંધ છે ? **જેટલી બાજુ છે તેથી બમણા કાટખૂણા.** ફક્ત બહારના ખુણાનો સરવાળો શું ? ચાર કાટખુણા. ઉપલા સરવાળામાંથી એ બાદ કરો તો ચતુષ્કોણના અંદરના ખુણાનો સરવાળો કેટલા કાટખુણા બરાબર છે ? ચાર.

પંચકોણ, ષટ્કોણ, વગેરે આકૃતિ લઇ ઉપલો પ્રયોગ કરો. પંચકોણના અંદરના ખુણાઓ કેટલા કાટખૂણા બરાબર છે ? જેટલી બાજુ છે તેથી બમણા કાટખુણામાંથી ચાર કાટખુણા જતાં જે બાદબાકી રહે તેની બરાબર. ૫×૨=૧૦; ૧૦−૪=૬ કાટખુણા. ષટ્કોણના અંદરના ખુણાઓનો શું સરવાળો? ૬×૨=૧૨; ૧૨−૪=૮,, સપ્તકોણના અંદરના ખુણાઓનો શું સરવાળો ? ૭×૨=૧૪; ૧૪−૪=૧૦,, એક સીધી લીટી આકૃતિની દશ, બાર, પંદર કે વીશ બાજુઓ છે તો તેના અંદરના ખુણાઓ કેટલા કેટલા કાટખુણા બરાબર છે?

આ પ્રયોગો ઉપરથી કોઇ પણ સીધી લીટી આકૃતિના અંદરના બધા ખુણાના સરવાળા વિષે કાંઈ નિયમ તમને લાગે છે ? સીધી લીટી આકૃતિની જેટલી બાજુ છે તેથી બમણા કાટખુણામાંથી ચાર કાટખુણા ઓછા કરી જે બાદબાકી આવે તેટલા કાટખૂણા બરાબર બધા અંદરના ખુણા છે.

૪ થા રીત–ત્રિકોણ, પંચકોણ આકૃતિના સબંધી ૯૦ મે પાને બનાવ્યા પ્રમાણે પેન્સીલ ફેરવીને જે પ્રયોગ કર્યો છે તે પ્રયોગ ચતુષ્કોણ, ષટ્કોણ, વગેરેના બાજુઓ ઉપર પેન્સીલ મુકી કરો. અને તે પેન્સીલ દરેક આકૃતિના પ્રયોગમા કેટલી કેટલી વખત આખાં ચક્કર ફરે છે તે જુઓ. આ ઉપરથી સીધીલીટી આકૃતિના અંદરના ખુણા સબંધી ઉપલો નિયમ ઠસાવો.

૫ મી રીત—કોઇ પણ સીધી લીટી આકૃતિ લો. તેની અંદર કોઇ પણ **म** બિંદુ લો. આકૃતિનાં શિરોબિંદુઓને **म** સાથે સાંધો. આકૃતિના કેટલા ત્રિકોણ થયા? જેટલી બાજુ છે તેટલા. ત્રિકોણના ત્રણે ખુણા મળી બે કાટખુણા બરાબર છે એ નિયમ ઉપરથી આકૃતિના ત્રિકોણોના ખુણાનો સરવાળો શું? જેટલી આકૃતિની બાજુ છે તેથી બમણા કાટખુણા બરાબર. **म** આગળના બધા ખુણાનો સરવાળો શું? ચાર કાટખૂણા. તેથી ત્રિકોણના બધા ખુણામાંથી એ ચાર કાટખુણા જતા રહેતાં જે ખૂણા રહ્યા તે કોના ખુણા રહેશે? આપેલી આકૃતિના અંદરના ખુણા. ત્યારે આકૃતિની બાજુની સંખ્યા "અ" હોય તો તેના બધા અંદરના ખુણાનો સરવાળો ૨×અ–૪ કાટખુણા છે એ નિયમ સિદ્ધ કરો.

પ્રશ્નો.

૧૯. કોઇ પણ ચતુષ્કોણમાં નીચે પ્રમાણેના ત્રણ ખુણા છે તો ચોથો ખુણો કેવડો છે તે કહો:—

૧૨°, ૧૧૫°, ૭૩; ૯૭°, ૮૧°, ૫૭°; ૬૨°, ૯૦°, ૧૨૭°; ૧૨૫°, ૮૪°, ૬૩°; ૯૭°, ૫૪°, ૬૨°; ૮૧°, ૮૮°, ૮૮°.

૨૦. એક ચતુષ્કોણમાં બે ખુણા ૧૧૦° અને ૬૬° છે અને બાકીના બે સરખા છે તો તે ખૂણા કેવડા છે તે કહો.

૨૧. પ્રશ્ન ૨૦ માં બે ખુણા ૫૩° અને ૫૯°, ૯૩° અને ૭૭°, ૪૯° અને ૧૨૧°, ૮૯° અને ૧૩૩°ના છે તો બાકીના ખુણા કેવડા છે?

૨૨. એક ચતુષ્કોણમાં પહેલો ખુણો બીજાથી બમણો, બીજો ત્રીજાથી બમણો અને ત્રીજો ચોથાથી બમણો છે તો દરેક ખુણો કેવડો છે?

૨૩. એક ચતુષ્કોણમાં બધા ખુણા સરખા છે તો દરેક ખુણો કેવડો છે?

૨૪. એક ચતુષ્કોણમાં પહેલો ખુણો બીજાથી ત્રીજે ભાગે છે, બીજો ત્રીજાની બરાબર અને પહેલો ચોથાથી બમણો છે તો દરેક ખુણો કેવડો?

૨૫. એક ચતુષ્કોણમાં બે ખૂણા કાટખૂણા અને બાકીના બેમાંથી એક બીજાથી બમણો છે તો આ ખુણા કેવડા છે?

૨૬. એક *નિયમિત કે સમ ચતુષ્કોણમાં દરેક ખુણો કેવડો છે?

૨૭. નિયમિત પંચકોણ, ષટ્કોણ, અષ્ટકોણ, દશકોણ અને દ્વાદશકોણનો દરેક ખુણો કેવડો છે તે કહો.

૨૮. નિયમિત ચતુષ્કોણ, પંચકોણ, ષટ્કોણ, સપ્તકોણ, અષ્ટકોણ અને દશકોણનો દરેક બહારનો ખુણો કેવડો છે તે કહો.

૨૯. એક ચતુષ્કોણમાં બે પાસેના ખૂણા મળી ૨૦૦°ના છે તો બાકીના ખૂણાને દુભાગનારી લીટીની વચ્ચેનો ખૂણો કેવડો છે?

૩૦. એક ચતુષ્કોણમાં બે પાસેના ખૂણા મળી ૧૭૦° ના છે તો તેની પાસેના બહારના ખૂણાઓને દુભાગનારી લીટીઓ વચ્ચેનો ખૂણો કેવડો છે?

૩૧. એક પંચકોણમાં ત્રણ ખૂણા દરેક ૮૦° ના છે અને બાકીના બે સરખા છે તો તે દરેક ખૂણો કેવડો છે?

૩૨. એક પંચકોણમાં ચાર ખૂણા સરખા છે, અને પાંચમો ખૂણો એ દરેકથી અર્ધો છે તો દરેક ખૂણો કેવડો છે?

૩૩. એક પંચકોણમાં ત્રણ ખૂણા સરખા છે, અને બાકીના બેમાંથી એ પૈકી એકથી અર્ધો, અને પાંચમો ખૂણો ચોથા કરતાં ત્રણગણો છે તો દરેક ખૂણો કેવડો હશે?

૩૪. એ ષટ્કોણમાં ત્રણ ખૂણા સરખા છે અને બાકીનો દરેક પહેલા ત્રણ પૈકી એકથી અર્ધો છે તો દરેક ખૂણો કેવડો?

૩૫. એક (નિયમિત) સમ બહુકોણમાં દરેક ખૂણો (૧) ૧૦૮°; (૨) ૧૭૦°; (૩) ૧૪૦°; (૪) ૧૫૦° છે તો તેની કેટલી બાજુઓ છે?

૩૬. ઓછામાં ઓછું બાજુવાળા સમકોણમાં દરેક ખુણો કેવડો?

---

*જે આકૃતિના બધા બાજુ સરખી અને બધા ખૂણા સરખા હોય તે.

૩૭. એક સમકોણમાં બહારનો દરેક ખુણો (૧) ૩૦°; (૨) ૪૦°; (૩) ૧૫°; (૪) ૯૦°; (૫) ૨૪°; અને (૬) ૧૦°; છે તો તેની કેટલી કેટલી બાજુ છે તે કહો.

૩૮. જેમાં ૧૧°, ૧૩°, ૧૫°, અને ૩૩° નો દરેક બહારનો ખૂણો હોય એવો નિયમિત બહુકોણ બની શકે કે નહિ ? કારણ આપો.

(ग) *સર્વસમાન અથવા એકરૂપ ત્રિકોણો.

નોટ—ત્રિકોણોની *સર્વસમાનતાના નીચેના પ્રયોગો (દરેક) નવ દશ વખત કરાવી તેના નિયમો બરાબર ઠરાવવા.

(૧) કોઇપણ अबक ખૂણો લો. તેવડોજ બીજો डइफ ખૂણો કરો. ब अ મરજી પડે તેવડી કાપો અને इड, बअ ના જેવડીજ કાપો. बक મરજી પડે તેવડી કાપો અને इफ, बक ના જેવડીજ કાપો. अक અને डफ સાંધો. अबक ત્રિકોણને ઉંચકીને डइफ ત્રિકોણ ઉપર મુકો, એવી રીતે કે अब, डइના ઉપર બરાબર પડે. ત્રિકોણો એક બીજા ઉપર મળી જાય છે ? આવા ત્રિકોણોની સર્વસમાનતા વિષેનો શું નિયમ આ પ્રયોગ ઉપરથી નીકળે છે ?

"જો એક ત્રિકોણની બે બાજુ અનુક્રમે બીજા ત્રિકોણની બે બાજુની બરાબર હોય અને એ બાજુઓની વચ્ચેના અંતખુણા બરાબર હોય તો ત્રિકોણો બધી રીતે બરાબર છે."

(૨) કોઇ પણ अबक ખૂણો લો અને તેવડોજ બીજો डइफ ખુણો લો. बक જોઇએ તેવડી લો અને તેવડીજ લીટી इफ પણ લો. क આગળ बकअ ખુણો જોઇએ તેવડો કરો અને તેવડોજ इफड ખુણો फ

* સર્વસમાન—જે આકૃતિઓનાં બાજુઓ અને ખુણાઓ અનુક્રમે લેતાં બરાબર હોય તે. એટલે આકૃતિઓ બધી રીતે બરાબર હોય તે (ક્ષેત્રફળમાં સુદ્ધાં).

આગળ પણ કરો. अबक ત્રિકોણ ઉંચકીને (અથવા પાતળા કાગળ ઉપર નકલ કરીને) डइफ ત્રિકોણ ઉપર મૂકો, એવી રીતે કે बक, इफ ઉપર બરાબર આવી રહે. ત્રિકોણો એક બીજા ઉપર બરાબર મળી જાય છે? આવા ત્રિકોણની સર્વ સમાનતા વિષેનો શું નિયમ આ પ્રયોગો પરથી નીકળે છે?

"એક ત્રિકોણની એક બાજુ બીજા ત્રિકોણની એક બાજુની બરાબર હોય અને એ બાજુઓ ઉપરના (છેડાના) ખુણાઓ પણ બરાબર હોય તો ત્રિકોણો સર્વસમાન છે."

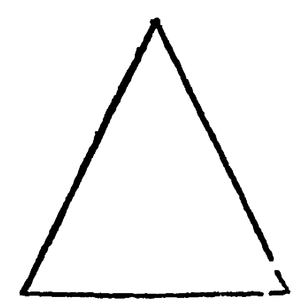
(૩) अबक ખુણો મરજી પડે તેવડો કરો. डइफ ખુણો ∠ अबक ના જેવડોજ કરો. बअ જોઇએ તેવડી કાપો અને इड પણ તેવડીજ કાપો. ∠अकबની નકલ તેલીઆ કાગળ ઉપર કરો. અને એ કાગળને ઉંચકીને એવી રીતે મુકો કે बक, इफ ઉપર પડે અને बकને इफ ઉપર રાખીને તેલીઆ કાગળના ખુણાને ખસેડતાં ખસેડતાં એ ખુણાની બીજી શાખા લીટી લંબાવતાં डमांથી બરાબર જાય. એ ખુણાનું શિરોબિંદુ फ આગળ આવે ત્યારે फड સાંધો. ત્યારે अबक, डइफ ત્રિકોણોમાં કયાં કયાં અંગો બરાબર છે? બબ્બે ખુણા અને દરેકમાંના સરખા ખુણાની સામેની બાજુ. હવે अबक ત્રિકોણને ઉંચકીને डइफ ત્રિકોણ ઉપર એવી રીતે મુકો કે अब, डइ ઉપર બરાબર આવી રહે. ત્રિકોણો એક બીજાના ઉપર બરાબર આવી રહે છે? હા. આવા ત્રિકોણો સર્વ સમાન છે? ત્યારે શું નિયમ નીકળે છે?

"એક ત્રિકોણના બે ખુણા તે બીજા ત્રિકોણના બે ખુણાની અનુક્રમે બરાબર હોય અને એક ત્રિકોણમાં એક ખુણાની સામેની બાજુ તે બીજા ત્રિકોણમાં તેના સરખા ખુણાની સામેની બાજુની બરાબર હોય તો એવા ત્રિકોણો સર્વસમાન છે?

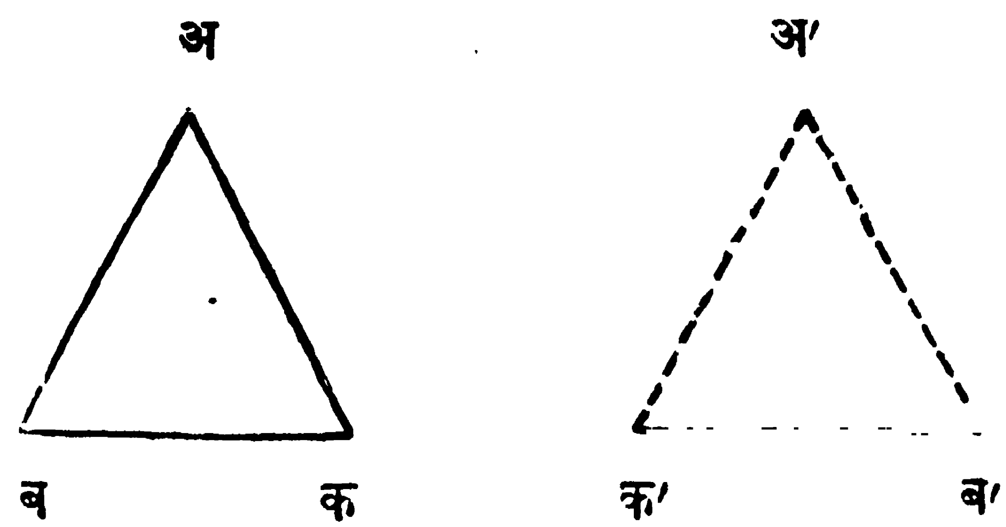
ઉપલા પ્રયોગોમાં ત્રિકોણોની સર્વ સમાનતા બતાવવાને માટે દરેક વખત આપણે ત્રિકોણનાં ત્રણ બાજુ અને ત્રણ ખૂણા પૈકી કેટલાં અંગો

લીધાં હતાં? ત્રણ. કયાં કયાં? (૧) માં બે બાજુ, અને તેનો અંતર્ખુણો; (૨) માં બે ખૂણા અને તેઓની પાસેની બાજુ અને (૩) માં બે ખુણા અને તેમાંના સરખા ખૂણાની એક જોડની સામેની બાજુ.

(ञ) સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમાં બાજુ અને ખુણાનો સંબંધ.



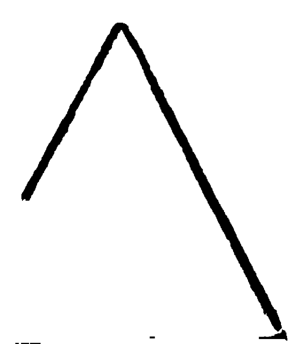
કોઇ પણ ખુણાની બે શાખા લીટીઓ સરખી કાપી તેના છેડાઓ સાંધી એક ત્રિકોણ બનાવો. સરખી બાજુની સામેના ખુણાઓ માપો. આ ખૂણાઓ સરખા છે? હા. એ ખૂણા સરખી બાજુની સામેના છે? હા. એ પ્રયોગ ચાર પાંચ વખત આકૃતિ કાઢી કરો. આ ઉપરથી કોઇ પણ સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણની સરખી બાજુની સામેના ખુણાઓ વિષે શું અનુમાન કરો છો તે કહો.



अ ब क એક સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ કરો. (अब = अक). अ ब क ત્રિકોણ બરાબર કાપી કાઢો ત્રિકોણને બાજુ ઉલટાવી, કાપેલા ત્રિકોણની ખાલી જગ્યામાં, એવી રીતે ગોઠવો કે ત્રિકોણ ખાલી ત્રિકોણ પર આવી રહે. ब ખુણો કયાં પડયો છે? ब' ઉપર. એ જગ્યાએ પહેલાં કયો ખૂણો હતો? ∠ क. ત્યારે ∠ब, ∠क બરાબર છે? હા. તેજ પ્રમાણે ∠क, ∠ब સરખા કરો. આ ઉપરથી શું નિયમ શોધી કાઢો છો?

કોઇ પણ अ ब क (अब=अक) સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ કરો. કાગળને સળ વાળી બેવડ વાળો અને अब ને अक ઉપર પડવા દો. આમ કરવાથી ब ખૂણો ક્યાં પડે છે? ∠ क ઉપર. એ ખૂણાઓ બરાબર મળી જાય છે? હા. સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમાં સરખી બાજુની સામેના ખૂણાઓનો શું સંબંધ છે તે આ ઉપરથી કાંઇ માલમ પડે છે? હા. એ ખૂણાઓ સરખા છે. આ પ્રયોગો ઉપરથી સામાન્ય નિયમ શું નીકળે છે?

"સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમાં સરખી બાજુની સામેના ખુણા સરખા છે."



એક સમબાજુ ત્રિકોણ કરો. ઉપલા પ્રયોગો કરી સમબાજુ ત્રિકોણને વિષે શું નિયમ છે તે કઢાવો. એ ત્રિકોણના ત્રણ ખુણા કાપી લો. અને એકમેકની ઉપર મુકી સરખાવો. શું માલમ પડે છે? એ ખુણા સરખા છે. કોણ-માપકથી એ ખુણાઓ માપી જુઓ.

આ ઉપરથી સમબાજુ ત્રિકોણના ખુણા વિષે શું નિયમ નીકળે છે?

"સમબાજુ ત્રિકોણના ત્રણે ખુણા સરખા છે, અને તે દરેક ખુણો ૬૦° નો કે $\frac{2}{3}$ કાટખુણો છે.

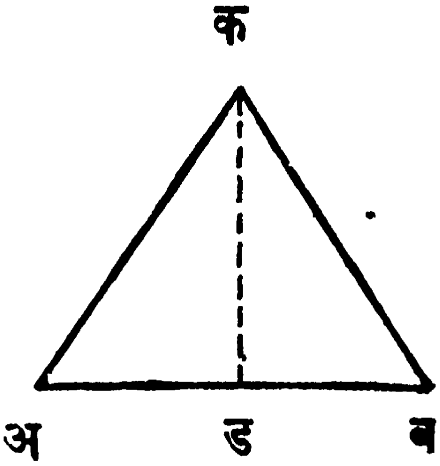
अ ब એક લીટી દોરો. अ અને ब આગળ સરખા ખુણા કરો. अ ब क ત્રિકોણ પૂરો કરો. अ क ને એની ઉપરજ બેવડ વાળી ∠ अ, ∠ ब ઉપર આવી પડે તેમ ત્રિકોણ બેવડ વાળો. अ क, ब क ઉપર પડે છે? બરાબર મળી જાય છે? હા. આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો?

એક अ ब લીટી લો. अ આગળ ब अ क ખુણો કરો અને તેવડોજ अ ब क ખુણો ब આગળ પણ કરો. ત્રિકોણના अक, बक બાજુ માપી જોઇ શું પરિણામ આવે છે તે કહો. એ બાજુઓ સરખી છે. ત્યારે ત્રિકોણના બે ખુણા સરખા આપ્યા હોય તો તેના સામેની બાજુઓનો શું સંબંધ છે? એ વિષે શું નિયમ નીકળે છે?

"ત્રિકોણમાં સરખા ખુણાની સામેની બાજુઓ સરખી છે?"

अ ब કોઇ પણ લીટી લો. ∠अ ब क ⅔ કાટખુણો કરો. ∠बअक ⅔ કાટખુણો કરો. क ખુણો માપી જુઓ. કેવડો છે? ⅔ કાટખુણો. अ ब क ત્રિકોણના ત્રણ ખુણા સરખા છે? હા. अ ब, ब क, क अ માપી જુઓ. ત્રણે બાજુ સરખી છે? આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો?

अ ब ૪·૫ સે. મી. લો. ∠बअक ૬૦° નો કરો અને ∠बअक પણ ૬૦° નો કરો. ∠क કેટલા અંશનો છે? ૬૦° નો. अ ब, ब क, क अ માપો. સરખી છે? હા. આ ઉપરથી ત્રિકોણમાં બે ખુણા ૬૦°ના હોય તો શું નિયમ નિકળે છે? તેનો ત્રીજો ખુણો પણ ૬૦° નો છે અને ત્રણે બાજુ સરખી છે? ત્રણ ખુણા સરખા હોય તો ત્રિકોણ કેવો હોવો જોઇએ? સમબાજુ.



अ ब क એક સમબાજુ ત્રિકોણ દોરો તેને એવા રીતે બેવડ વાળો કે अ, ब ઉપર આવે અને क સ્થિર રહે. ત્રિકોણના બન્ને ભાગો કેવા છે? સરખા. अ, ब ખુણા કેવડા છે? ૬૦° ના. સળથી ∠क ના કેવડા ભાગ થાય છે? ૩૦° ના. अ ड क ત્રિકોણમાં डની સામેની બાજુ માપો અને कની (૩૦°ની) સામેની બાજુ માપો. આ બાજુઓને સરખાવો. શું માલમ પડે છે?

अ ड=૧·૪", ∠ अ=૬૦°, ∠ड=૯૦° લઇ ઉપરનો ત્રિકોણ કરો.
अ ड=૪·૭ સે. મી., ∠अ=૬૦° ∠ड=૯૦° લઇ ,,
अ ड=૨·૩", ∠ अ=૬૦°, ∠ ड=૯૦° લઇ ,,
अ ड=૭·૧ સે. મી., ∠ अ=૬૦°, ∠ ड=૯૦ લઇ ,,

દરેકમાં अ क માપી अ ड સાથે સરખાવો. કાટખુણ ત્રિકોણમાં એક ખુણો ૩૦° નો હોય તો તેની સામેની બાજુ અને કાટખુણાની સામેની બાજુ વચ્ચે શું સંબંધ છે?

'કાટખુણ ત્રિકોણમાં ૩૦°ની સામેની બાજુ * કર્ણથી અર્ધી છે.'

(ૅ) બીજા સર્વ સમાન ત્રિકોણો.

(૪) अ ब ૧.૪" લો. ब क ૨.૧" અને अ क ૨.૫" લઇ अ ब क ત્રિકોણ કરો. એજ લંબાઇઓ લઇ એક બીજો ત્રિકોણ अ'ब'क' કરો. સરખી બાજુઓ એક બીજી ઉપર પડે તેમ अ ब क ત્રિકોણને ઉંચકીને अ' ब' क' ઉપર મુકો. બન્ને અરસપરસ મળી જાય છે કે કાંઇ ફેર પડે છે? બરાબર મળી જાય છે. આજ પ્રયોગ ચાર પાંચ જુદા ત્રિકોણ લઇ કરો. આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો? ત્રણે બાજુ સરખી આપેલી હોય એવા ત્રિકોણો વિષે કાંઇ નિયમ એ ઉપરથી નીકળે છે?

'એક ત્રિકોણની ત્રણ બાજુ બીજા ત્રિકોણની ત્રણ બાજુની અનુક્રમે બરાબર હોય તો ત્રિકોણો બધી રીતે સરખા છે.'

(૫) ∠बअक અને ∠इडफ કાટખૂણા લો. अब ૧.૪" લો. અને डइ પણ તેવડીજ લો. ब મધ્યબિંદુ લઇ अकને कમાં છેદે તેમ એક ત્રિજ્યા લઇ કૌંસ દોરો. इ મધ્યબિંદુ લઇ बकના જેવડીજ ત્રિજ્યા લઇ કૌંસ દોરી डफને फમાં છેદો. अबक, डइफ ત્રિકોણ પુરા કરો. अबक ત્રિકોણને ઉંચકીને એવી રીતે डइफ ત્રિકોણ ઉપર મુકો કે કાટખૂણો કાટખૂણા ઉપર અને ब, इ ઉપર આવી રહે, क, फ ઉપર બરાબર આવી રહે છે? ત્રિકોણો એક બીજા ઉપર બરાબર મળી જાય છે?

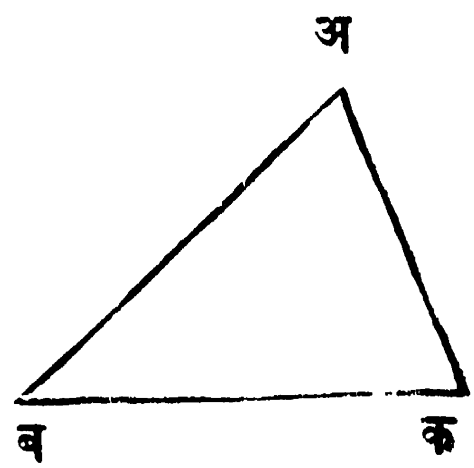
अब, डइ ૨.૩"ની લઇ ઉપર પ્રમાણે अबक, डइफ બે કાટખૂણ ત્રિકોણ કરો. બન્ને ત્રિકોણોમાં શું શું સરખાં આપેલાં છે? કર્ણ*, એક બાજુ અને કાટખૂણા. ∠ब, ∠इ માપો અને સરખાવો; ∠क, ∠फ માપો અને સરખાવો; अक, डफ માપો અને સરખાવો. આ પ્રમાણે

* કાટખુણ ત્રિકોણમાં કાટખુણાની સામેની બાજુ કર્ણ કહેવાય છે. ચતુષ્કોણ વગેરેમાં સામસામેનાં શિરોબિંદુને સાંધનારી સીધી લીટી કર્ણ કહેવાય છે.

अब, डइनी જુદી જુદી લંબાઇ લઇ ઘણી વખત પ્રયોગ કરો. अक, डफनी સરખી જુદી જુદી લંબાઇ લઇ એ પ્રયોગ ઘણી વખત કરો. આ ઉપરથી શું નિયમ નીકળે છે તે કહો.

"બે કાટખુણ ત્રિકોણોમાં એકની એક બાજુ બીજાની એક બાજુની બરાબર હોય અને કર્ણો પણ સરખી હોય તો કાટખુણ ત્રિકોણો સરખા છે."

(ઠ). ત્રિકોણમાં અસમાન બાજુ અને ખુણાનો તેની સામેના ખુણા અને બાજુની જોડે સંબંધ.



अबक કોઇ પણ ત્રિકોણ, જેમાં अब, अक કરતાં મોટી હોય તેનો લો. ∠ब, ∠क માપો અને સરખાવો. કયો ખૂણો મોટો છે? ∠क. अब, अक માં કયી મોટી છે? अब. ત્યારે મોટી કે નાની બાજુની સામેનો ખૂણો મોટો છે? મોટી બાજુની સામેનો ખૂણો મોટો છે.

अबक કોઇ પણ વિષમબાજુ ત્રિકોણ લો. ∠ब, ∠क ની પાતળા કાગળ પર નકલ કરો, અથવા તેને કાપી કાઢો. क ના ઉપર ब મુકી બન્નેને સરખાવો. કયો મોટો છે? ∠क. अब, अक માપી સરખાવો. કયી બાજુ મોટી છે? अ ब. આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો? આ પ્રયોગ દશ જુદા વિષમ બાજુ ત્રિકોણ લઇ કરો. ત્રિકોણમાં મોટી બાજુની સામેનો ખૂણો અને નાની બાજુની સામેનો ખુણો એ બેની વચ્ચે શું સંબંધ છે તેનો કાંઇ નિયમ નીકળે છે?

"કોઇ પણ ત્રિકોણમાં એક બાજુ બીજી બાજુ કરતાં મોટી હોય તો મોટી બાજુની સામેનો ખુણો નાની બાજુની સામેના ખુણા કરતાં મોટો!"

अ ब એક લીટી લેા. अ આગળ ब अ क એક ખૂણેા કરેા. અને ब આગળ ∠ अ ब क, ∠ब अ क કરતાં નાનેા કરેા. अ ब क ત્રિકોણ પુરેા કરેા. ब क, अ क માપેા અને સરખાવેા. કયેા મેાટી છે? ब क મેાટી છે. ∠ अ અને ∠ ब માં કયેા મેાટેા છે? ∠अ. આ ઉપરથી શું અનુમાન કરેા છેા?

अ ब એક લીટી દોરેા. ब अ क એક ખૂણેા કરેા અને એના કરતાં મેાટેા ∠ अ ब क કરેા. ત્રિકોણ પુરેા કરી अ क, ब क માપી સરખાવેા. કયી મેાટી છે? अ क. એ બાજુ મેાટા ખુણાની સામેની કે નાના ખૂણાની સામેની છે? મેાટા ખૂણાની સામેની. ઉપલા બન્ને પ્રયેાગેા પાંચ પાંચ વખત કરેા. એ ઉપરથી શું નિયમ નીકળે છે?

"કોઇ પણ ત્રિકોણમાં એક ખુણેા બીજા કરતાં મેાટેા હેાય તેા તે મેાટા ખુણાની સામેની બાજુ નાના ખુણાની સામેની બાજુ કરતાં મેાટી છે."

પ્રશ્નેા.

૩૯. કાટખૂણ ત્રિકોણમાં કયી બાજુ મેાટામાં મેાટી હેાય છે તે કહેા.
૪૦. પહેાળખૂણ ત્રિકોણમાં કયી બાજુ મેાટામાં મેાટી હેાય છે તે કહેા.
૪૧. નીચેના કોષ્ટકમાં ખાલી આસનેા પુરેા.

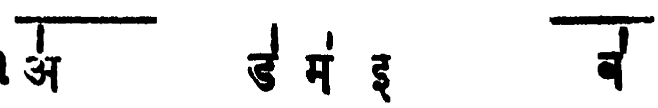
ત્રિકોણ	સાંકળ ખૂણ છે?	કાટખૂણ છે?	પહેાળખૂણ છે?
સમબાજુ ત્રિકોણ			
સમદ્વિબાજુ ત્રિ.			
વિષમબાજુ ત્રિ.			

એકસરસાઇઝ બુકમાં આવેા કોઠો કાઢી જવાબ લખવા.

જવાબ નક્કીજ હોય તો "હા" કે "ના" લખવું. બની શકતું હોય તો "બની શકે" કે "હોઇ શકે" લખવું.

(ड) ત્રિકોણની બે બાજુના સરવાળા અને બાદબાકીનો ત્રીજી બાજુ જોડે સબંધ.

अब કોઇ પણ લીટી લો. अब ને म માં દુભાગો. अ મધ્યબિંદુ અને अड ત્રિજ્યા લઇ એક વર્તુળ



દોરો. ब મધ્યબિંદુ અને बइ ત્રિજ્યા. લઇ એક બીજો વર્તુળ દોરો. આ વર્તુળો એક બીજાને છેદે છે? નહિ. अब પાયા ઉપર એ વર્તુળો દોરી ત્રિકોણ થઇ શકે છે? નહિ. अड, अमથી મોટી કે નાની છે? નાની. बइ, बमથી નાની કે મોટી છે? નાની. આ વર્તુળોથી ત્રિકોણ થતો નથી ત્યારે ત્રિકોણ બનાવવાને માટે શું થવું જોઇએ? વર્તુળોએ અરસપરસ છેદવું જોઇએ? વર્તુળો કયારે એક બીજાને છેદે? अड, अइથી મોટી જોઇએ, અથવા बइ, बडથી મોટી જોઇએ. ત્યારે ત્રિકોણ બનાવવાને માટે अड+अइ ત્રિજ્યાઓનો अब સાથે શું સંબંધ હોવો જોઇએ?

अब કોઈ પણ લીટી લો. अबને ब તરફ ड સુધી લંબાવો. ब મધ્યબિંદુ લઇ અને बक ત્રિજ્યા

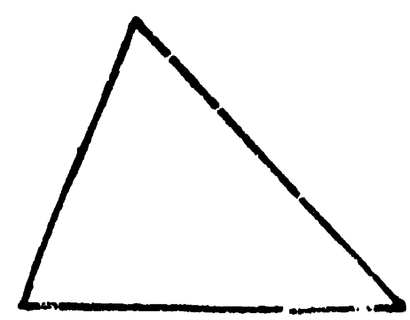


લઇ એક વર્તુળ દોરો. अ મધ્યબિંદુ અને अड ત્રિજ્યા લઇ એક બીજો વર્તુળ દોરો. આ વર્તુળો એક બીજાને છેદે છે કે નહિ? કારણ શું? એક વર્તુળ બીજાની તદન અંદર રહી જાય છે. જો એક વર્તુળ બીજાને છેદે એવો દોરવો હોય તો કેવડી ત્રિજ્યા લેવી જોઇએ? अब-बकથી મોટી ને अकથી નાની. આ ઉપરથી બે બાજુના સરવાળા કરતાં ત્રીજી બાજુ મોટી હોય તો ત્રિકોણ બની શકે કે નહિ તે વિષે શું કહો છો? નહિ બની શકે.

अब ૨.૭", बक ૧.૩", कअ ૧.૧" બાજુઓ લઇ ત્રિકોણ કાઢો. ત્રિકોણ શક્ય છે? अब ૩.૫ સે. મી, बक ૧.૩ સે. મી., कअ ૨.૨

સે. મી. નો ત્રિકોણ શક્ય છે કે નહિ ? આકૃતિઓ કાઢો. ત્રિકોણ બને છે કે નહિ ? કારણ શું ? ત્યારે ત્રિકોણ બનાવવો હોય તો कअ ઓછામાં ઓછી કેવડી લેવી જોઇએ ?

ब અને क વચ્ચેનું અંતર કેટલું છે ? ब થી क સુધી સીધું અંતર ન લેતાં ब થી ઉપર કે નીચે જઇ बअक એક વાંકી લીટી દોરો. बअक, बक કરતાં ઓછી કે વધારે છે ? વધારે. કારણ કે बअक વાંકું અંતર છે. એજ પ્રમાણે अब અંતર માપો. અને अकब વાંકું અંતર માપો. કયું મોટું છે ? अकब. કારણ કે अकब વાંકું અંતર છે. અને अक, अबक માપો. કયું અંતર મોટું છે ? अबक. કારણ કે अबक અંતર વાંકું છે ? આ પ્રયોગ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો ? ત્રિકોણની બે બાજુનો સરવાળો અને ત્રીજી બાજુની વચ્ચે શું સંબંધ હોવો જોઇએ ?



"કોઇ પણ ત્રિકોણમાં બે બાજુનો સરવાળો ત્રીજી બાજુ કરતાં મોટો હોય છે."

अब ૪.૬" લો. बक ૨.૫" લો. कअ કેટલા ઇંચ કરતાં લાંબી હોય કે ત્રિકોણ થઇ શકે ? (૪.૬"-૨.૫"=) ૨.૧" કરતાં લાંબી જોઇએ. આ પ્રયોગ જુદી જુદી લંબાઇઓ લઇ કરો. આ ઉપરથી ત્રિકોણની બે બાજુની બાદબાકી અને ત્રીજી બાજુની વચ્ચે શું સંબંધ હોવો જોઇએ ?

"કોઈ પણ ત્રિકોણમાં કોઈ પણ બાજુ બીજી બે બાજુની બાદબાકીના કરતાં મોટી હોય છે."

(ढ) અસમાન ત્રિકોણો. *

કોઈ પણ બે નાના મોટા ખૂણા લો, જાડા દોપીસ્તાની બે સરખી

---

* જે ત્રિકોણોનાં બાજુ અને ખુણાઓ અનુક્રમે લેતાં બરાબર ન હોય એવા ત્રિકોણ; એટલે કે જે ત્રિકોણો સર્વસમાન નથી હોતા તે.

પટીઓ કાપી કાઢો; અને બીજી બે સરખી પટીઓ કાપો. બન્ને જોડમાંથી એકેક પટી લઇ એકેક છેડા ઉપર ટાંકણી મારી તે બેની વચ્ચે મોટો ખૂણો રાખો. (પટીઓ જોઇએ તેના કરતાં સહેજ મોટી રાખવી કે ટાંકણી મારી શકાય). બીજી બે પટીઓમાં પણ ટાંકણી મારી તે બેની વચ્ચે નાનો ખૂણો રાખી પહેલી બે પટીના ખુલ્લા છેડાનું અંતર માપો. કયો પાયો કોનાથી મોટો છે? કયી જોડની પટીની વચ્ચેનો ખુણો મોટો છે? બન્ને ત્રિકોણમાં કેટલી કેટલી બાજુઓ સરખી છે?

∠अबक મોટો અને ∠डइफ નાનો લો. बअ, बक કોઇ પણ અંતર કાપો. बअના જેટલું इड કાપો; बकના જેટલું इफ કાપો. अक, डफ સાંધો. બન્નેને માપો. કયી બાજુ મોટી છે? अक. अक મોટી છે તેની સામેનો ખુણો, डफ નાની છે તેની સામેના ખુણા કરતાં મોટો છે કે નાનો? મોટો. આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો?

∠ अ ब क નાનો અને ∠ ड इ फ મોટો લો. ब अ અને इ ड સમાન કાપો. ब क અને इ फ સમાન કાપો. अ क, ड फ અંતર માપો. કયું અંતર મોટું છે? ड फ. આ પ્રયોગો ઉપરથી શું નિયમ નીકળે છે?

"એક ત્રિકોણની બે બાજુ બીજા ત્રિકોણની બે બાજુની અનુક્રમે બરાબર હોય પણ એક ત્રિકોણની એ બાજુની વચ્ચેનો અંતર્ખૂણો બીજા ત્રિકોણની એ બાજુની વચ્ચેના અંતર્ખૂણા કરતાં મોટો હોય તો પહેલા ત્રિકોણનો પાયો બીજા ત્રિકોણના પાયા કરતાં મોટો છે."

अ ब, ड इ બે નાની મોટી લીટી લો. अ મધ્ય બિંદુ અને अ क ત્રિજ્યા લઇ એક વર્તુળ દોરો. ड મધ્ય બિંદુ લઇ અને अ कના જેવડીજ ત્રિજ્યા લઇ એક વર્તુળ દોરો. ब અને इ મધ્ય બિંદુઓ અને એકજ સરખી ત્રિજ્યા લઇ બે વર્તુળો अ ब क, इ ड फ ત્રિકોણ બને તેમ દોરો. अ ब,

ड ई માપો. કયી મોટી છે? अ ब. ∠क, ∠फ માપો! કયો ખુણો મોટો છે? ∠क. આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો? આ પ્રયોગ પાંચ જુદી જુદી લંબાઇઓ લઇ કરો. શું નિયમ નીકળે છે?

કોઇ પણ બે કાગળની પટીઓ લો. અને તેના જેવડીજ લાંબી બીજી બે પટીઓ લો. બન્ને જોડમાંથી એકેક પટી લઇ બે છેડા વચ્ચે એક ત્રીજી પટી મુકો અને બાકીના છેડાઓને પાસે પાસે લાવો. એજ પ્રમાણે બાકીની બે પટી લઇ તેના છેડા વચ્ચે એક (પહેલાના કરતાં નાની કે મોટી) ત્રીજી પટી મુકો અને બાકીના છેડાઓને જોડી દો. આ બે ત્રિકોણમાં કયી કયી બાજુઓ બરાબર છે? બન્નેના પાયા માપો (ત્રીજી પટીઓ). કયો મોટો છે? એ પાયાની સામેના ત્રિકોણના ખુણા માપો. કયો ખૂણો નાનો છે? કયો મોટો છે? આ ઉપરથી જે નિયમ નીકળે છે તે કહો.

"કોઈ પણ ત્રિકોણની બે બાજુ બીજા ત્રિકોણની બે બાજુની અનુક્રમે બરાબર હોય પણ એક ત્રિકોણનો પાયો બીજા ત્રિકોણના પાયા કરતાં મોટો હોય તો પહેલા ત્રિકોણનો શિરોબિંદુ ખુણો બીજા ત્રિકોણના શિરોબિંદુ ખુણા કરતાં મોટો છે."

(ण) ત્રિકોણનાં બીજાં લક્ષણ.

કોઈ પણ સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ લો. સળ વાળી તેના પાયા ઉપર શિરોબિંદુમાંથી લંબ દોરો. પાયાના જે બે ભાગ લંબથી થાય છે તેને સરખાવો. આ પ્રયોગ ચાર પાંચ વખત કરો. શું નિયમ નીકળે છે?

"સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમાં શિરોબિંદુમાંથી પાયા ઉપર લંબ દોરીએ તો તે લંબ પાયાના બે સરખા કરે છે."

अबक એક સમદ્વિબાજુ (अक=बक) ત્રિકોણ દોરો. अब પાયાને સળ વાળી મમાં દુભાગો. मकને સાંધો. ∠अमक, ∠बमक માપો. ∠अकम, ∠बकम માપો. આ પ્રયોગ જુદા જુદા સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ લઇ કરો. શું નિયમ નીકળે છે?

"સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમાં શિરોબિંદુમાંથી પાયા ઉપરના મધ્ય બિંદુ સુધી દોરેલી લીટી* પાયાને લંબ છે અને શિરોબિંદુ આગળના ખુણાના બે સરખા ભાગ કરે છે."

સમબાજુ ત્રિકોણ લઇ ઉપલા બન્ને પ્રયોગો કરો. એ નિયમો સમબાજુ ત્રિકોણને પણ લાગુ પડે છે કે નહિ ? પડે છે.

अबक ત્રિકોણ લો. તેની બાજુનાં મધ્યબિંદુ શોધી કાઢો. આ મધ્ય બિંદુ અને સામેનાં શિરોબિંદુ સાંધો. આ લીટીઓ (મધ્યગાઓ)* ક્યાં મળે છે તે જુઓ. આ પ્રયોગ જુદા જુદા ત્રિકોણ લઇ કરો. મધ્યગાઓના છેદન બિંદુ વિષે આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો ? **ત્રિકોણની મધ્યગાઓ એક બિંદુગામી છે,** એટલે બધી મધ્યગાઓ એકજ બિંદુમાં છેદે છે.

આ મધ્યગાઓ અરસપરસ જે બિંદુમાં મળે છે તે બિંદુ આગળથી દરેક મધ્યગાના થતા બે ભાગો માપો. આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો ? **ત્રિકોણની દરેક મધ્યગા સામાન્ય છેદન બિંદુમાં ત્રીજે ભાગે છેદાય છે;** અને દરેક મધ્યગાનો શિરોબિંદુ તરફનો ભાગ તેના પાયા તરફના ભાગથી બમણો છે.

કોઇ પણ ત્રિકોણ લો. તેના પાયા આગળના બે ખુણા દુભાગો. આ દુભાગનારી લીટી જે બિંદુમાં મળે તે બિંદુને ત્રિકોણના ત્રીજા શિરોબિંદુ જોડે સાંધો; અને એ લીટીથી શિરોબિંદુ આગળના ખૂણાના થતા બે ભાગો માપો. ત્રિકોણના ગમે તે બે ખૂણા દુભાગી ઉપલો પ્રયોગ કરો. ત્રિકોણના ત્રણે ખૂણા સળથી દુભાગો. આ પ્રયોગો ઉપરથી ત્રિકોણના ત્રણે ખૂણાને દુભાગનારી લીટી ક્યાં મળે છે તે વિષે શું અનુમાન કરો છો ? **એ લીટીઓ એક બિંદુગામી છે.**

કોઇ પણ ત્રિકોણ લો. તેની ત્રણે બાજુના મધ્યબિંદુ શોધો. આ

---

* ત્રિકોણની બાજુના મધ્યબિંદુને સામેના શિરોબિંદુ જોડે સાંધવાથી થતી લીટી મધ્યગા કહેવાય છે.

મધ્યબિંદુમાંથી ત્રિકોણની (તેજ મધ્યબિંદુ વાળી) બાજુ ઉપર સળ વાળી લંબ દોરો. આ પ્રયોગ વારંવાર કરો. આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો? **ત્રિકોણની બાજુનાં મધ્યબિંદુમાંથી તેજ બાજુઓને દોરેલા લંબ એક બિંદુગામી છે.**

કોઇ પણ ત્રિકોણ લો. તેની બે બાજુ દુભાગો. આ બાજુનાં મધ્યબિંદુ સાંધી એક સીધી લીટી દોરો. આ લીટી અને દુભાગેલી બાજુની વચ્ચેના ખૂણાઓ માપો. અને ત્રિકોણના પાયા આગળના ખુણા માપો. આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો? આ પ્રયોગ વારંવાર કરો. આ ઉપરથી શું નિયમ નીકળે છે? ત્રિકોણનો પાયો માપો. અને બીજી બાજુનાં મધ્યબિંદુ સાંધનારી લીટી માપો. આ પ્રયોગ. વારંવાર કરો આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો? **ત્રિકોણની બે બાજુનાં મધ્યબિંદુને સાંધનારી લીટી ત્રીજી બાજુને સમાન્તર છે અને તેનાથી અર્ધી છે.**

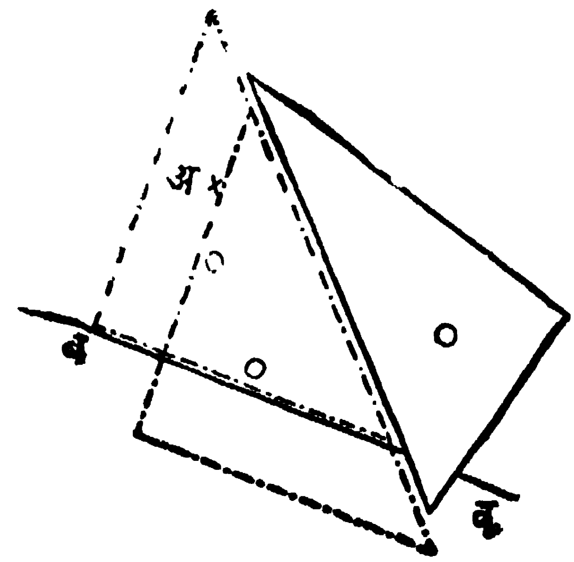
કોઇ પણ ત્રિકોણ લો. તેની ત્રણે બાજુ દુભાગો. અને તેનાં મધ્ય-બિંદુઓ અરસપરસ સાંધો. આ લીટીથી થતા ચારે ત્રિકોણો કાપી લઇ સરખાવો. અથવા વચ્ચેના ત્રિકોણ ઉપર બહારના ત્રણે ત્રિકોણ વારા ફરતી મધ્ય બિંદુને જોડનારી લીટીની ઉપરથી બેવડ વાળો. પ્રયોગ વારંવાર કરી જે અનુમાન નીકળે તે કહો. **ત્રિકોણની બાજુનાં મધ્યબિંદુને સાંધનારી લીટીઓ ત્રિકોણના ચાર સર્વસમાન ત્રિકોણ કરે છે.**

કોઇ પણ अबक ત્રિકોણ લો. अब બાજુના છેડા એક બીજા ઉપર બરાબર આવે તેમ સળ વાળો. આ સળ अब ને કાટખૂણે દુભાગે છે? बक ને પણ એજ પ્રમાણે કાટખૂણે દુભાગો. આ બન્ને સળ म માં મળે તો म ને कअ ના મધ્યબિંદુ જોડે સાંધો. આ લીટી अ ને લંબ છે? હા. આ પ્રયોગ વારંવાર કરો. શું અનુમાન નીકળે છે તે કહો.

"ત્રિકોણની ત્રણે બાજુનાં મધ્યબિંદુમાંથી તેજ બાજુને દોરેલી લંબ એક બિંદુગામી છે."

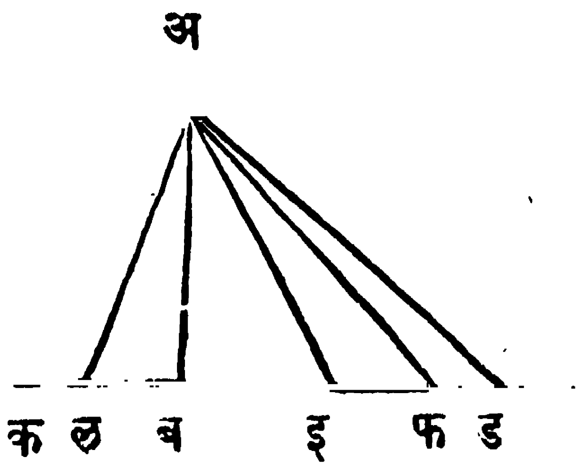
§ ૧૦. લંબ.

(क). એક આપેલા બિંદુ अ માંથી એક આપેલી ब क લીટી પર લંબ દોરવા વિષે.



ब क કોઇ પણ લીટી દોરો. તેની બહાર અથવા અંદર अ બિંદુ લો. बकની સાથે સેટસ્કવેરની કાટખૂણે પડતી કોર બરાબર મુકો અને તેના કર્ણની સાથે બીજો સેટસ્કવેર (અથવા ફુટપટી) મુકો. આ સેટસ્કવર સજજડ રાખી પહેલા મુકેલા સેટસ્કવેરને નીચે અથવા ઉપર કોરની સાથે બરાબર રાખી ખસેડો. અને જ્યારે अ બિંદુ સેટસ્કવરની કાટખૂણે પડતી ઉભી કોરની નીચે બરાબર આવે ત્યારે अ માંથી એ કોરની સાથે પેનસીલથી ब क ઉપર કાટખૂણે પડતી લીટી દોરો.

(ख) સીધી લીટી ઉપર પડતા લંબનું મહત્વ.



अ કોઇ પણ બિંદુ અને कड કોઇ પણ લીટી લો. अ માંથી क ड ઉપર अ ब લંબ દોરો. अ ल अ इ अक કોઇ પણ લીટીઓ દોરો. अ ब માપો अल, अइ, अक માપો. કયી નાનામાં નાની છે? अब. अ માંથી कड ઉપર अबના કરતા કોઇ નાની લીટી દોરાય ખરી? નાહિ

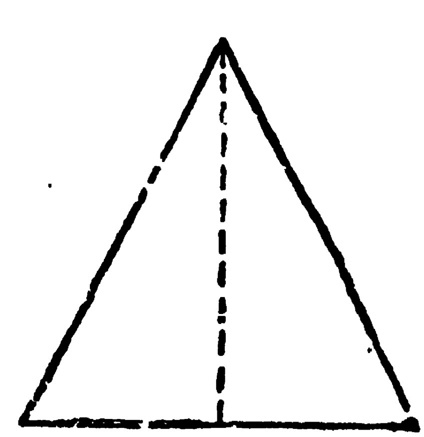
ત્યારે કોઇ પણ બિંદુમાંથી એક આપેલી લીટી સુધી લીટીઓ દોરીએ તો તેમાંથી નાનામાં નાની કયી છે એ વિષે શું નિયમ છે?

"તે બિંદુમાંથી આપેલી લીટી સુધી દોરેલી બધી લીટીઓમાં જે તેના પર લંબ છે તે નાનામાં નાની છે."

∠बअइ, ∠बअफ માપો. કયો મોટો છે? अइ, अफ માપો. કયી મોટી છે? ∠बअफ, ∠बअड માપો. કયો મોટો છે? अफ, अड માપો. કયી મોટી છે? ∠बअल, ∠बअक માપો. કયો મોટો છે? अल, अक માપો. કયી મોટી છે? આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો? अ માંથી कड સુધી જે જે લીટીઓ દોરીએ તે લીટીઓ અને अब લંબની વચ્ચેના ખૂણા અને તે લીટીઓનો શો સંબંધ છે?

"લંબની સાથે એ લીટી જેમ જેમ મોટો ખુણો કરે છે તેમ તેમ એ લીટી મોટી થતી જાય છે."*

∠ अ ल ब, ∠ अ क ब માપો અને अ ल, अ क માપો. તેમજ ∠ अ इ ब, ∠ अ फ ब અને अ इ, अ फ માપો. તેમજ ∠ अ फ ब, ∠ अ ड ब અને अ फ, अ ड માપો. આ ઉપરથી શું અનુમાન નીકળે છે? अ માંથી જે લીટીઓ क ड સુધી દોરીએ તે જેમ જેમ મોટી થતી જાય તેમ તેમ તે લીટી અને क डની વચ્ચેનો ખુણો નાનો થતો જાય છે.*

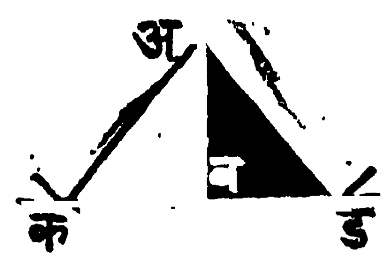


अ બિંદુ અને क ड લીટી લો. अમાંથી क ड ઉપર લંબ દોરો. क अ ब કોઇ પણ ખુણો કરો અને તેવડોજ ब अ ड ખુણો કરો. अ क, अ ड માપો. આ પ્રયોગ જુદા જુદા ∠क अ ब લઇ કરો. આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો? લંબની બન્ને બાજુએ જે લીટીઓ સરખા ખૂણા કરે તે સરખી છે."

---

*આ પ્રયોગો પરથી કંઇ એવું સિદ્ધ થતું નથી કે ખુણો બમણો, દોઢો કે ત્રણ ગણો થાય તો લીટી પણ અનુક્રમે બમણી, દોઢી કે ત્રણગણી થાય [illegible] ખરું

अ બિંદુ અને क ड લીટી લો. अ માંથી क ड ઉપર લંબ દોરો. अ મધ્ય બિંદુ અને अ ड ત્રિજ્યા લઇ क ड ને ड, क માં છેદે તેમ એક કાંસ દોરો. ड क સાંધો. ∠क अ ब, ∠ड अ ब માપો. શું અનુમાન કરો છો?



अ ड ત્રિજ્યા જુદી જુદી લઇ એજ પ્રયોગ ચાર પાંચ વખત કરો. આ ઉપરથી શું નિયમ નીકળે છે? **લંબની આજુબાજુએ આપેલી લીટી સુધી જે સરખી લીટીઓ દોરી હોય તે લંબ સાથે સરખા ખૂણા કરે છે.**

अ ब કોઇ પણ લીટી લો. क બિંદુ अ ब ની બહાર લો. अ ब થી क નું અંતર કેટલું છે? क માંથી अ ब સુધી ઘણી લીટીઓ દોરો. આ લીટીઓ સરખી લંબાઇની છે? નહિ. એ બધીમાં સૌથી નાની કયી છે? अब ઉપર क માંથી જે લંબ છે તે. ત્યારે એક લીટીથી કોઇ બિંદુનું અંતર કાઢવું હોય તો તે આપેલી લીટી સુધી તે બિંદુમાંથી જે લંબ દોરીએ તે લંબ તે બિંદુનું અંતર લેવાય છે. તેથી अ ब થી क નું અંતર લેવું હોય તો अ ब થી क નું સૌથી નાનું અંતર, એટલે अब ઉપર क માંથી દોરેલી લંબ લઇએ છીએ. આ લંબના કરતાં બીજું કોઇ અંતર નાનું છે? આ ઉપરથી કોઇ આપેલા બિંદુમાંથી કોઇ આપેલી લીટી સુધીનું અંતર કાઢવાને માટે તે બિંદુમાંથી તે લીટી ઉપર આપણે જે લંબ દોરીએ તે તેનું **અંતર** કહેવાય છે.

(ग) નિધાન.*

કોઇ પણ अब લીટી દોરો. अब ને સળથી क માં દુભાગો અને क માંથી अब ઉપર લંબ* દોરો. આ લંબમાં કોઇ પણ ड બિંદુ લો. डअ,

* અમુક આપેલી શરત પૂર્ણ કરે એવાં બિંદુઓનો જે માર્ગ તે **નિધાન કે કક્ષા** કહેવાય છે. એમાં દુભાગનાર લીટી આપેલા બિંદુનું નિધાનછે.

કબ સાંધો. તેને માપો. બન્ને અંતર સરખાં છે? હા. કડમાં ચાર પાંચ બિંદુ લઇ તેઓને અ,બ જોડે સાંધો અને બન્ને અંતરો માપો. કડ ઉપરનાં કોઇ પણ બિંદુનાં અ, બ સુધીનાં: બન્ને અંતરો સરખાં છે? હા. આ પ્રયોગ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો?

"કોઇ પણ લીટીના દુભાગનાર લંબ ઉપરનું કોઈ પણ બિંદુ આપેલી લીટીના છેડાથી સમાન અંતરે છે.*

કોઇ પણ ∠બઅક ખૂણો લો. ∠અ ને સળ પાડી દુભાગો. આ સળ ઉપર કોઇ પણ બિંદુ લઇ તેમાંથી બઅ, કઅ શાખા લીટી ઉપર લંબ દોરો. એ લંબ માપો. બન્ને સરખા છે? હા. દુભાગનાર લીટી ઉપર પાંચ દશ બિંદુ લઇ એજ પ્રયોગ કરો. શું અનુમાન કરો છો?

"કોઇ પણ ખુણાની દુભાગનાર લીટી ઉપરનું કોઇ પણ બિંદુ આપેલા ખુણાની શાખા લીટીથી સરખે અંતરે છે."*

કોઇ પણ ત્રિકોણ દોરો. તેના શિરોબિંદુમાંથી સામેની બાજુઓ ઉપર લંબ દોરો. આ લંબ એકજ બિંદુમાં મળે છે? આ પ્રયોગ જુદા જુદા ત્રિકોણ લઇ કરો. આ ઉપરથી શું અનુમાન ઉપર આવો છો?

ત્રિકોણનાં શિરોબિંદુમાંથી સામેની બાજુ ઉપર દોરેલા લંબ એક બિંદુગામી છે."

કોઇ પણ ત્રિકોણ દોરો. તેની બાજુનાં મધ્યબિંદુમાંથી તેજ બાજુ પર લંબ દોરો. આ લંબો એકજ બિંદુમાં મળે છે? આ પ્રયોગ પાંચ જુદા ત્રિકોણ લઇ કરો. આ ઉપરથી શું અનુમાન ઉપર આવો છો?

"ત્રિકોણની બાજુનાં મધ્ય બિંદુમાંથી તેજ બાજુ ઉપર દોરેલા લંબ એક બિંદુગામી છે."

---

* અમુક આપેલી શરત સંપૂર્ણ કરે એવાં બિંદુઓનો માર્ગ તેને નિધાન કે કક્ષા કહે છે. એમાં દુભાગનાર લીટી આપેલા બિંદુનું નિધાન છે.

§ ૧૧. સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ.

(क) સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણના ગુણો.

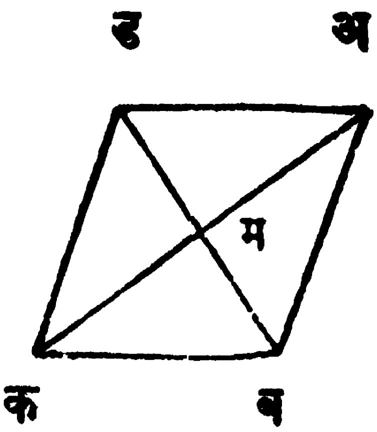
કોઇ પણ બે સમાન્તર લીટી દોરો. તેને છેદે એમ એક આડી લીટી દોરો. આ લીટીને સમાન્તર એક બીજી આડી લીટી દોરો. આ આકૃતિમાં કયી કયી બાજુઓ સમાન્તર છે? સામસામેની. આવી આકૃતિ **સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ કહેવાય છે.**

નિશાળના ઓરડામાં કયી કયી ચીજોમાં સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ માલમ પડે છે? પાટીઉં, ટેબલ, સ્લેટ, ચોપડી,...કોઇ પણ સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણ આશરે કાઢો. તેની બાજુઓ સમાન્તર છે કે નહિ તે તપાસી જુઓ. હાથથીજ સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ દોરાય ત્યાં સુધી એવીજ આકૃતિ સ્લેટ ઉપર પાડયા કરો.

વ્યાખ્યા—જે ચતુષ્કોણમાં સામસામેની બાજુ સમાન્તર હોય તેને **સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ** કહે છે.

કોઇ પણ જુદા જુદા સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ દોરો. તેની સામસામેની બાજુ અને ખૂણાઓ માપો અને સરખાવો. તેના કર્ણ દોરો. આ કર્ણ અને બાજુઓની વચ્ચેના ખૂણા માપી સરખાવો. આ પ્રયોગ જુદી જુદી આકૃતિઓ કાઢી કરો. આ ઉપરથી સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ વિષેનો કયો નિયમ માલમ પડે છે? "સામસામેની બાજુ અને ખૂણા બરાબર છે." "કર્ણથી થતા વ્યુત્ક્રમ ખૂણા બરાબર છે." કર્ણથી થતા બન્ને ત્રિકોણો અરસપરસ લઇ સરખાવો. એક ત્રિકોણ કાપી કાઢી બીજા ઉપર બરાબર બેસે એમ મુકો. જુદી જુદી આકૃતિઓ લઇ આ પ્રયોગ કરો શું અનુમાન કરો છો? "બન્ને ત્રિકોણો સર્વ સમાન છે."

નોટ—સંજ્ઞા-સમાન્તર સીધી લીટીઓને માટે ‖ (ઉભી બે લીટી)નું ચિન્હ વપરાય છે; અને સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણને માટે ‖ કોણ અથવા સ૦ ચ૦ વપરાય છે.



अबकड એક સ૦ ચ૦ લો. अक સાંધો, अड, कब કેવી લીટી છે? ત્યારે ∠डअक, ∠अकब બરાબર છે? કારણ? अब, डक કેવી લીટી છે? ત્યારે ∠बअक, ∠अकड બરાબર છે? કારણ? अक નું મધ્યબિંદુ म લો. अबकड સ૦ ચ૦ની નકલ કાગળ પર લો. આ નકલને અર્ધા વર્તુળમાંથી, એટલે બે કાટખૂણામાંથી ફેરવો. अकનું म શું છે? મધ્યબિંદુ. ત્યારે अ, क ઉપર પડે છે? ∠डअक= ∠अकब છે ત્યારે अड, कब ઉપર પડે છે? અને ∠बअक=∠अकड, ત્યારે अब, कड ઉપર પડે છે? मअ ક્યાં પડે છે? मक ઉપર. ड ક્યાં પડે છે? ब ઉપર; ब ક્યાં પડે છે? ड ઉપર. क ક્યાં પડે છે? अ ઉપર.

बक કોની બરાબર થાય છે? डअની. अब કોની બરાબર થાય છે? कडની. ∠ब ક્યાં પડે છે? ∠ड ઉપર. અને ∠बअड ક્યાં પડે છે? ∠डकबની ઉપર. ત્યારે આખો નકલ કરેલો સ૦ ચ૦ મૂળ સ. ચ. ઉપર બરાબર પડે છે? હા. અને ड, ब ઉપર પડે છે અને ब, ड ઉપર પડે છે ત્યારે मब, કોની બરાબર છે? मडની. આ પ્રયોગ જુદા જુદા સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ લઇ કરો. આ ઉપરથી શું નિયમ ઉપર આવો છો?

"કોઇ પણ સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણમાં

(ક) સામસામેની બાજુ બરાબર છે.

(ખ) સામસામેના ખુણા બરાબર છે.

(ગ) દરેક કર્ણ સ. ચ.ના બે સરખા ભાગ કરે છે.

અને (ઘ) કર્ણો અરસપરસ દુભાગે છે."

(ख) જુદી જુદી જાતના સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણો.

अब, अक બે સરખી લીટી કાટખૂણે દોરો. बमांथी बड, अकની સમાન્તર અને कमांथी कड, अबની સમાન્તર લીટી દોરો.

अबड़क સ. ચ છે ? હા. अबड़क નાં બાજુ અને ખૂણા માપો. શું માલમ પડે છે ? બધી બાજુ સરખી છે અને બધા ખૂણા કાટખૂણા છે. આ આકૃતિને **ચોરસ** કે **સમચોરસ** કહે છે.

કાગળમાંથી બે સરખા ચોરસ કાપી એકને બીજા ઉપર જુદી જુદી રીતે ગોઠવો. શું અનુમાન કરો છો ? બન્ને ચોરસનાં બાજુ અને ખૂણા બરાબર છે.

अब, अक બે અસમાન લીટી કાટખુણે દોરો. अबड़क સ. ચ. પુરો કરો. અને તેનાં બાજુ અને ખૂણા માપી સરખાવો. શું અનુમાન કરો છો ? બધી બાજુઓ સરખી નથી પણ બધા ખૂણા કાટખૂણા છે. આવી આકૃતિને **લંબ ચોરસ** કહે છે.

अब, अक બે સમાન લીટી કાટખૂણા સિવાયનો કોઇ પણ ખૂણો કરે તેમ દોરો. अबड़क સ. ચ. પુરો કરો. આ આકૃતિને **રોમ્બસ અથવા વિષમ ચતુરસ્ત્ર** કહે છે.

કોઇ પણ લંબ ચોરસ દોરી તેનાં બાજુ અને ખુણા સરખાવો. શું અનુમાન કરો છો ? કોઇ પણ રોમ્બસ દોરી તેનાં બાજુ અને ખૂણા સરખાવો. શું અનુમાન કરો છો ? કોઇ પણ સ. ચ. દોરી તેનાં બાજુ અને ખુણા સરખાવો. શું અનુમાન કરો છો ?

"લંબ ચોરસમાં સામસામેની બાજુ સરખી છે અને ખુણા કાટખુણા છે." "રોમ્બસમાં બધી બાજુઓ સરખી છે અને સામસામેના ખુણા સરખા છે." "કોઇ પણ સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણમાં સામ સામેનાંજ બાજુ અને ખુણા સરખાં છે."

પ્રશ્નો.

૧. નીચેનાં માપની બાજુઓ પર સમચોરસ દોરો:—

૫.૭ સે. મી ; ૫.૮ સે. મી.; ૩.૪"; ૨.૭"; ૯.૭ સે. મી.; ૩.૧"; ૨૫ મી. મી.; ૮.૧ સે. મી.; ૫.૧"; અને ૩.૯".

૨. નીચે પાસે પાસેની બે બાજુઓ આપી છે તો લંબચોરસ દોરો:—
૩.૨ સે. મી., ૭ સે. મી.; ૪.૫", ૩.૭"; ૨.૩", ૪.૧";
૮.૯ સે. મી., ૧.૪ સે. મી.; ૭.૮", ૫.૩"; ૬.૧", ૩.૧";
૧.૯", ૨.૩"; ૨૨ મી. મી., ૩૯ મી. મી.; ૩.૯", ૨.૭".

૩. નીચેનાં માપ ઉપરથી રૉમ્બસ દોરો:—
∠ अ=૫૧°, અ=૫.૧"; ∠ ब=૧૧૫°, બ=૩.૨";
∠ क=૭૨°, ક=૭.૯ સે. મી.; ∠ ड=૬૭°, ડ=૯.૭ સે. મી.

૪. નીચેનાં માપ ઉપરથી સ૦ ચ૦ દોરો:—
(૧) ∠ ड=૩૫°, ક=૪.૩", ડ=૩.૯";
(૨) ∠ क=૬૭°, અ=૭.૮ સે. મી., બ=૭.૧ સે. મી.;
(૩) ∠ क=૧૧૫°, ક=૯.૩ સે. મી., બ=૬.૧ સે. મી.;
(૪) ∠ ब=૭૧°, અ=૩.૫", બ=૨.૭";
(૫) ∠ अ=૯૭°, બ=૪.૨", ક=૩.૫".

૫. જાડા કાગળમાંથી ચાર પટી કાઢી એક સ૦ ચ૦ બનાવો. તેને મચડી એક ખુણો કાટખુણો કરો. બાકીના ખુણા માપો.

૬. ઉપર પ્રમાણે એક સ૦ચ૦ બનાવી મચડી એક લંબ ચોરસ બનાવો.

૭. એક સમચોરસ ચોકઠું બનાવી તેને સહેજ મચડો. કેવી આકૃતિ થાય છે તે કહો.

(ग) ચોરસ વગેરેના અન્ય ગુણ.

ચોરસ, લંબ ચોરસ, રોમ્બસ અને સ૦ ચ૦ ના કર્ણો દોરો. કર્ણના ભાગો માપો ને સરખાવો. આખા કર્ણોને સરખાવો. દરેકને વિષે શું નિયમ નીકળે છે?

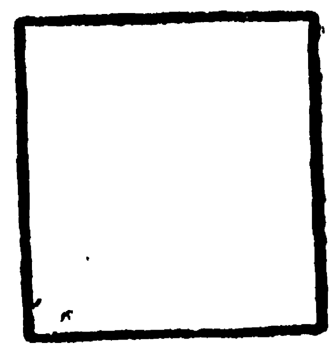
"ચોરસના કર્ણો સરખા હોઇ કાટખૂણે અરસપરસ દુભાગે છે."

"લંબચોરસના કર્ણો સરખા હોઇ ફક્ત અરસપરસ દુભાગે છે."

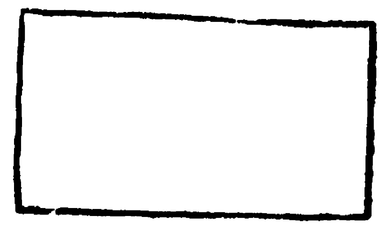
"રોમ્બસના કર્ણો અસમાન હોઇ અરસપરસ કાટખૂણે દુભાગે છે."

"સ. ચ.ના કર્ણો અસમાન હોઇ ફક્ત અરસપરસ દુભાગે છે."

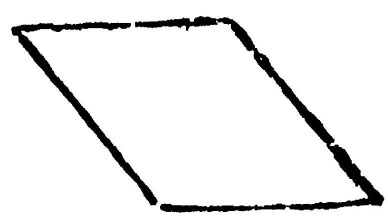
વ્યાખ્યા—જે ચતુષ્કોણની બધી બાજુ સરખી હોય અને બધા ખૂણા કાટખૂણા હોય તેને ચોરસ કે સમચોરસ કહે છે.



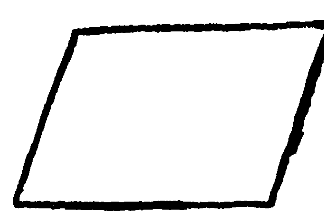
વ્યાખ્યા—જે ચતુષ્કોણના બધા ખૂણા કાટખૂણા હોય અને પાસે પાસેની બાજુ સરખી ન હોય તેને લંબચોરસ કહે છે.



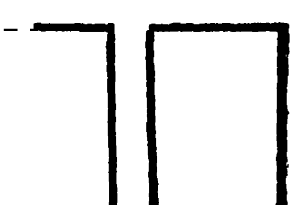
વ્યાખ્યા—જે ચતુષ્કોણની બાજુઓ સરખી હોય પણ ખૂણા કાટખૂણા ન હોય તેને રોમ્બસ કે વિષમ ચતુરસ્ર કહે છે.



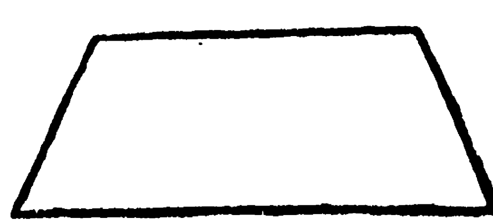
વ્યાખ્યા—જે ચતુષ્કોણની સામસામેની બાજુઓ સમાન્તર હોય અને ખૂણા કાટખૂણા હોય કે ન હોય તેને સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણ કહે છે.

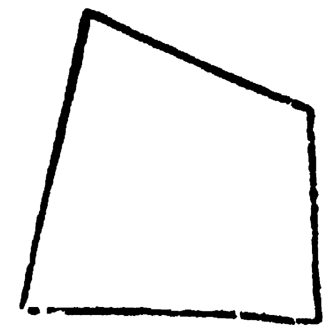


વ્યાખ્યા—જે ચતુષ્કોણમાં બધા ખૂણા કાટખૂણા હોય તેને કાટખૂણ ચોખૂણ કહે છે.



વ્યાખ્યા—જે ચતુષ્કોણની ફક્ત બેજ બાજુઓ સમાન્તર હોય તેને ટ્રાપિજ્યમ કહે છે.





વ્યાખ્યા—જે ચતુષ્કોણની કોઈ પણ બાજુઓ સમાન્તર ન હોય તેને **વિષમ બાજુ ચતુષ્કોણ** કહે છે.

ઉપરની વ્યાખ્યા પ્રમાણે આપેલી ચોરસ, લંબચોરસ, રોમ્બસ, સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ, કાટખૂણ ચોખૂણ, ટ્રાપિઝ્યમ અને વિષમબાજુ ચતુષ્કોણની આકૃતિઓ ચોકસ આવે ત્યાં સુધી પહેલાં સાહિત્યોથી અને પછી હાથથીજ પેન્સીલ કે પેનથી કઢાવો.

ઉપરની વ્યાખ્યાઓમાં નિયમિત પ્રકારનો ચતુષ્કોણ જે શરૂઆતમાં કહ્યો છે તે સિવાય જે ચતુષ્કોણના ગુણો નિયમિત હોય તેવો ચતુષ્કોણ કોઈ બીજો થઈ શકે કે નહિ તે કહો.

સ૦ ચ૦ અને ટ્રાપિઝ્યમની આકૃતિઓ ફક્ત હાથથીજ કાઢો. ચોરસ અને લંબચોરસ એ બન્નેને માટે કયો એકજ શબ્દ વાપરીએ તો ચાલે ? કાટખૂણ ચોખૂણ.

બધા કાટખૂણ ચતુષ્કોણમાં કયો ગુણ સામાન્ય છે ?
બધા ખૂણા કાટખૂણા છે; અને કર્ણો બરાબર છે.
ચોરસ અને રોમ્બસ કયા કયા ગુણમાં મળતા આવે છે ?
બધી બાજુઓ સરખી છે. અને કર્ણો કાટખૂણે દુભાગે છે.
કયા કયા ધર્મમાં એ બન્ને જુદા પડે છે ?

બધા સ. ચ ના કયા કયા ગુણ છે ? સામસામેની બાજુ અને સામસામેના ખૂણા સરખા છે.

લંબ ચોરસ અને સ. ચ.માં શું તફાવત છે ? શું મળતાપણું છે ? નીચેના કોઠામાં બતાવેલાં ખાનાંમાં કયા કયા ગુણ કયી કયી આકૃતિને લાગુ પડે છે તે "હા" "ના" કે "શક્ય" શબ્દ લખી બતાવો.

આકૃતિ	સામસામેના ખુણા ને બાજુ બરાબર.	કર્ણો એક બીજાને દુભાગે છે.	ખુણા કાટખુણા છે.	કર્ણો બરાબર છે.	કર્ણો કાટખુણે છેદે છે.	પાસે પાસેની બાજુ બરાબર છે.
સ૦ ચ૦						
લંબ ચોરસ						
સમ ચોરસ						
રોમ્બસ						

નીચે પ્રમાણેનો એકેક પક્ષ લઇ ચતુષ્કોણ આકૃતિ દોરો:—

(૧). સામસામેની બાજુઓ બરાબર હોય; કે

(૨). સામસામેના ખૂણા સરખા હોય; કે

(૩). સામસામેની બેજ બાજુ બરાબર અને સમાન્તર હોય; કે

(૪). કર્ણો અરસપરસ દુભાગે.

આ પ્રમાણેની જુદી જુદી ચતુષ્કોણ આકૃતિ દોરી તેની બાજુઓ સમાન્તર છે કે નહિ તે જુઓ. દરેક જાતની આકૃતિ વિષે શું નિયમ નીકળે છે?

(૧) સામસામેની બાજુઓ બરાબર હોય તો ચતુષ્કોણ સ.ચ.છે.

(૨) સામસામેના ખુણાઓ બરાબર હોય તો ,, ,,

(૩) સામસામેની બેજ બાજુ બરાબર અને સમાન્તર હોય તો ,, ,,

(૪) કર્ણો અરસપરસ દુભાગે તો ,, ,,

પ્રશ્નો.

૮. નીચેનાં માપ ઉપરથી કાટખૂણ ચતુષ્કોણ દોરોઃ—
બાજુઓ ૩·૫" અને ૨·૪"; ૪·૭" અને ૫·૩"; ૭·૮" અને ૪·૧"; ૪·૧ સે. મી. અને ૩·૮ સે. મી.; ૯·૯ સે. મી. અને ૬·૩ સે. મી.

૯. નીચેનાં માપ ઉપરથી સ. ચ. દોરોઃ—
બાજુઓ ૪·૧" અને ૩·૩" અને એ બાજુઓની વચ્ચેનો ખૂણો ૭૫°;
બાજુઓ ૬·૧" અને ૫·૩" અને એ બાજુઓનો અંતર્ખૂણો ૧૧૨°;
બાજુઓ ૧૩·૩ સે. મી. ને ૧૦·૧ સે. મી. અને બાજુઓનો અંતર્ખૂણો ૬૭°;
બાજુઓ ૩·૫ સે. મી.ને ૮·૩ સે.મી. અને એ બાજુઓનો અંતર્ખૂણો ૪૫°.

૧૦. નીચેનાં માપ ઉપરથી ચતુષ્કોણ દોરોઃ—
[अ ब क ड ચતુષ્કોણમાં ∠ अ, ∠ ब, ∠ क, ∠ ड છે અને अब, बक, कड, डअ ને અનુક્રમે અ, બ, ક, ડ, કહી છે.]

(૧) અ = ૬·૩ સે. મી., ∠ब=૮૨°, બ=૮·૨ સે. મી., ∠ क=૯૦° અને ક=૭·૭ સે. મી.

(૨) અ ૪·૧", બ=૩·૫", ડ=૨·૭", ∠अ=૬૫° અને ∠ब=૯૦°.

(૩) ∠ब=૧૧૨°, બ=૨·૧", ∠क=૯૧°, ड=૯૯° અને ક=૨·૭"

(૪ ડ=૫·૧", ∠अ=૭૧°, ∠क=૧૫°, અ=૪·૭" અને ∠ब=૧૧૫°

(૫) ∠ब=૯૧°, ∠अ=૭૫°, ∠क=૭૨°, ડ=૭·૨ સે. મી. અને અ=૪·૩ સે. મી.

(૬) અ=૨·૭", બ=૨·૩", ક=૪·૩", ∠ब=૧૧૫°. અને ડ=૩·૪"

(૭) અ=ક=ડ=૪·૯ સે. મી., ∠अ=૭૫° અને ∠ब=૫૧°.

(૮) ∠क=૫૫°, ∠अ=૬૯°, ક=૪·૦", અ=૭·૩" અને ડ=૩·૫".

(૯) બ=··૨", अब=૩·૨", ∠ब=૭૫°, ડ = ૨·૭", અને ક=૨·૫".

(૧૦) बक=૩·૩", ∠क=૧૧૩°, ∠ब=૭૨°, અ=૨·૭" ને ∠अ=૭૧°

૧૧. નીચેના ચતુષ્કોણો દોરો.

(૧) અ=ક=૭·૨ સે.મી., બ=ડ=૩·૯ સે. મી. અને बड=૪·૨ સે.મી.

(૨) અ=ડ=ક=૨·૧ સે. મી., अक=૨·૭ સે. મી., બ=૩·૨ સે. મી.
(૩) અ=બ=ક=ડ=૬·૧ સે. મી. અને अक=૮·૩ સે. મી.
(૪) અ=૫·૧", બ=૬·૨", ક=૬·૦", ∠बं=૭૨°, ∠कं=૫૧°
(૫) અ=બ=ક=૩·૭" कअ=૪·૨", ∠अ=૧૫૨°.

પ્રકરણ ૨ જું.

ભૂમિતિનાં મૂળ તત્ત્વો.

નોટઃ—આ ભાગ પ્રાયોગિક ભાગ થઇ ગયા પછી શીખવવો.

ભૂમિતિ શાસ્ત્ર—એક દોરી બીજી કરતાં કેટલી મોટી છે તે તેની લંબાઇ ઉપરથી આપણે કહી શકીએ છીએ. એક મેદાન બીજા કરતાં કેટલું મોટું છે તે તેની લબાઇ અને પહોળાઇ ઉપરથી જાણીએ છીએ; વળી એક ટેબલ બીજા કરતાં કેટલું મોટું છે તે તેની લંબાઇ, પહોળાઇ અને ઉંચાઇ ઉપરથી જાણીએ છીએ. તેમજ એક ઘન બીજા કરતાં કેટલો મોટો છે તે તેની લંબાઇ, પહોળાઇ અને જાડાઇ ઉપરથી આપણે કહી શકીએ છીએ લંબાઇ, પહોળાઇ અને જાડાઇ ઉપરથી એક પદાર્થ મોટો છે કે નાનો છે તે વિષે જે નિયમો છે તે નિયમો આપણે જાણવા જોઇએ. આ નિયમો દરેક પદાર્થની લંબાઇ, પહોળાઇ અને તેની વચ્ચેના ખૂણાના જે ગુણો ઉપરથી નક્કી થાય છે તે ગુણોનું વર્ણન કરવું એ ભૂમિતિ શાસ્ત્રનું કામ છે. [ભૂ=પૃથ્વી, જમીન; અને મિતિ=માપણી] ભૂમિતિ એટલે જમીનની માપણી. જમીન માપવાને માટે પદાર્થની લંબાઇ, પહોળાઇ, જાડાઇ અને ખૂણા ઉપરથી પરિમાણો કેમ મપાય છે તે સંબંધી કાંઇ નિયમો હોય છે અને એ નિયમોનું વિવેચન જે શાસ્ત્રમાં હોય છે તેને ભૂમિતિ કહે છે.

પદાર્થ.

વર્ગમાં પડેલી પાંચ દશ વસ્તુઓ બતાવો. એ દરેકને આકાર કે રૂપ છે? હા. બીજી બહારની વસ્તુઓનાં નામ આપો. એ વસ્તુઓને આકાર કે રૂપ છે? હા. એ બધી વસ્તુઓને **પદાર્થ** કહે છે, કારણ કે તેઓને રૂપ અથવા આકાર છે.

આ ઘન જુઓ. એ ઘન કાંઇ જગ્યા રોકે છે? હા. જેવડી જગ્યા એ રોકે છે અથવા જેવા પ્રકારની જગ્યા એ રોકે છે તેવો તેનો આકાર છે. આ ગોળ જુઓ. એ કેવી જગ્યા રોકે છે? ગોળ. તેથી તેનો આકાર ગોળ છે આ પેટી જુઓ. એ કેવી જગ્યા રોકે છે? ચોખૂણ તેથી તેનો આકાર ચોખૂણ છે. જે પદાર્થ જેવા પ્રકારની જગ્યા રોકે છે તેવો આકાર તેને પ્રાપ્ત થાય છે. પાણીને એક ઘડામાં રેડો. પાણીને કેવો આકાર પ્રાપ્ત થયો? ઘડાના અંદરના ભાગ જેવો. એજ પાણીને કાઢીને તપેલામા રેડો. હવે તેનો કયો આકાર થયો? તપેલાના જેવો. આ ઉપરથી બધા પદાર્થને માટે કાંઇ સામાન્ય નિયમ નીકળે છે? હા. શું? **દરેક પદાર્થ કાંઈ પણ જગ્યા કે અવકાશનો ભાગ રોકે છે અને તેને કાંઇ આકાર હોય છે.**

બબ્બે સરખી લંબાઇ, પહોળાઇ અને જાડાઇના કકડાની ત્રણ જોડ લો. એક જોડના એક કકડાને લંબાઇ ઉપરથી થોડો વત્તો કાપી કાઢો. આ બે કકડામાં હવે શું ફેર છે? એક બીજા કરતાં વધારે લાંબો છે. બીજી જોડના એક કકડાને પહોળાઈ ઉપરથી થોડો વત્તો કાપી કાઢો. આ બે કકડામાં શું ફેર છે? એક બીજા કરતાં વધારે પહોળો છે. ત્રીજી જોડના એક કકડાને જાડાઇ ઉપરથી ઓછો વત્તો કાપી કાઢો. આ બે કકડામાં શું ફેર છે? એક બીજા કરતાં વધારે જાડો છે. આ પ્રમાણે દરેક પ્રયોગ બે.ત્રણ વખત કરી એક પદાર્થ બીજા કરતાં કેવડો મોટો છે તે માપવાને માટે દરેક પદાર્થનો નીચેનો સામાન્ય નિયમ ઠરાવો. **"દરેક પદાર્થને લંબાઇ, પહોળાઈ અને જાડાઈ હોય છે."** આ ત્રણ

પરિમાણોવાળા ઘણાએક પદાર્થ બતાવવાને વિદ્યાર્થીને કહો. સર્વ પદાર્થને ત્રણ પરિમેય હોય છે તેથી તે **ત્રિપારમેયાત્મક** કહેવાય છે.

જુદી જુદી લંબાઇના, પહોળાઇના અને જાડાઇના પદાર્થો બતાવો. કેટલાક પદાર્થો એવા બતાવો કે તેના પરિમેયો બહુજ બારીક હોય. પૂછો કે કોઇ એવો પદાર્થ બતાવશો અથવા કહેશો કે જેને બિલકુલજ લંબાઇ, પહોળાઇ કે જાડાઇ ન હોય. કોઇજ નહિ.

લંબાઈ, પહોળાઈ અને જાડાઈ.

કોઇ પણ પદાર્થ લો. એની એક બાજુ બતાવો. આ બાજુને **લંબાઇ** કહે છે. અને આ બન્નેને કાટખૂણે મળતી આ આડી બાજુને **પહોળાઈ** કહે છે. અને આ બાજુને કાટખૂણે મળતી અથવા આ ઉભી બાજુને **જાડાઈ** કહે છે. આ પ્રમાણે લંબાઇ, પહોળાઇ અને જાડાઇ ગણવાનો સામાન્ય નિયમ છે. પણ પદાર્થની સૌથી મોટી બાજુને લંબાઇ, તેથી નાની બાજુને પહોળાઇ અને સૌથી નાની બાજુને જાડાઇ કહીએ છીએ. તો પણ વિદ્યાર્થીના મનમાં બરાબર ઠસાવવું કે કોઇ પણ બાજુને લંબાઇ, કોઇ પણ બીજી બાજુને પહોળાઇ અને બાકીની ત્રીજી બાજુને જાડાઇ તરીકે લઇએ તો પણ તે ચાલે છે.

પૃષ્ઠ કે સફાઇ.

વર્ગની અંદરની અને બહારના થોડીએક ચીજો લઇ નીચે પ્રમાણે પ્રશ્નો કરો. આ ગોળનો આકાર બધી બાજુએ સરખો લાગે છે? આ પેટીનો આકાર બધી બાજુએ સરખો લાગે છે? આ પાટીઆનો આકાર બધી બાજુએ સરખો લાગે છે? આ ઘનનો આકાર બધી બાજુએ સરખો લાગે છે? આ અર્ધ ગોળનો આકાર બધી બાજુએ સરખો લાગે છે? આ ચોપડીનો આકાર બધી બાજુએ સરખો લાગે છે? આ પૈસો ઉપરથી જોતાં કેવો દેખાય છે? આ ખડીઓ લંબાઇ ઉપરથી જોતાં કેવો દેખાય છે? આ પેટી પહોળાઇ ઉપરથી જોતાં કેવી દેખાય છે?

વગેરે. ગોળ બધી બાજુએ સરખોજ દેખાય છે; પરંતુ બીજી બધી વસ્તુઓ સરખી દેખાતી નથી. આ પદાર્થ બધી બાજુએ સરખા દેખાતા નથી એનું શું કારણ છે? એની બાજુઓ જુદા જુદા પ્રકારની છે, એટલે એનાં પૃષ્ઠ જુદા પ્રકારનાં છે. આ ઉપરથી પદાર્થનો બીજો કયો ગુણ માલમ પડે છે? **પદાર્થને પૃષ્ઠ અથવા બાજુ* હોય છે.**

જુદા જુદા નીચેના પદાર્થ બતાવી નીચે પ્રમાણે પ્રશ્નો કરોઃ—

આ પેટીને કેટલાં પૃષ્ઠ છે? આ ઘનને કેટલાં છે? આ પાટીઆને કેટલાં છે? આ પૈસાને કેટલાં છે? આ ગોળને કેટલાં છે? આ અર્ધ ગોળને કેટલાં છે? આ + દંડગોળને કેટલાં છે? વગેરે. ગોળને એક પૃષ્ઠ છે. અર્ધગોળને બે છે. પેટી અને ઘનને છ છે. પૈસાને ત્રણ છે. દંડ ગોળને ત્રણ છે. અનેક પૃષ્ઠ હોય એવા દાખલા આપો.

ગોળ અને ઘનનાં પૃષ્ઠમાં શું ફેર છે? ઘનનું પૃષ્ઠ સપાટ છે અને ગોળનું પૃષ્ઠ વક્ર છે. ત્યારે પૃષ્ઠના કેટલા પ્રકાર છે? કયા કયા? વક્ર પૃષ્ઠ અને સપાટ પૃષ્ઠ સપાટ પૃષ્ઠના દશ બાર પદાર્થો બતાવો, અને દરેકને કેટલાં કેટલાં પૃષ્ઠો છે તે પૂછો. ઓછામાં ઓછાં કેટલાં સપાટ પૃષ્ઠ પદાર્થમાં હોય છે? ચાર. ચારથી ઓછાં સપાટ પૃષ્ઠ હોય એવો કોઇ પણ બધાંજ સપાટ પૃષ્ઠોવાળો પદાર્થ બતાવી શકો ખરા કે? નહિ

આ બે પૃષ્ઠો (કોઇ પદાર્થ લઇ) જ્યાં મળે છે તેને શું કહો છો? કોર. એ કોર કોના જેવી દેખાય છે? લીટીના જેવી. ત્યારે બે પૃષ્ઠો જ્યાં મળે ત્યાં ભૂમિતની કયી આકૃતિ થાય છે? લીટી (વાંકી અથવા સીધી). ત્રણ પૃષ્ઠો મળે ત્યાં શું દેખાય છે? છેડો. આ કોણો મળે છે ત્યાં શું દેખાય છે? છેડો છેડો ભૂમિતિની કયી આકૃતિ પ્રમાણે દેખાય છે? બિંદુ પ્રમાણે.

---

* બાજુનો અર્થ સપાટ અથવા કોર પણ થાય છે. માટે પૃષ્ઠ શબ્દ વાપરવો.

+ એક નળાકાર લાકડાનો કકડો જેના બે છેડાઓ સરખા, અને સમાન્તર વર્તુળ હોય.

ઘન, વિષમ ઘન, શંકુ, પેટી, સેટરકવેરો, વગેરે લઇને એ પ્રમાણે પ્રશ્નો કરોઃ—આ પિરામિડમાં કેટલાં પૃષ્ઠ છે? કેટલી કોરો છે? ખૂણા કેટલા છે? છેડા કેટલા છે? બબ્બે પૃષ્ઠો ક્યાં ક્યાં મળે છે? કોર-લીટીઓમાં. કોરો ક્યાં ક્યાં મળે છે? છેડા-બિંદુમાં. આ પિરામિડના કેટલાં પૃષ્ઠો એકી વખતે સાથે દેખાય છે?

આ ઉપરથી ઠસાવો કે કોઇપણ પદાર્થનો ઉપલો ભાગ પૃષ્ઠ હોય છે, પૃષ્ઠનો છેવટનો ભાગ લીટી અને લીટીનો છેવટનો ભાગ બિંદુ હોય છે.

આ પૃષ્ઠને લંબાઇ છે? હા. પહોળાઇ છે? હા. જાડાઇ છે? ના. (કોઇ વિદ્યાર્થી હાનો જવાબ આપે તો બરાબર સમજ પડે ત્યાં સુધી ઉપલોજ પ્રયોગ કરતા જવું.) એક વાસણ પાણીથી ભરો. પાણીનું પૃષ્ઠ જુઓ. આ પૃષ્ઠ વાસણના અંદરના ભાગને અડકેલું છે? હા. જે જગ્યાએ આ પૃષ્ઠ લાગેલું છે ત્યાં નીચે પાણી લાગેલું છે? ઉપર હવા લાગેલી છે? ત્યારે એ પૃષ્ઠની નીચે શું છે? પાણી. ઉપર શું છે? હવા. પાણી પુરું થાય કે તરતજ હવા લાગેલી છે. માટે આ પૃષ્ઠને કાંઇ જાડાઇ છે? એક કાચની બાટલીમાં થોડું પાણી અને થોડું તેલ રેડો. બતાવો કે જ્યાં પાણી પુરું થાય છે ત્યાંથી તરતજ તેલ શરૂ થાય છે.

એક લાકડાના કકડાને લો. તેને વેરતાં વેરતાં એવો એક કકડો કરો કે જાણે તેને બિલકુલજ જાડાઇ રહેતી નથી એમ આપણે ધારીએ. લંબાઇ પહોળાઇવાળા આ કકડાને પૃષ્ઠ કહે છે. અને તેને જાડાઇ નથી (એવી કલ્પના કરેલી છે.) એક ખેતરનું ક્ષેત્રફળ કાઢવું હોય તો આપણે ફક્ત લંબાઇ અને પહોળાઇનો વિચાર કરીએ છીએ. પરંતુ તેની જાડાઇનો બિલકુલ વિચાર કરતા નથી. આ પ્રમાણે ખેતરની માપણી કરવામાં જેનો વિચાર કરીએ છીએ તેનેજ પૃષ્ઠ કહે છે. જમીન ઉપર જે છાંયડો પડે છે તેને લંબાઇ અને પહોળાઇ છે પરંતુ જાડાઇ નથી. તેથી છાંયડો એ પૃષ્ઠનો એક બહુ સારો દાખલો છે.

કોઇપણ પદાર્થ અને આકાશની વચ્ચેની સીમાને શું કહો છો? પૃષ્ઠ.

પૃષ્ઠને કેટલાં પરિમેય છે? બે. પૃષ્ઠની કોરો કયી આકૃતિના જેવી દેખાય છે? લીટીના જેવી. વર્તુળ, પરિધ, વ્યાસ, કૌંસ, જ્યાને કેટલાં પરિમેય છે? પાતળો કાગળ અને કાગળના ઉપર જે રંગ દીધેલા છે તેને કેટલાં પૃષ્ઠ છે?

વ્યાખ્યા—જેને ફક્ત લંબાઇ અને પહોળાઇ હોય છે, પણ બિલકુલ જાડાઇ હોતી નથી તેને પૃષ્ઠ કહે છે.

પૃષ્ઠના પ્રકાર.

બે સપાટ પૃષ્ઠની વસ્તુઓ લઇ એકને બીજી ઉપર મુકો. બે વક્ર પૃષ્ઠની વસ્તુઓ લઇ એકને બાજીની ઉપર મુકો. એક સપાટ પૃષ્ઠને બીજા સપાટ પૃષ્ઠની ઉપર આમ તેમ ફેરવી જુઓ કે વચ્ચે ખાલી જગ્યા રહે છે? નહિ. વક્ર પૃષ્ઠને બીજા વક્ર પૃષ્ઠની ઉપર મુકી આમતેમ ફેરવી જુઓ કે બન્ને પૃષ્ઠો એક બીજાની સાથે બરાબર વળગી જાય છે? નહિ. ત્યારે સપાટ પૃષ્ઠ અને વક્ર પૃષ્ઠનાં વચ્ચે શું ફેર માલમ પડે છે? સપાટ પૃષ્ઠો એક બીજાની સાથે મેળવતાં બરાબર મળી જાય છે; અને તેઓની વચ્ચે કાંઇ ખાલી જગ્યા રહેતી નથી. વક્ર પૃષ્ઠોને એક બીજાની ઉપર મેળવતાં વચ્ચે ખાલી જગ્યા રહે છે.

સપાટ પૃષ્ઠની ઉપર બે બિંદુ લો. એ બિંદુઓમાં ટાંકણી મારી તેની સાથે દોરી બાંધી એક સીધી લીટી દોરો. આ લીટી પૃષ્ઠમાં પડે છે કે બહાર? વક્ર પૃષ્ઠમાં બે બિંદુઓ લો. તેમાં ટાંકણી મારી દોરી બાંધી એક સીધી લીટી દોરો. આ લીટી પૃષ્ઠમાં પડે છે બહાર? એક વક્ર પૃષ્ઠ ઉપર બે બિંદુ લો. ઉપર પ્રમાણે દોરી બાંધી જુઓ કે તેમાં કોઇ પણ સીધી લીટી આવી શકે છે? આ ઉપરથી સપાટ પૃષ્ઠ અને વક્ર પૃષ્ઠની વચ્ચે શું ફેર માલમ પડે છે? એક ગોળાના ઉપર કોઇ પણ બે બિંદુઓ સાંધીએ તો તે બિંદુની વચ્ચે કોઇ સીધી લીટી આવી શકે ખરી કે? નહિ. જે પૃષ્ઠ સપાટ અથવા સીધું હોય તેને સીધી અથવા સપાટ સપાટ

કહે છે. કોઇ પણ સપાટ પૃષ્ઠને બધી બાજુએ તેની સીધી લીટીમાંજ લંબાવીએ તો જે જગ્યાએ પૃષ્ઠ પ્રસરે છે તે એ પૃષ્ઠની સપાટીમાંજ છે એમ કહેવાય છે.

લાંબી ટુંકી ત્રણ લાકડી લો અને તેને ઉભી જમીન ઉપર મુકો. આ લાકડીના છેવટના ભાગમાં શું છે? બિંદુ. આ લાકડીના ઉપલા છેડા પર એક પાટીઉં આડું મુકો. લાકડીના છેડાના બિંદુ વચ્ચેથી જે પૃષ્ઠ જાય છે તેની સફાઇ પાટીઆની સફાઇમાં છે એમ માલમ પડે છે. આ પ્રયોગ આમ પાંચ જુદી જુદી રીતે કરો અને બતાવો કે પાટીઆ ઉપર એ ત્રણે બિંદુમાંથી જતી સફાઇ આવે છે. કોઇ પણ સપાટ સફાઇમાં બે બિંદુઓ લો. આ બિંદુને સીધી લીટીથી સાંધો; આ લીટીનો કોઇ પણ ભાગ એ સપાટ સફાઇમાંજ આવેલો છે એમ બતાવો. આ સીધી લીટીનો કોઇ પણ ભાગ સપાટ સફાઇની બહાર જાય તો તે સપાટ સફાઇ નથી. સપાટ સફાઇનું આ મુખ્ય લક્ષણ છે.

સપાટ સફાઇ નક્કી કરવાને ઓછામાં ઓછાં કેટલાં બિંદુ જોઇએ? ત્રણ. તમારી ચોપડીની કયી બાજુ સપાટ સફાઇ છે? અર્ધગોળની કયી બાજુ સપાટ સફાઇ છે? જુદી જુદી લંબાઇની લાકડીઓ લઇ ઉભી જમીન ઉપર મુકો. તેના ઉપલા છેડાઓ ઉપર એક પાટીઉં આડું મુકો. લાકડીના બધા છેડાઓ આ પાટીઆની સફાઇમાંજ છે? નહિ. થોડાક છે અને થોડાક નથી. આ ઉપરથી માલમ પડશે કે લાકડીઓના બધા છેડાઓ એકજ સફાઇમાં નથી જુદા જુદા ત્રણ છેડાઓનાં બિંદુઓ ઉપર પાટીઉં મુકી બતાવો કે આ ત્રણ બિંદુઓમાંથી જતી સફાઇ બીજા છેડાઓનાં બિંદુમાંથી જતી નથી; કારણ શું? આ પ્રયોગ ઉપરથી સફાઇનો વિચાર બરાબર ઠસાવો.

ટેબલના ઉપલા પાટીઆની સફાઇની આજુબાજુ દિવાલ અને બીજા પદાર્થોના જે ભાગ છે તે બતાવો. ટેબલના બે પગની નીચે બે પથરા મુકી ટેબલને એક બાજુથી ઉંચું કરો. ટેબલના ઉપરના પાટીઆની સફાઇની આજુ બાજુ

દિવાલ અને બીજા પદાર્થોના જે ભાગ આવે છે તે બતાવો. એક પાટીઆને ભીંતની સાથે જુદી જુદી રીતે મુકો અને પાટીઆની સપાટીમાંથી ભીંતનો જે ભાગ જાય છે તે બતાવવા વિદ્યાર્થીને કહો. ભીંત સપાટ છે કે નહિ તે જાણવાને માટે શું કરવું જોઇએ?

એક વાસણમાં પાણી ભરો. પાણીના પૃષ્ઠની સપાટ ક્યાં છે? એક કાગળનો કકડો લો. આ કકડો સપાટ છે એમ સમજો. કાગળને પાણીમાં વાંકો રાખી ડુબાવો. પાણીનું પૃષ્ઠ કાગળના પૃષ્ઠથી છેદાય છે? હા. આ બે સપાટીઓ જ્યાં અરસપરસ છેદે છે તે જગ્યાએ કેવી આકૃતિ માલમ પડે છે? લીટી. એક વક્ર અને એક સીધું અથવા બન્ને વક્ર પૃષ્ઠો અરસપરસ છેદે તેમ એ પ્રયોગ કરો. જ્યાં તેઓ છેદે છે ત્યાં કેવી આકૃતિ છે? લીટી. એ બધીજ સીધી લીટી છે? કોઇ વક્ર અને કોઈ સીધી છે.

લીટી (સીધી અથવા વક્ર).

પાટીઆ ઉપર પટી મુકી ચાકથી પાટીઆ ઉપર એક બિંદુ મુકો. ચાકને સહેજ સહેજ આગળ ખસેડી પાટીઆ ઉપર બીજાં બિંદુઓ મુકો. આ બિંદુઓથી લીટી દોરો. આ ટપકાંઓની વચ્ચે જે જગ્યા છે તેમાં ફરીથી પાસે પાસે બિંદુઓ મુકો. પહેલાં કરતાં બિંદુઓની વચ્ચેનાં અંતર ઓછાં થયાં છે? એ પ્રમાણે પાસે પાસે બિંદુઓ મુકી બિંદુઓ તદ્દન નજીક નજીક આવી જાય તેમ એક લીટી બનાવો. આ પ્રયોગમાં લીટી કેમ બની છે તે વિષે શું અનુમાન કરો છો તે પુછો.

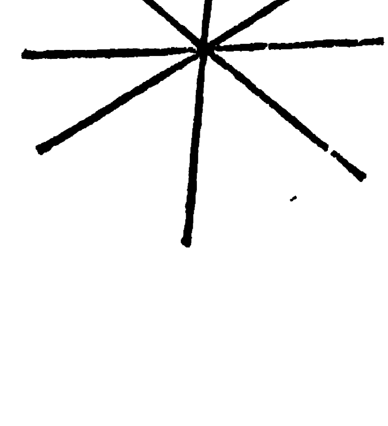
પાટીઆ ઉપર બે બિંદુઓ લો. તેને સીધી લીટીથી સાંધો; અને વચ્ચેથી વાંકો લીટીઓ દોરો. દોરીથી આ બધી લીટીઓ માપો. કયી લીટી સૌથી નાની છે? સીધી લીટી. એ સીધી લીટી કરતાં નાની લીટી એ બિંદુઓની વચ્ચે દોરો. દોરાય ખરી કે? નહિ. આ પ્રયોગ પરથી સીધી લીટીનો કયો ગુણ માલમ પડે છે? ગમે તે બે બિંદુની વચ્ચેની જે જે લીટીઓ કાઢીએ તે તે લીટીઓની લંબાઇ ઉપરથી કહો કે કયી લીટી સીધી છે.

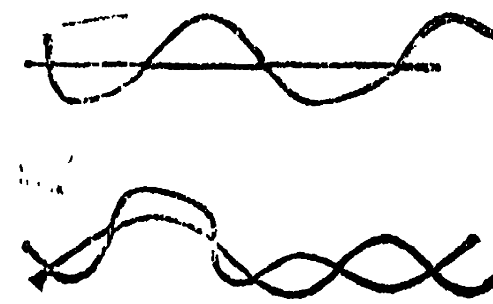
પાટીઆ ઉપર બે બિંદુઓ લો. તેમાં બે ટાંકણીઓ મારો. આ ટાંકણીની આજુબાજુ એક દોરી ખેંચી બાંધો. એ દોરીના કરતાં સહેજ લાંબી એક બીજી દોરી એ ટાંકણીની આજુબાજુ બાંધો. આ બે દોરીથી જે લીટી થાય છે તેમાં કયી સીધી લીટી જેવી દેખાય છે? બે બિંદુઓની વચ્ચે એક સીધી લીટી અને બીજી ઘણી વાંકી લીટી દોરો. એ બધી લીટીઓમાં કયી સૌથી નાની છે એ જાણવાને કયો નિયમ આ પ્રયોગ પરથી માલૂમ પડે છે?

પાટીઆ ઉપર બે બિંદુ લો. તેમાં ટાંકણી મારો અને તેની આસપાસ એક દોરી ખેંચી બાંધો. બીજી દોરી પણ તેની આસપાસ ખેંચી બાંધો. આ બન્ને દોરી એક બીજી સાથે બરાબર મળી જાય છે કે જુદે જુદે સ્થાને પડે છે? આ ઉપરથી બે બિંદુની વચ્ચે જુદી જુદી સીધી લીટી કેટલી દોરી શકાય તે વિષે શું સમજ પડે છે? **બે બિંદુની વચ્ચે એકજ સીધી લીટી દોરી શકાય છે.**

બે બિંદુ લઇ તેને સીધી લીટીથી સાંધો અને ફરીથી તે બન્નેને સીધી લીટીથી સાંધો. આ બન્ને લીટીઓ એક બીજીથી જુદી જુદી છે? ત્યારે બે બિંદુની વચ્ચે બીજી કોઇ સીધી લીટી દોરી શકાય ખરી? નહિ. સીધી લીટીનો કયો બીજો ગુણ આ ઉપરથી માલમ પડે છે?

બે ત્રણ સીધી લીટીઓ અરસપરસ છેદે તેમ દોરો. આકૃતિમાં બતાવ્યા પ્રમાણે એક વાંકી લીટીને બીજી એક વાંકી લીટી અથવા સીધી લીટી છેદવા દો. બે સીધી લીટીઓ કેટલાં બિંદુમાં છેદે છે? એકજ. વક્ર લીટી કેટલાં બિંદુમાં છેદે છે? ઘણાં. ત્યારે એક કરતાં વધારે બિંદુમાં છેદે છે તેમ સીધી લીટી દોરી શકાય ખરી કે? નહિ. આ ઉપરથી સીધી લીટીનો કયો ગુણ માલમ પડે છે?





બે સીધી લીટીઓ એક કરતાં વધારે બિંદુમાં છેદી શકે નહિ.

બે સીધી લીટીઓ ગમે તેમ દોરી તે સપાટીનો કોઇ પણ ભાગ રોકે છે કે નહિ તે જુઓ. આજુબાજુની જગ્યાઓ રોકાય તેમ બે સીધી લીટી દોરી જુઓ. મર્યાદિત થાય છે ? નહિ. બે વક્ર લીટી દોરી આસપાસની જગ્યા રોકાય છે કે નહિ ? હા. આ ઉપરથી સીધી લીટી અને વક્ર લીટીના કયા કયા ગુણ માલમ પડે છે ? **બે સીધી લીટીથી સપાટીનો ભાગ રોકી શકાતો નથી;** પરંતુ વાંકી લીટીથી તે રોકી શકાય છે.

એક આંખ બંધ કરી બીજી આંખ આગળ ફુટપટીની સીધી કોર અથવા પાટીઆની સીધી કોર બન્ને છેડા આંખનીજ લીટીમાં આવે તેમ રાખો. એજ માફક એક વાંકી લીટી પણ આંખ અને તેના છેડા બરાબર સીધી લીટીમાં આવે તેમ ધરો. જુઓ કે બન્નેમાં શું ફેર પડે છે ?

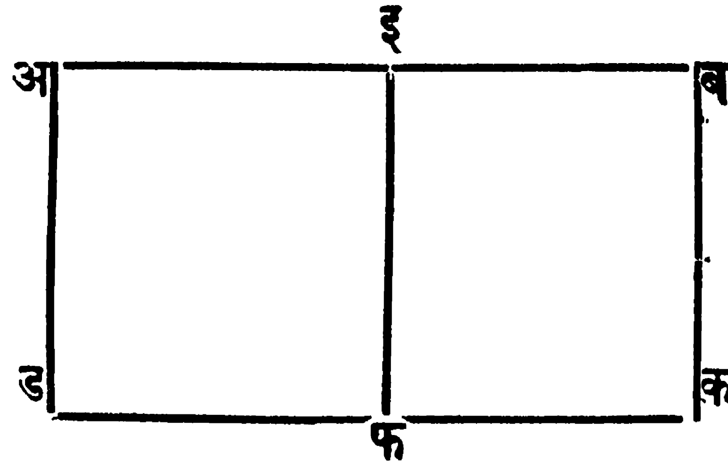
એક સીધી લીટી દોરો. પાતળા કાગળ પર બરાબર તેની નકલ કરો. અને સળ વાળી તેના ચાર પાંચ ભાગ કરો. દરેક ભાગને બાકીના ભાગો ઉપર આમ તેમ ઉપર નીચે રાખી મેળવો. મેળવતાં કોઇ પણ વખતે બન્ને ભાગની વચ્ચે કાંઇ ખાલી જગ્યા રહે છે ખરી? નહિ. એક વક્ર લીટી લઇ પાતળા કાગળ ઉપર તેની નકલ કરી સળથી ચાર પાંચ ભાગ કરી ઉપર પ્રમાણે તેના ભાગો અરસપરસ બધી રીતે સરખાવો. બન્ને ભાગોની વચ્ચે કાંઇ જગ્યા રહે છે ખરી? હા. ત્યારે આ બન્ને પ્રયોગ પરથી સીધી અને વક્ર લીટીની વચ્ચે શું ફેર માલમ પડે છે ? સીધી લીટીનો કોઇ પણ ભાગ તેના બીજા કોઇ પણ ભાગ ઉપર બરાબર મળી જાય છે; ત્યારે વક્ર લીટીના ભાગોની વચ્ચે ખાલી જગ્યા રહી જાય છે.

વ્યાખ્યા—જે લીટીના કોઇ પણ ભાગ ઉંચકીને બીજા ભાગ ઉપર છેડાઓ બરાબર રાખી મેળવતાં બન્ને ભાગો બરાબર મળી જાય તે લીટીને **સીધી લીટી** કહે છે.

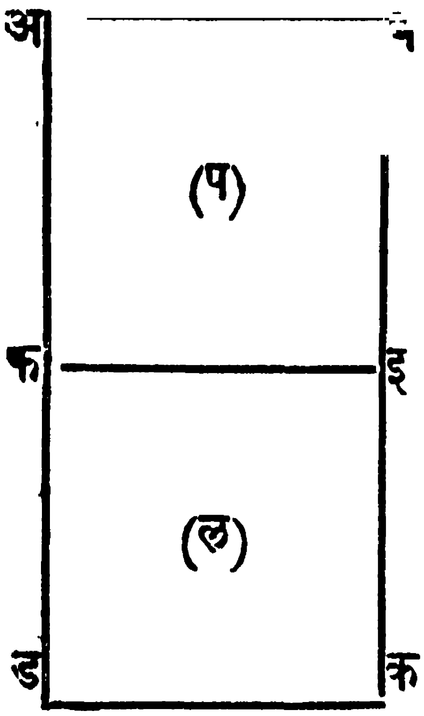
એક બિંદુ अ લો; अ માંથી જે સીધી લીટી દોરીએ તે કયી દિશામાં જાય છે ? મરજી પડે તે દિશામાં. ત્યારે એકજ બિંદુ ઉપરથી કોઇ સીધી લીટીની દિશા નક્કી થઇ શકે ? નહિ. ત્યારે સીધી લીટી નક્કી કરવાને માટે ઓછામાં ઓછાં કેટલાં બિંદુ જોઇએ ? બે. अ, ब બે બિંદુની વચ્ચે સીધી લીટી કેવી રીતે દોરશો ?

બે લીટી આપી હોય તો તેમાં સીધી કયી અને વક્ર કયી તે પારખવાને માટે તેના છેડાની આસપાસ દોરી કેવી રીતે બાંધશો ? એક છોકરાથી બીજા છોકરા સુધી લીટી દોરવી હોય તો તે કેવી રીતે કાઢશો ? બાગમાં ઝાડો સીધી લીટીમાં છે કે નહિ તે જાણવા માટે માળી શું કરે છે?

अ ब क ड એક કાગળનો કકડો ૧૬ ઈંચ લાંબો અને ૮ ઈંચ પહોળો લો. એમાં સળ વાળી બરાબર બે ભાગ કરી એ ભાગ કાગળમાં બતાવવાના છે. ધારો કે તે કાગળનો કકડો પાસેની આકૃતિ પ્રમાણે છે. એ આકૃતિમાં इ फ લીટી શું બતાવે છે? જે જગ્યાએ अ ब क ड કાગળના કકડામાં સળ વાળ્યો છે તે જગ્યા. इ फ લીટીથી શરૂ કરી એક પછી એક એમ अ ड સુધી લીટીઓ દોરો. ધારો કે એવી ૮ લીટી દોરી છે. ત્યારે अथी इ સુધીની જગ્યા કેટલી લીટીથી ભરાઇ ગઇ છે? આઠ. अइની લંબાઇ શું છે? આઠ ઇંચ. ત્યારે દરેક લીટી કાગળનો કેટલો ભાગ બતાવે છે? એક ઈંચ. ત્યારે દરેક લીટી એક ઇંચ પહોળાઇનો ભાગ બતાવે તો इफ લીટી ખરેખર એક ઈંચ પહોળી (જાડી) છે? તે કેટલી પહોળી છે? इफ સળ ઉપરથી કાગળ ફાડીએ તો इफ સળ કાગળના કયા ભાગમાં જશે? કોઇ પણ ભાગમાં इफ ન જાય એવી રીતે આપણે કાગળને ફાડી શકીએ ખરા કે? હા. ત્યારે इफ સળની ખરી પહોળાઇ શું? કાંઇ નહિ. इफ સળ કેવી આકૃતિ છે? લીટી. ત્યારે इफ સળની પહોળાઇ નથી તો इफ લીટીની પહોળાઇ હોઇ શકે ખરી કે?

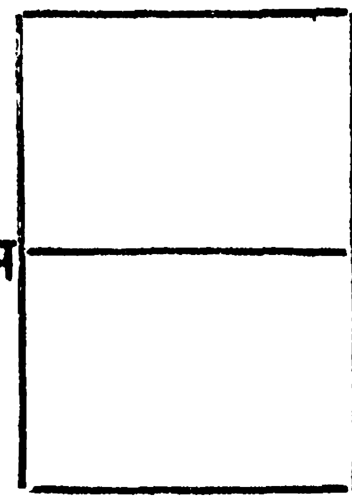


નહિ. આ ઉપરથી લીટીનો કયો ધર્મ માલમ પડે છે? **લીટીને પહોળાઇ નથી.**



ધારો કે **अबकड** જેવું કોઇ ખેતર प,ल બે ભાઇઓને સરખે ભાગે વહેંચવાનું છે. તેથી તેઓએ अबइफ, फइकड જેવા બે સરખા ભાગ કરી એકેક ભાગ લીધો. ધારો કે प એ ઉપલો ભાગ અને ल એ નીચેનો ભાગ લીધો. ત્યારે પાસેની આકૃતિ પ્રમાણે જે ભાગ પડયા છે તેની વચ્ચે કાંઇ જગ્યા રહી છે? કાંઇ જગ્યા રહી છે એવો જવાબ મળે તો એ જગ્યા બે ભાઇમાંથી કોની પાસે જાય છે એ તમારે કહેવું જોઇએ. બન્ને ભાગો વચ્ચે જગ્યા નથી ત્યારે फइ લીટી આપણે દોરી છે તે શું બતાવે છે? કોઇ જગ્યા નહિ. फइ લીટીથી લઇ अब લીટી ઉપર પાસે પાસેની લીટી દોરો. ધારો કે એવી ૧૦ લીટી દોરી છે. ત્યારે फइ થી अब સુધીની જગ્યા દશ લીટીથી ભરાઇ ગઈ છે. ત્યારે फअ ૧૦ વાર લાંબી હોય તો દરેક લીટી કેટલી પહોળી જગ્યા બતાવે? એક વાર પહોળી. फइ લીટી એક વાર પહોળી જગ્યા બતાવે ત્યારે તેની ઉપરથી એક વાર જાડી કે પહોળી જગ્યા જે છે તે કોના ભાગમાં જાય છે? प અને ल ના ભાગોની વચ્ચે કાંઇ જગ્યા રાખવાનું કારણ નથી ત્યારે फइ લીટી શું કામ દોરી હશે? फइ લીટી કાંઇ જગ્યા બતાવતી નથી ત્યારે ખરેખરી રીતે એ લીટી શું બતાવે છે? प નો ભાગ કયાં પુરો થાય છે અને लનો ભાગ ક્યાં શરૂ થાય છે એ फइ થી બતાવાય છે, ત્યારે इफ લીટી ખરેખરી રીતે બન્ને ભાગો વચ્ચે શું બતાવે છે? બન્ને ભાગોની **હદ કે મર્યાદા.**

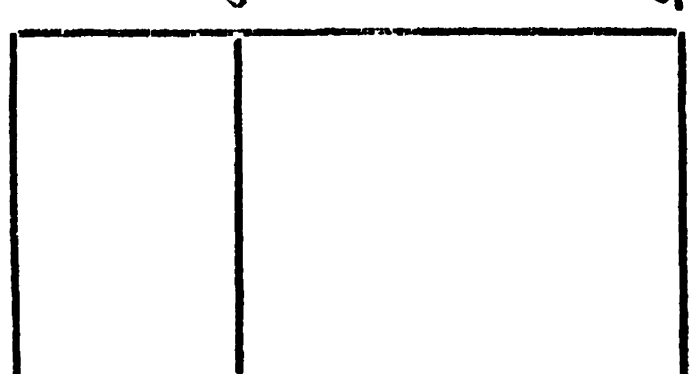
બે ઘણાજ સાફ લાકડાના ઘન લો અને એ સાફ સપાટીઓને બરાબર મેળવી વળગાવીએ તો બન્નેની આકૃતિ કેવી રીતે કાઢીશું?



પાસેની આકૃતિમાં अब લીટી કાગળ પર થેાડીક જગ્યા રેાકે છે ત્યારે બે ઘનની વચ્ચે કાંઇ થેાડી ખાલી જગ્યા રહે છે એવું કાંઇ આ ઉપરથી માલમ પડે ખરૂં ? નહિ. ત્યારે अब લીટી શું કામ કાઢી હશે ? બે ભાગની હદ અથવા મર્યાદા બતાવવાને. એક સફેદ કાગળનેા કકડેા લેા. તેના થેાડાક ભાગ ઉપર કેાઇ પણ રંગ લગાડેા. ત્યારે કેારેા ભાગ અને રંગીન ભાગની વચ્ચેની જે હદ છે તેનેા કેવેા રંગ છે? તેનેા રંગ નથી ત્યારે એ હદ બતાવનારી લીટી કેટલી પહેાળી છે? એ હદની લીટી કાંઇ પણ પહેાળી (જાડી) હેાઇ શકે ખરી? નહિ.

ઉપલા પ્રયેાગમાં જ્યાં બે ભાગેા એક બીજાની પાસે મળે છે અથવા એ ઘન એક બીજાની સાથે વળગે છે ત્યાં તે જગ્યા કેટલી પહેાળી છે? (બીલકુલ) નહિ. તેની લંબાઇ છે ખરી? હા.

એ હદ બતાવવાને માટે જે લીટી આપણે દેારીએ તેની થેાડીક પહેાળાઇ તેા છે પણ સમૂળકીજ પહેાળી ન હેાય એવી જગ્યા બતાવવાને શું કામ આપણે કાંઇક પહેાળી એવી લીટી દેારી છે? કાંઇ પણ પહેાળાઇ વગરની લીટી આપણે દેારી શકીએ ખરા કે? નહિ. કાંઇ પણ પહેાળાઇ વગરની લીટી દેારી શકાય નહિ તેથી આપણે કાંઇક પહેાળી લીટી દેારીએ છીએ. **ખરેખરી રીતે જોતાં લીટીને કાંઇ પણ પહેાળાઇ નથી.***



* પાસેની એક ખેતરની આકૃતિમાં कથી એક કરેાડીએ इ સુધી પેાતાનેા તંતુ બાંધ્યેા છે. એ ખેતરનું સ્કેલ આપ્યું હેાય તેા એ તંતુની લંબાઇ આપણે કહી શકીએ ખરા કે? ધારેા કે ૧ ઇંચે ૧૦ ફુટનું

લીટી દોરવાનો હેતુ—કોઇ પદાર્થ કયાંથી શરૂ થાય છે ? ક્યાં પુરો થાય છે ? તેનો આકાર કેવો છે ? અથવા તે કયી દિશામાં જાય છે ? એ બતાવવાને માટે આપણને લીટી દોરવી પડે છે. તેથી તેને લંબાઇ છે પણ (ખરી) પહોળાઇ નથી. આવી વ્યાખ્યા લીટીની આપી છે. બહુજ પાતળો દોરો લઇએ તો તે લીટી બતાવે ખરો ? નહિ. કારણ શું ? પૃથ્વી પરના અક્ષાંશ વૃત્ત, રેખાંશ વૃત્ત, વગેરે લીટી ખરી કે ? કારણ આપો. ત્યારે લીટીને લંબાઇ, પહોળાઇ, અને જાડાઇ પૈકી કયો પરિમેય હોય છે ? લંબાઇજ. ત્યારે લીટીને કેટલા પરિમેય હોય છે તે કહો. એકજ.

બિંદુ.

એકમેકને છેદે તેમ બે લીટી अ म ब, क म ड દોરો. अ म ब, क म ड લીટી જ્યાં અરસપરસ છેદે ત્યાં म આગળનો ભાગ રહેવા દઇ બાકીનો ભાગ કાઢી નાંખો. म આગળનો રહેલો ભાગ જુઓ. ત્યારે જે જગ્યાએ બે લીટીઓ છેદે ત્યાં કેવી આકૃતિ હોય છે તે કહો. બિંદુ.

એક દશાંશ ઇંચ જાડી બે લીટીઓ म માં છેદે તેમ દોરો. ત્યારે म

સ્કેલ આપ્યું છે. ત્યારે कड તંતુ કેટલો લાંબો છે ? कड માપો. ધારો કે તે ૧૨ ઇંચ લાંબો છે ત્યારે ૧૨ ને ૧૦ થી ગુણી જે ગુણાકાર આવે તેટલા ફુટ સમજવા. कड લીટી કેટલી પહોળી છે ? કાંઇ નહિ એવો જવાબ મળે. कड થી લઇ આકૃતિના છેડા સુધી એકેકની પાસે પાસે લીટી દોરો. ધારો કે ૧૮૦ લીટી એ પ્રમાણે દોરવાથી બધી જગ્યા પુરાઇ ગઇ. ब સુધીનું અંતર જો ૧૫ ફુટ હોય તો દરેક લીટી ૧૫×૧૨=૧૮૦=૧ ઇંચ અંતર બતાવે છે. કરોળીઆએ તંતુ બાંધ્યો છે તે તંતુ લીટી જો એક ઇંચ પહોળાઇ બતાવે તો તે તંતુ લીટી એક ઇંચ પહોળી કેમ ન હોય ? જેમ લીટીની લંબાઇ ઉપરથી તંતુની લંબાઇ કાઢી છે તેમ તેની પહોળાઇ ઉપરથી તંતુની પહોળાઇ કેમ ન કાઢી શકીએ ? તંતુની પહોળાઇ બરાબર બતાવે એવી લીટી દોરો. આવી લીટી દોરી શકાય ખરી કે ? નહિ. ત્યારે લીટીને પહોળાઇ નથી એમ આપણે માની શકીએ ખરા કે ? હા.

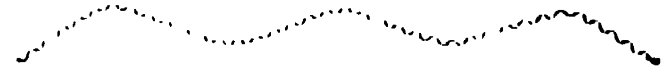
આગળની આકૃતિ કેવી છે ? બિંદુ. એની પહોળાઇ (જાડાઇ) **શું** ? એક દશાંશ ઇંચ. એક વીશાંશ જાડી બે લીટી જે જગ્યાએ-બિંદુમાં છેદે ત્યાં તે બિંદુની જાડાઇ શું ? એક વીશાંશ ઇંચ. ત્યારે ખરૂં જોતાં ખરી લીટીને કાંઇ પણ જાડાઇ (પહોળાઇ) છે ? નહિ. ત્યારે કાંઇ પણ જાડાઇ વગરની બે લીટીઓ જે બિંદુમાં-જગ્યામાં-છેદે તે બિંદુની જાડાઇ-પહોળાઇ શું ? કાંઇ નહિ. બે લીટીઓ અરસપરસ છેદે ત્યારે જે જગ્યાએ તે છેદે ત્યાં શું હોય છે ? બિંદુ. લીટીને કાંઇપણ પહોળાઇ નથી ત્યારે બિંદુને પણ કાંઇ પહોળાઇ છે ? નહિ. ત્યારે બિંદુ ફક્ત અમુક જગ્યા બતાવે છે, એટલે તેને ફક્ત **સ્થિતિ** એટલે તેનું **સ્થાનજ** છે.

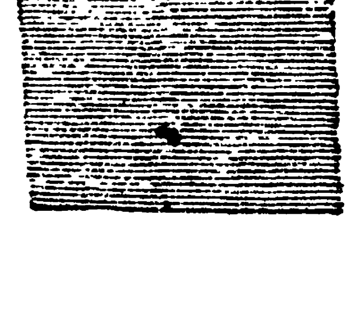
આ ઉપરથી બિંદુની વ્યાખ્યા શું હોઇ શકે ? **જેને ફક્ત સ્થિતિજ હોય પરંતુ કાંઇ પણ પરિમાણ-મહત્ત્વ ન હોય તેને બિંદુ કહે છે.** "મહત્ત્વ" એટલે લંબાઇ, પહોળાઇ, વગેરે.

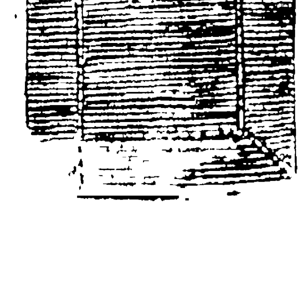
વર્તુળનું મધ્ય બિંદુ, બાલનો છેડો, સોયની અણી, ખૂણાનો છેડો, ગુરૂત્વ મધ્ય, વગેરેમાં બિંદુ કોણ છે અને કોણ નથી તે કહો.

સમૂળકીજ પહોળાઇ ન હોય એવી લીટી દોરી શકાય નહિ; તેમજ સમુળકીજ લંબાઇ અને પહોળાઇ ન હોય એવું બિંદુ પણ કાઢી શકાય નહિ. તેથી ઉપલી વ્યાખ્યાઓ જે લીટી કે બિંદુ આપણે કાઢીએ તેને ખરેખરી રીતે લાગુ પડી શકતી નથી.

એક બિંદુને આગળ અને આગળ ખસેડીએ તો તેમ કરવાથી આપણને **લીટી** મળે છે,







તેમજ એક લીટીને આગળ અને આગળ ખસેડીએ તો તેમ કર-વાથી આપણે **સફાઈ** બનાવી શકીએ છીએ.

અને તેજ પ્રમાણે એક સફાઇને આગળ અને આગળ ખસેડીએ તો તેમ કરવાથી આપણે એક **ઘન** બનાવીએ છીએ.

નવી ભૂમિતિ ભાગ ૧ લા નો પ્રાયોગિક ભાગ સમાપ્ત.

નવી ભૂમિતિ, ભાગ ૧ લેા. સિદ્ધ ભાગ.

ખંડ ૨ જો. પ્રમેય ભાગ.

§ ૧૨. પ્રત્યક્ષ પ્રમાણુ અને સ્વીકૃત કૃત્ય વગેરે.

કર્તવ્ય ભાગમાં આપણે જોયું છે કે આપેલાં સાહિત્યની મદદથી યા કાગળ વાળવાની રચનાથી જે આકૃતિઓ કરી છે તે આકૃતિનાં અમુક તત્ત્વેા સાહિત્યેાની મદદથી પ્રયેાગ કરી આપણે અમુક સંબંધદર્શક બતાવ્યાં છે; પણ તેને માટે કેાઇ પણ રીતે આપણે કાંઇ **તર્કશાસ્ત્રની રીતે** સાબિતિ આપી નથી; હવે કેાઈ પણ આકૃતિ લઇ તેની અમુક સત્યતા તર્કશાસ્ત્રના નિયમથી સિદ્ધ કરવી જોઇએ, પછી તેનાં અવયવેા સર્વ માપી શકાય એવાં હેાય યા ન હેાય. આ કામ ભૂમિતિના **સિધ્ધ ભાગનું** છે અને આ ભાગમાં તે આપણે હાથ ધરીશું.

સિદ્ધ ભાગમાં જે તર્કશાસ્ત્રના નિયમથી સિદ્ધ થાય તેજ સત્યતા લઈ શકાય છે તેથી કેાઇ પણ બાબત આપણે કહેવા તત્પર થયા તેા તેને માટે જો આપણી પાસે સબળ કારણ પુષ્ટિ અર્થે હેાય તેાજ તે કહેવી. નહિ તેા કેાઇ પણ બાબત આશરે સત્ય લાગવાથી અંગીકાર કરવી નહિ. ઉપર દર્શાવેલાં કારણુ સિવાય પણ આ કારણેાથી કર્તવ્ય ભાગથી સિદ્ધ ભાગ ચઢતેા છે એમ કહી શકાશે. જે જે કારણેા આપણે આપણા સિદ્ધ ભાગમાં આપીશું તે તે આપણે પાછળના ભાગમાં સિદ્ધ કરી ગયા હશે, અથવા વ્યાખ્યામાં આવ્યાં હશે અથવા **પ્રત્યક્ષ પ્રમાણથી** લીધાં હશે. આ પ્રત્યક્ષ પ્રમાણેા એવાં છે કે તે સાદાંમાં સાદાં છે. અને નહિ કે તે કેાઈ પણ સત્યતા ઉપરથી ભૂમિતિની રીતે સાબિત કરવામાં આવ્યાં છે અને એથી વધારે સાદાં એવાં પ્રમાણુ નીકળી શકતાં નથી; **તે કેાઇ પણ સામાન્ય માણસને પણ સત્ય લાગે છે તેથી તેને પ્રત્યક્ષ પ્રમાણેા કહેવામાં આવે છે.** દરેક શાસ્ત્રીય વિષયમાં પ્રત્યક્ષ પ્રમાણની ખાસ

જરૂર છે અને એવાં પ્રમાણો દરેક શાસ્ત્રમાં અંગીકાર કરવામાં આવ્યાં છે અને તેની મદદથી ગહન સિદ્ધાંતો સાબિત કરવામાં આવ્યા છે; તેજ પ્રમાણે ભૂમિતિશાસ્ત્રમાં પણ ભૂમિતિનાં **પ્રત્યક્ષ પ્રમાણો*** છે અને તેની મદદથી ભૂમિતિના સિદ્ધાંતો સાબિત કરવામાં આવે છે. સિદ્ધ ભાગમાં જેમ જેમ વધારે પ્રત્યક્ષ પ્રમાણોની જરૂર પડશે તેમ તેમ તેઓ કહેવામાં આવશે. અત્રે નીચેનાં પ્રમાણો* કહેવામાં આવ્યાં છે:—

રામની ચોપડીની કીંમત ત્રણ રૂપિઆ છે અને ગોવિંદની ચોપડીની કિંમત ત્રણ રૂપિઆ છે તો રામ અને ગોવિંદની ચોપડીની કિંમતો બરાબર છે. કારણ કે બન્ને ચોપડીની કિંમત ત્રણ ત્રણ રૂપિઆ છે. માટે

(૧) જે પરિમિતો એકજ પરિમિતની બરાબર છે તે અરસપરસ બરાબર છે.

રામ અને ગોવિંદ પાસે પાંચ પાંચ રૂપિઆ છે અને દરેકને બબ્બે રૂપિઆ આપ્યા હોય તો બન્ને પાસે સાત સાત રૂપિઆ થશે કારણ કે બન્ને પાસે સરખા રૂપિઆ હતા અને બન્નેને સરખા રૂપિઆ આપ્યા છે. માટે

(૨) સમ પરિમિતોમાં સમ પરિમિતો ઉમેરીએ તો સરવાળો બરાબર છે.

રામ અને ગોવિંદ પાસે દશ દશ રૂપિઆ છે અને દરેકની પાસેથી બબ્બે રૂપિઆ લઇ લીધા હોય તો બન્નેની પાસે આઠ આઠ રૂપિઆ રહે છે; કારણ કે બન્નેની પાસે સરખા રૂપિઆ હતા અને બન્નેની પાસેથી સરખા રૂપિઆ લઇ લીધા છે. માટે

(૩) સમ પરિમિતોમાંથી સમ પરિમિતો લઈ લઇએ તો બાદ બાકી સમપરિમિતો રહે છે.

---

* આ પ્રત્યક્ષ પ્રમાણો ને સ્વીકૃત કૃત્યો વિદ્યાર્થી પાસે મ્હોડે કરાવવાનાં નથી. પરંતુ શિક્ષકે તેની યોગ્ય સમજ આપવી.

રામ અને ગેાપાળ પાસે ત્રણુ ત્રણુ રૂપિઆ હેાય અને બન્નેના રૂપિઆ ચાર ચાર ગણા કર્યા હેાય તેા બન્ને પાસે ૧૨, ૧૨ રૂપિઆ થશે કારણુ કે બન્ને પાસે સરખા રૂપિઆ છે અને બન્ને રકમ સરખી ગણી કરી છે. માટે

(૪) સમ પરિમિતેા એકજ ગણા કર્યા હેાય તેા ગુણાકાર પણુ સમ પરિમિતેા છે.

ગેાવિંદ અને ગેાપાળ પાસે વીશ વીશ રૂપિઆ છે અને દરેકની પાસેના રૂપિઆના પાંચ પાંચ સરખા ભાગ કર્યા હેાય તેા દરેકની પાસે ચાર ચાર રૂપિઆ રહેશે, કારણુ કે બન્નેની પાસે સરખા રૂપિઆ છે અને બન્ને રકમના સરખા ભાગ કર્યા છે. માટે

(૫) સમ પરિમિતેાના સરખા ભાગ કર્યા હેાય તેા ભાગાકાર પણુ સમ પરિમિતેા છે.

(૬) આખી વસ્તુ તેના કેાઈ પણુ ભાગથી મેાટી છે. (અથવા કેાઈ પણુ ભાગ એકમથી નાનેા છે.)

વળી એક કાગળને બીજા ઉપર મૂકતાં જો બરાબર અરસપરસ વધ્યા ઘટયા વગર આવી રહે તેા તે બરાબર હેાવા જોઇએ; અથવા તેા

(૭) એક બીજાની સાથે અરસપરસ મળી જતા પરિમિતેા બરાબર છે.

ઉપરનું દૃષ્ટાંત ફક્ત કાગળ માટે છે; પણુ ઉપરનું પ્રત્યક્ષ પ્રમાણુ કેાઇ પણુ વસ્તુને લાગુ પડે છે. ભાવાર્થ કે કેાઇ પણુ લીટી, ખૂણેા યા આકૃતિને ઉંચકી, બીજી લીટી, ખૂણેા યા આકૃતિ ઉપર અનુક્રમે મૂકતાં અરસપરસ સરખાવવાથી વધ્યા ઘટયા વિના આવી રહે ત્યારે તે રીતિને **સ્થાનેાપરિ સ્થિતિ** અથવા **સમાધાન સ્થિતિ** કહે છે; અને પહેલેા પરિમિત બીજાની ઉપર **સ્થાનેાપરિસ્થિત** કહેવાય છે.

આ પ્રત્યક્ષ પ્રમાણેા અત્રે આપ્યાં છે તેથી એમ નહિ સમજવું કે

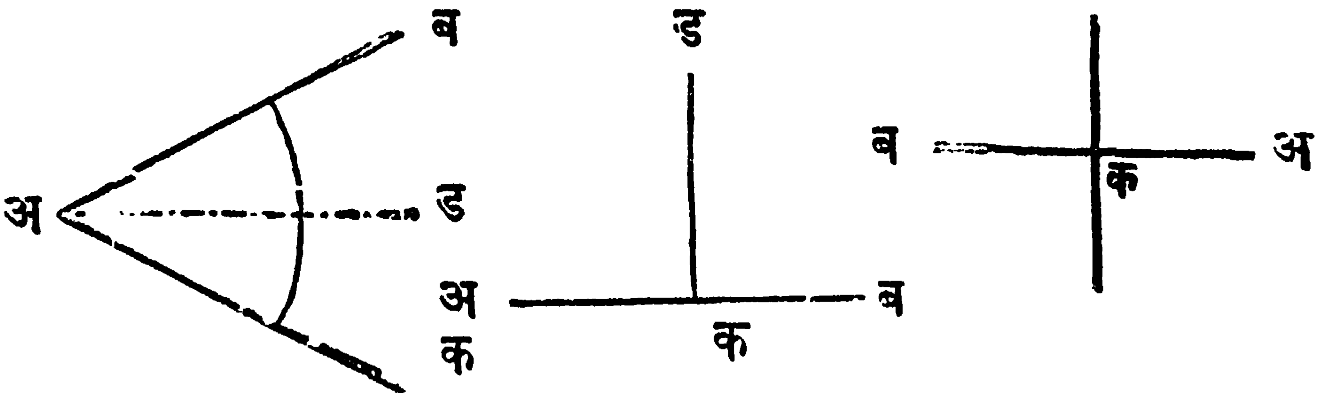
એનો ઉપયોગ અત્યાર સુધી આપણે કર્યો નથી; સામાન્ય રીતે દરેક કાર્યમાં એનો ઉપયોગ થાય છે અને તેથીજ તેની સત્યતાની કાંઇ પણ સાબિતી જોઇતી નથી.

સીધી લીટીની વ્યાખ્યા ઉપરથી સ્પષ્ટ થાય છે કે બે આપેલાં બિંદુની વચ્ચે હંમેશાં એકજ સીધી લીટી હોઇ શકે છે. કારણ કે જો બે બિંદુની વચ્ચે બે સીધી લીટી હોય તો બન્નેની દિશા બે આપેલાં બિંદુની દિશા હોઈ શકતી નથી, અથવા તો બે સીધી લીટીથી અવકાશની સીમા થઇ શકતી નથી. અને બે સીધી લીટીઓને—એકની ઉપર બીજીને—એ પ્રમાણે મૂકીએ અને એકને બીજીની આસપાસ એક છેડો (બન્નેને) સ્થિર રાખી ફેરવીએ તો તે ફરતી લીટી સ્થિર લીટી સાથે એક ખૂણો કરે છે. આ ખૂણો કરતી વખતે ફેરમાં એવી જગ્યામાં તે આવશે કે તેથી પ્રથમના ખૂણાના બે સરખા ભાગ થશે; આવી ફરતી લીટી એક ખૂણાના બે સરખા ભાગ કરતી સ્થિતિમાં એકજ વખતે આવશે. વળી ઉપરની ફરતી લીટી જો ફરતી ફરતી દ્વિકાટખૂણુ ખૂણો કરે તો તે એવી એક જગ્યામાં આવી હશે કે તે જગ્યાએ આડી લીટીને તે લંબ થશે, એટલે કે તે દ્વિકાટખૂણુ ખૂણાના બે સરખા ભાગ કરશે. ફરતી લીટીની આવી સ્થિતિ ૦° થી ૧૮૦° નો ખૂણો ફરીને કરતી વખતે એકજ વખત આવશે. એજ પ્રમાણે જો अब લીટી ઉપર क બિંદુ अ થી ब તરફ જાય તો તે એવી એક જગ્યાએ આવશે કે તે તે જગ્યાએ अ અને ब બન્ને છેડાથી સરખે અંતરે છે. અને ફરતા બિંદુની આવી સ્થિતિ એકજ આવશે. આ ઉપરથી આપણે નિઃશંક ધારી શકીએ કે

(૧) એક ખૂણાના બે સરખા ભાગ કરી શકાય છે.

(૨) એક સીધી લીટી ઉપર એક લંબ દોરી શકાય છે.

અને (૩) એક સમર્યાદ સીધી લીટીના બે સરખા ભાગ કરી શકાય છે.



(૧) ∠बअड=∠कअड. (૨) कड ⊥ अब. (૩) बक=अक.

કર્તવ્ય ભાગમાં આપણે જોયું છે કે ઘણી જાતના પ્રશ્નોમાં સાહિત્યની મદદ લેવી પડે છે; અને તે ચોક્કસ માપનાં હોય છે. સિદ્ધભાગમાં આવાં ચોક્કસ માપવાળાં સાહિત્યો અને એટલાં બધાં સાહિત્યોની જરૂર નથી. કારણ કે એ ભાગમાં જે કાંઇ સિદ્ધ કરીશું તે તેવી જાતના કોઇ પણ પરિમિતને લાગુ પડશે અને કોઇ કોઇ પરિમિતનાં ચોક્કસ માપ લઇ શકાતાં નથી; તેથી સિદ્ધ ભાગમાં જો કોઇ પણ સાહિત્યની મદદ લેવી પડે છે તો તે નીચેનાં છે:—

(૧) એક સીધી આંકણી (ઇંચ વગેરેમાં આંકેલી હોય યા ન હોય);

(૨) કંપાસ યા કર્કટ.

આ સાહિત્યોની જરૂર નીચેના કામમાં પડે છે. યૂક્લિડના સમયથી ભૂમિતિશાસ્ત્રકારોએ કોઇ પણ સત્યતા ભૂમિતિમાં તર્કશાસ્ત્રના નિયમને અનુસરી સાબિત થઇ શકે તેટલા માટે નીચેનાં સાદાં અને સહેલાં કાર્ય અંગીકાર કરેલાં છે. એ કાર્યો એવાં છે કે કોઇ સારો ચિત્રકાર એની મેળેજ તેઓને એ સાહિત્યો વિના સહેલાઇથી કરી શકે છે; અને તે વખતે એ સાહિત્યોની મદદ જરૂરની પણ નથી. એ પ્રમાણે અંગીકાર થએલાં કાર્યોને **સ્વીકૃત** કૃત્ય કહે છે; એટલે કે એ કૃત્યો આપણે સ્વીકારી લીધેલાં છે.

સ્વીકૃત કૃત્ય:—

(૧) એક બિંદુથી બીજા બિંદુ સુધી એક સીધી લીટી દોરી શકાય છે.

(૨) એક સીધી લીટીને તેની પોતાની લંબાઇમાં લંબાવી શકાય છે.

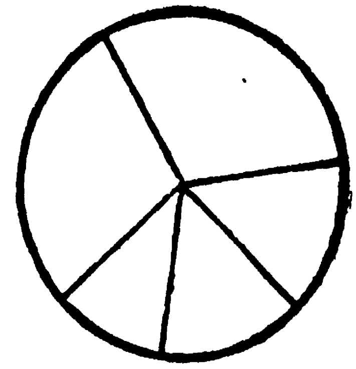
क ---------- ब ---------- अ

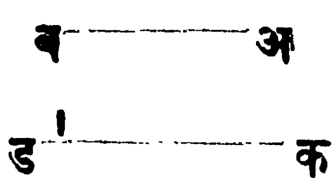
(૩) કોઇ પણ બિંદુ મધ્ય બિંદુ લઈ અને કોઈ પણ ત્રિજ્યા લઇ એક વર્તુળ દોરી શકાય છે.

(૪) કંપાસથી મોટી લીટીમાંથી એક નાની લીટી બરાબર ભાગ પાડી શકાય છે. અને

(૫) એક લીટીને બે, ત્રણ, ચાર,....ગણી કરી શકાય છે.

આ સિવાય બીજાં પણ સ્વીકૃત્ય કૃત્યો આપેલાં છે પણ તે ઘણાંજ સહેલાં છે અને કવચિતજ વાપરવામાં આવે છે, જેમ કે અવકાશમાં એક બિંદુ લેવું, એક લીટીને બીજી લીટી ઉપર મૂકવી, વગેરે. સ્વીકૃત કૃત્યોને આપણે શરૂઆતમાંજ સ્વીકૃત યા કબુલ કરીએ છીએ. પહેલા સ્વીકૃત કૃત્યમાં બે બિંદુની વચ્ચે સીધી લીટી દોરવી હોય તો આંકણી મૂકી આંકણી સાથે પેન્સીલ ફેરવી બન્નેને સાંધીએ તો બન્ને સીધી લીટીથી સંધાય છે તેમજ બીજા સ્વીકૃત કૃત્યમાં કોઇ પણ સમર્યાદ લીટી આપી હોય અને તેને લંબાવવી હોય તો તેની સાથે બરાબર આંકણી મૂકી આંકણી બરાબર મરજી પડે તે દિશામાં તેને લંબાવાય છે. આ બન્ને કૃત્યોમાં કોઇ પણ જગ્યાએ એવું કહેલું નથી કે બન્ને બિંદુની વચ્ચે આટલુંજ અંતર છે (પાંચ ઇંચ) યા સમર્યાદ લીટી આટલીજ લાંબી છે (૨·૪ ઇંચ) અને તેને આટલીજ લંબાવવી; બિંદુઓ ગમે ત્યાં આપ્યાં હોય છે અને સમર્યાદ લીટીને ગમે તેટલી લંબાવી શકાય છે. ત્રીજા સ્વીકૃત કૃત્યમાં ત્રિજ્યા જે લીટીની બરાબર લેવાની હોય તે લીટીના છેડા ઉપર કંપાસના છેડા ગોઠવવા અને તીણો છેડો આપેલા મધ્ય બિંદુ ઉપર મૂકી ચાક અથવા પેન્સીલવાળા બીજા છેડાને તે મધ્ય બિંદુની આસપાસ બધી બાજુએ તેટલીજ ત્રિજ્યા રાખી ફેરવી વર્તુળ દોરવો.





આ ઉપરથી કંપાસનો એક મુખ્ય ઉપયોગ જોવામાં આવે છે કે અમુક અંતરને એક સ્થાનથી બીજા સ્થાનમાં લઇ જવું હોય તો તે કંપાસની મદદથી લઇ જઇ શકય છે. તેમજ એક મોટી લીટી ઉપરથી નાનો કટકો કાપવો હોય (अब બરાબર) તો મોટી લીટીના છેડા ઉપર મધ્ય બિંદુ રાખી નાની લીટીની ત્રિજ્યા લઇ જો એક વર્તુળનું કૌંસ મોટી લીટીને છેદે તેમ દોરીએ તો તરતજ જોઇએ તેવડો કટકો મળી આવે છે.

આ સ્વીકૃત્ય કૃત્યો મુખ્ય છે અને સાદામાં સાદાં છે. તેમજ એ સિવાયનાં ઉપર બતાવેલાં બીજાં ત્રણ કૃત્યો પણ (જેવાં કે ખૂણો દુભાગવાનું, લીટી દુભાગવાનું અને લીટી ઉપર લંબ દોરવાનુ) ધારી લીધેલાં છે. જો કે આ કૃત્યોની સિદ્ધતા આગળ આવેલી છે; તો પણ આપણું કામ સરળ કરવાને માટે સિદ્ધ થયા અગાઉ તેઓને ધારી લીધાં છે.

કર્તવ્ય ભાગમાં બતાવ્યા પ્રમાણે આકૃતિઓ સપાટ સફાઇમાં હોય છે (અને નક્કર આકૃતિ યા ઘન આકૃતિ પણ હોય છે). આ ભાગમાં ફક્ત સપાટ સફાઇમાં જે લીટી યા આકૃતિ દોરી શકાય છે તેવીજ લીટી યા આકૃતિઓનાં ગુણ અને રચનાનું વર્ણન કરવામાં આવશે. આ પ્રમાણે વિષયનું વર્ણન કરવાને માટે દરેક સત્યતા જુદા જુદા પ્રકરણમાં બતાવવામાં આવી છે. ભૂમિતિના જે ભાગમાં સપાટ સફાઇની આકૃતિનું વર્ણન કરવામાં આવે છે તેને **સપાટ ભૂમિતિ** કહે છે. અને જુદી જુદી સત્યતા બતાવનાર પ્રકરણને **સિદ્ધાંત** કહે છે. કોઇ વખત એકજ પ્રકરણ યા સિદ્ધાંતમાં જુદી જુદી સત્યતાઓ બતાવી છે, પણ તેનું કારણ એટલુંજ છે કે એવી સત્યતાઓ અરસપરસ નિકટ સંબંધ ધરાવે

છે. એક સિદ્ધાંતમાં સાબિત થએલી સત્યતા આગળના કોઇ પણ સિદ્ધાંતમાં સાબિતિ તરીકે આપી શકાય છે, અને એક પછી એક એમ જુદા જુદા સિદ્ધાંતમાં પાછળનાથી ચઢતી, યા સ્વતંત્ર સત્યતા સાબિત કરવામાં આવી છે. સત્યતાના સ્વરૂપ પ્રમાણે સિદ્ધાંતના નીચેના બે ભાગ કર્યા છેઃ—

(૧) **પ્રમેય**—જે સિદ્ધાંતમાં કાંઇ સાબિત કરવામાં આવ્યું છે, જેમકે કોઇ પણ ત્રિકોણના ત્રણ ખૂણા મળી બે કાટખૂણા બરાબર છે, યા કોઇ પણ સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણમાં સામસામેનાં બાજુ અને ખુણા બરાબર છે, તેને **પ્રમેય** કહે છે. પ્રમેયમાં કોઇ વખતે નવું કાર્ય કરવામાં આવે છે પણ ફક્ત તે અમુક ગુણ સાબિત કરવાને માટે જ અંગીકાર કરવામાં આવ્યું હોય છે; અને તે એવા સિદ્ધાંતનો મુખ્ય ઉદ્દેશ નથી.

પ્રમેયમાં મુખ્ય ઉદ્દેશ કાંઇ પણ સાબિત કરવાનોજ છે.

(૨) **કૃત્ય**—જે સિદ્ધાંતમાં કોઇ પણ ભૂમિતિની રચના કરવામ આવી હોય છે તેને **કૃત્ય** કહે છે. પ્રમેય સિદ્ધાંતમાં જ્યારે કાંઇ સાબિત કરવાનું હોય છે ત્યારે કૃત્ય સિદ્ધાંતમાં હંમેશાં કાંઇકિ નવી રચના કરવાની હોય છે. જેમકે આપેલા ખૂણાની બરાબર એક ખૂણો બનાવવો અથવા એક આપેલી લીટીના અમુક સરખા ભાગ કરવા, વગેરે.

આ નવી રચના કરવી એજ કૃત્યનો મુખ્ય ઉદ્દેશ છે.

વળી કોઇ પણ સિદ્ધાંતના પાંચ ભાગ સામાન્ય રીતે હોય છેઃ—

(૧) સિદ્ધાંતમાં જે કાંઇ સાબિત કરવાનું હોય અથવા નવું રચવાનું હોય તેવી સત્યતા જે સામાન્ય શબ્દસમૂહમાં કહેવામાં આવી હોય તે સમૂહને સિદ્ધાંતની **સામાન્ય પ્રતિજ્ઞા** અથવા **ઉદ્દેશ** કહે છે. જેમકે કોઇ પણ ત્રિકોણના ત્રણ ખૂણા મળી બે કાટખૂણા બરાબર થશે.

(૨) જે ભાગમાં સામાન્ય પ્રતિજ્ઞામાં જે કાંઇ ફક્ત શબ્દ સમૂહમાં કહેવામાં આવ્યું હોય તેનું આકૃતિ સહિત ચોકસ શબ્દોમાં વર્ણન કર્યું

હેાય તેને **વિશિષ્ટ પ્રતિજ્ઞા યા સાધન** કહે છે. જેમ કે (૧) માં બતાવેલી સાધારણ પ્રતિજ્ઞાને ત્રિકેાણની આકૃતિ કાઢી ખૂણાનાં નામ આપી કહેવું કે ફલાણા ત્રિકેાણના ફલાણા ત્રણ ખુણાએા બે કાટખૂણા બરાબર થશે.

(૩) સિદ્ધાંતની સત્યતા બતાવવાને માટે અથવા કાંઇ નવું કરવાને માટે જે કાંઇ નવી લીટી યા આકૃતિ દેારવામાં આવે તે ભાગને સિદ્ધાંતની **રચના** કહે છે. જેમકે (૧) માં બતાવેલી પ્રતિજ્ઞાને આકૃતિ સાથે વર્ણવ્યા પછી સમાન્તર સીધી લીટી દેારવી અને પાયાને લંબાવવેા એ રચના છે.

(૪) જે ભાગમાં સાબિતી સહિત પ્રમેયની સત્યતા બતાવી આપી હેાય અથવા કૃત્યનું કાર્ય કરી આપ્યું હેાય તે ભાગને સિદ્ધાંતની **સાબિતિ યા સિધ્ધતા** કહે છે; જેમકે (૧) માં બતાવેલી સત્યતા સાબિત કરી આપવી યા એક ખૂણાની બરાબર બીજો નવેા ખૂણેા કરવેા, વગેરે

(૫) સિદ્ધંતના પાંચમા અને છેલ્લા ભાગમાં પ્રતિજ્ઞામાં બતાવેલી સત્યતા યા કાર્ય થઇ રહ્યું છે એમ કહેવામાં આવે છે અને એ ભાગને **સમાપ્તિ અથવા નિગમન** કહે છે.

ઉપલા પૃથક્કરણથી સ્પષ્ટ થશે કે કાેઇ પણ સિદ્ધાંતમાં પ્રતિજ્ઞા–સામાન્ય અને વિશિષ્ટ–અને સમાપ્તિમાં તર્કશાસ્ત્રની મદદ જોઇતી નથી; કારણ કે જે સાધારણ શબ્દેાનાં કહ્યું હેાય તે તેમાં ચેાક્કસ શબ્દેામાં કહેવામાં આવે છે. **મુખ્ય ભાગેા રચના અને સિદ્ધતા છે.** કારણ કે સિદ્ધાંતમાં એવી રચના લેવી જોઇએ કે જેથી માગેલી સત્યતા બતાવી શકાય અને સાબિતી એવી અંગીકાર કરવી જોઇએ કે જેથી સિદ્ધાંતમાં માગેલી સત્યતા નીકળી શકે; આ ભાગેામાં તર્કશાસ્ત્રનેા પ્રવેશ થાય છે. માટે આ ભાગનું મનન ઘણા આગ્રહપૂર્વક કરવું પડે છે.

વળી કાંઇ પણ સિદ્ધ કરવામાં આવ્યું હેાય અથવા બનાવવામાં આવ્યું હેાય તે ઉપરથી નિકટ સંબંધ ધરાવનારી કાેઇ પણ સત્યતા નીકળી શકતી હેાય તેા તેને તે સિદ્ધાંતનેા **ઉપસિધ્ધાંત** કહે છે. આ ઉપસિદ્ધાંતની સત્યતા તેની ઉપરના સિદ્ધાંત પરથી તરતજ દેખાઇ આવે છે અને તેને

માટે સામાન્ય રીતે જુદી સિદ્ધતા આપવામાં આવતી નથી પણ તેને સિદ્ધાંતના ઉપસિદ્ધાંત તરીકે લેખવામાં આવે છે અને તેને સિદ્ધાંતના અનુમાન તરીકે આપવામાં આવે છે.

કોઇ પણ પ્રતિજ્ઞામાં બે ભાગ હોય છે. જે ભાગ આપેલો હોય તેને પક્ષ કહે છે અને જે માગેલો હોય તેને સાધ્ય કહે છે.

દરેક પ્રમેયમાં કાંઈ પણ સિદ્ધ કરવાનું હોય છે અને કૃત્યમાં કાંઇ પણ રચવાનું હોય છે તેથી પ્રમેય અને કૃત્ય પુરૂં થતાં અનુક્રમે પ્ર૦ સિ૦ અને કૃ૦ કૃ૦ યા પ્રમેય સિધ્ધ અને કૃત્ય કૃત એવા શબ્દો લખાય છે.

ભૂમિતિનાં કાર્યમાં નીચે પ્રમાણે સંજ્ઞા તથા ચિહ્ન આપવામાં આવ્યાં છે:—

∴ માટે, અથવા તેથી; ∵ કારણ કે; મી. મીટર;
= બરાબર યા બરાબર છે; ∠ ખૂણો; " ઇંચ.
△ ત્રિકોણ. ∟ કાટખૂણો. ′ ફુટ.
|| સમાન્તર સીધી લીટીઓ. ⊥ લંબ. મી. મી. મીલીમીટર
સ૦ ચ૦ = || કોણ=સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણ; સે. મી. સેન્ટીમીટર
≡ સર્વ સમાન કે એકરૂપ. (બધી રીતે બરાબર). ડે. મી. ડેસીમીટર
> મોટી છે. < નાની છે.

શરૂઆતમાં આ સંજ્ઞા ધીમે ધીમે વાપરવામાં આવી છે અને વિદ્યાર્થીઓને અનુભવ થયા પછીજ ધીમે ધીમે વધારે સંજ્ઞા વાપરતા જવું.

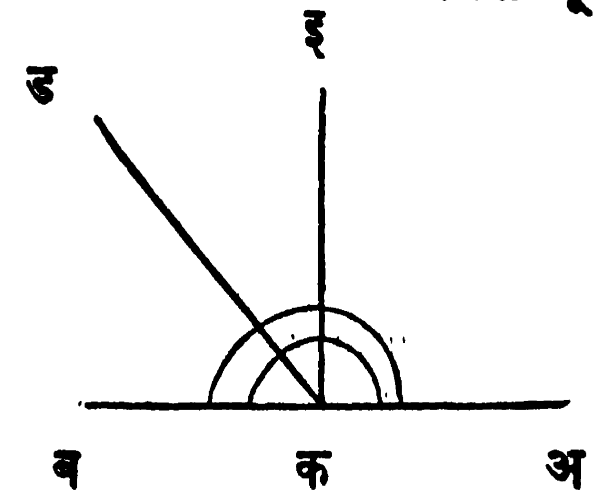
---

§ ૧૩. સીધી લીટી અને તેથી થતા ખુણાઓનો સંબંધ.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૧.

પ્રતિજ્ઞા સામાન્ય—એક સીધી લીટીની એકજ બાજુએ બીજી સીધી લીટીથી થતા પાસે પાસેના ખુણા બન્ને મળીને બે કાટખુણાની બરાબર છે.

પ્રતિજ્ઞા વિશિષ્ટ—अब સીધી લીટીની એકજ બાજુએ डक સીધી લીટી अकड અને बकड બે પાસે પાસેના ખૂણા કરે છે;



ત્યારે તે બન્ને મળીને બે કાટખૂણાની બરાબર થશે.

રચના—ધારો કે क બિંદુમાંથી अब ઉપર कइ લંબ દોરી છે. (સ્વી.)

સિદ્ધતા—કારણ કે अकड અને बकड ખુણા મળીને अकइ, इकड અને डकब ખૂણા બરાબર છે. (પ્ર૦ પ્ર૦)

અને તેમજ अकइ અને इकब ખુણા મળીને એજ ત્રણ अकइ, इकड અને डकब ખૂણા બરાબર છે. (પ્ર૦ પ્ર૦)

તેથી ∠अकड અને ∠बकड = ∠अकइ અને ∠इकब (પ્ર૦ પ્ર૦)

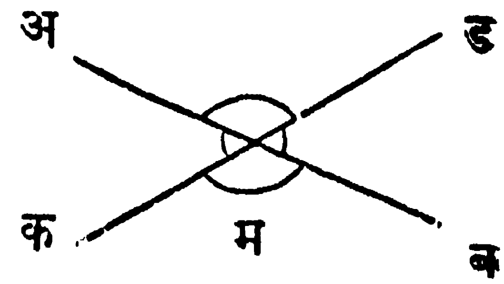
પણ ∠अकइ અને ∠इकब = ૨ કાટખૂણા (રચના)

નિગમન—તેથી ∠अकड અને ∠बकड = બે કાટખૂણા. (પ્ર૦ પ્ર૦) પ્ર૦ સિ૦

ઉપસિધ્ધાંત ૧—જો કોઇ બે સીધી લીટી એક બીજીને છેદે તો *છેદનબિંદુ આગળ થતા ચાર ખૂણાનો સરવાળો ચાર કાટખૂણા બરાબર છે.

કારણ કે ∠अमक + ∠कमब મળી બે કાટખૂણા બરાબર છે. (પ્ર૦ સિ૦ ૧)

અને ∠बमड + ∠डमअ મળી પણ બે ખૂણા બરાબર છે. (પ્ર૦ સિ૦ ૧)

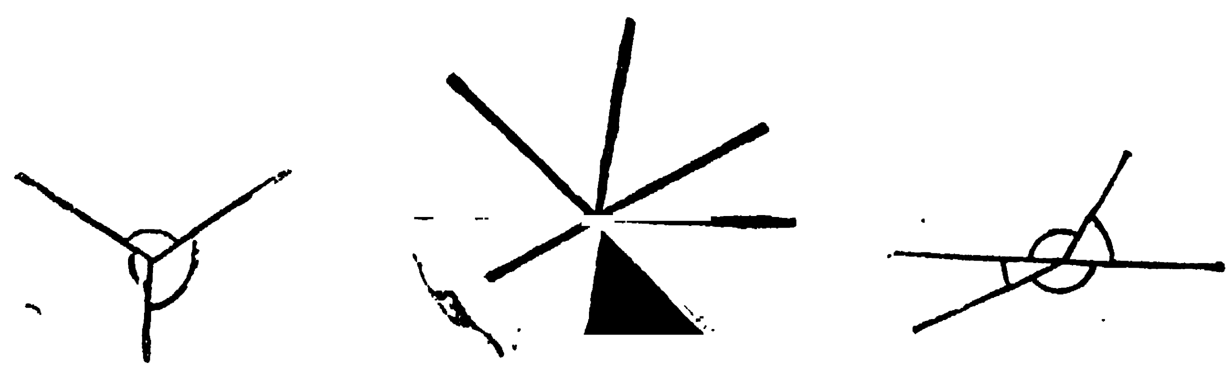


* બે અથવા વધારે લીટીઓ જે બિંદુમાં છેદે તેને છેદનબિંદુ કહે છે.

∴ એ ચાર ખૂણા મળી ચાર કાટખૂણા બરાબર છે.

ઉપસિદ્ધાંત ૨–ગમે તેટલી સીધી લીટીઓ એકજ બિંદુમાં આવી મળે તો આ છેદનબિંદુ આગળ થતા બધા ખુણાનો સરવાળો ચાર કાટખુણા બરાબર છે.

કારણ કે ગમે તે એક લીટીને લંબાવીએ તો સામાન્ય છેદનબિંદુ આગળના સર્વ ખુણાઓ ચાર કાટખુણા બરાબર છે. (ઉ૦ સિ૦ ૧)



પ્રશ્નો.

૧. ૨૭°, ૫૩°, ૧૧૨°, ૧૭૯°, ૨૧°, ૫૯°, ૧૦૧°, અને ૫૨°ના ન્યૂનતાપૂરક યા દ્વિકાટખૂણપૂર્ણી ખૂણા કહો.

૨. ૧૨°, ૨૩°, ૪૯°, ૫૫° ના કોટિખૂણા યા એક કાટખૂણપૂર્ણી ખૂણા કહો.

૩. જો એક સીધી લીટી બીજી સીધી લીટીને છેદીને એક ખૂણો કાટખૂણો કરે તો બાકીના ખૂણાઓ પણ કાટખૂણા છે.

૪. સરખા ખુણાના કોટિખુણાઓ બરાબર છે.

૫. સરખા ખુણાના ન્યૂનતાપૂરક ખુણા બરાબર છે.

૬. △ अबक માં ∠ अबक = ∠अकब અને बकने બન્ને દિશામાં લંબાવીએ તો બહારના એ પ્રમાણે થતા ખૂણા પણ બરાબર છે.

૭. △ अबक માં ∠ अबक = ∠अकब અને अब અને अकने લંબાવીએ તો પાયાની બહારના ખૂણા પણ બરાબર છે.

૮. જો એક સીધી લીટી ઉપર બીજી સીધી લીટી પડે તો પાસે પાસેના ખુણાને દુભાગનારી લીટીઓ અરસપરસ લંબ છે.

૯. એકજ શાખાલીટીની આસપાસ બે ખૂણા (દરેક) ૭૫° ના છે તો બન્નેને દુભાગનારી લીટીની વચ્ચેનો ખૂણો કેવડો ?

૧૦. એકજ શાખાલીટીની આસપાસ બે ખૂણાઓ ૭૨° અને ૧૦૮°ના છે તો બન્નેને દુભાગનારી લીટીની વચ્ચેનો ખૂણો કેવડો ?

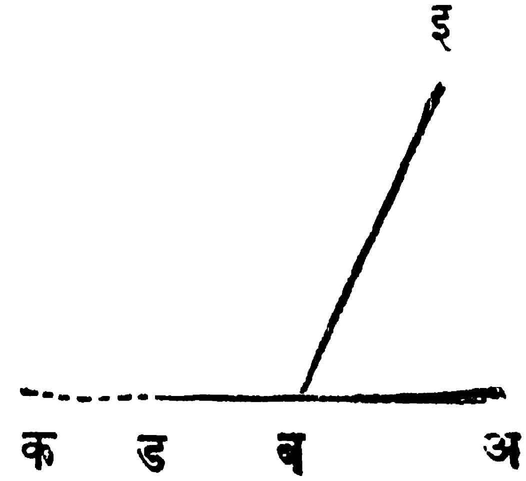
૧૧. ત્રણ ખૂણાઓ અનુક્રમે ૬૭°, ૧૧૦° અને ૩૩° ના એકજ શિરોબિંદુ આગળ પાસે પાસે છે જો ત્રણેને દુભાગીએ તો છેલ્લી અને પહેલી દુભાગનારી લીટીની વચ્ચેનો ખૂણો કેવડો ?

૧૨. પ્રશ્ન ૧૧ મામાં બબ્બે દુભાગનારી લીટીની વચ્ચેના ખૂણા કેવડા?

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૨.

સામાન્ય પ્રતિજ્ઞા—જો પાસે પાસેના ખુણા ન્યૂનતાપૂરક હોય તો તે ખુણાની બહારની શાખાલીટીઓ એકજ સીધી લીટીમાં છે.

વિશિષ્ટ પ્રતિજ્ઞા કે સાધન—∠अबइ અને ∠डबइ પાસે પાસેના ખૂણા ન્યૂનતાપૂરક છે, ત્યારે તેની બહારની શાખાલીટીઓ अब અને डब એકજ સીધી લીટીમાં થશે; એટલે अबड સીધી લીટી થશે.



રચના—अब ને क સુધી લંબાવો. (સ્ટી૦ ફ૦)

સિદ્ધતા—કારણ કે अबक એક સીધી લીટી છે, અને इब તેની ઉપર પડે છે

∴ ∠अबइ અને ∠कबइ ન્યૂનતાપૂરક છે. (પ્ર૦ સિ. ૧)

પણ ∠अबइ અને ∠डबइ ન્યૂનતાપૂરક છે. (પ્રતિજ્ઞા)

∴ ∠अबइ + ∠डबइ = ∠अबइ + ∠कबइ. (પ્ર૦ પ્ર૦)

એ બન્ને જોડમાંથી સામાન્ય ∠ अबइ લઇ લો

∴ ∠डबइ = ∠कबइ. (પ્ર૦ પ્ર૦)

અને આ બે સરખા ખૂણાઓની એક શાખાલીટી बइ સામાન્ય છે, અને એ ખૂણાઓ એ સામાન્ય શાખાલીટીની એકજ બાજુએ છે.

∴ बक, बड એકજ સીધી લીટીમાં હોવી જોઇએ,

અને अबक એક સીધી લીટી છે, (રચના)

નિગમન—∴ अबड પણ એક સીધી લીટી છે. પ્ર૦ સિ૦

પ્રશ્નો.

૧. अब ની સાથે बक અને बड વિરૂદ્ધ બાજુ ઉપર અનુક્રમે ૬૫° અને ૧૧૫° ના ખૂણા કરે છે તો बक અને बड એકજ સીધી લીટીમાં છે.

૨. बक સાથે વિરૂદ્ધ બાજુએ बअ અને बड અનુક્રમે એકેક કાટખૂણો કરે છે તો बअ અને बड એકજ સીધી લીટીમાં છે.

૩. ∠बअक = ૬૦° અને बअ = ૨″ અને अक = ૨″; ∠बअक ને દુભાગનારી લીટી बक ને ड માં મળે છે તો बड અને डक માપો અને ∠अडब ના ન્યૂનતાપૂરક અને કોટિખૂણા કહો.

૪. अबक લીટીની વિરૂદ્ધ બાજુએ ∠अबड અને ∠कबइ બરાબર છે તો डब અને बइ એકજ સીધી લીટીમાં છે.

૫. પાસે પાસેના ખૂણાઓને દુભાગનારી લીટીઓ જો કાટખૂણે હોય તો એ ખૂણાની બહારની શાખા લીટીઓ એકજ સીધી લીટીમાં છે.

૬. સામસામેના ખુણાને દુભાગનારી લીટીઓ એકજ સીધી લીટીમાં છે.

૭. કોઇ પણ પેન્સીલને વચ્ચેથી પકડી આમ તેમ ફેરવીએ તો તેના બન્ને ભાગો સરખા ખૂણામાંથી ફરશે.

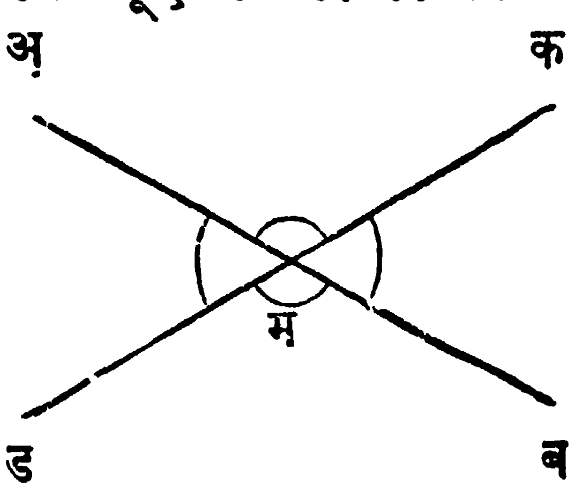
૮. अबक અને डबइ સીધી લીટીઓ એક બીજીને ब માં છેદે તો ∠अबइ + ∠इबक = ? અને ∠इबक + ∠कबड = ?

૯. એક લીટીની આસપાસ બે ખૂણાઓ ૭૨° અને ૧૦૯° ના છે તો બહારની શાખાલીટીઓ એકજ સીધી લીટીમાં છે ?

૧૦. બે સીધી લીટીઓ એકજ બિંદુમાં છેદે તો સામસામેના ખૂણાની કેટલી જોડ થશે ?

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૩.

સામાન્ય પ્રતિજ્ઞા—જો બે સીધી લીટીઓ એક બીજીને છેદે તો સામસામેના ખૂણાઓ બરાબર છે.



વિશિષ્ટ પ્ર૦—अब અને कड બે સીધી લીટીઓ म બિંદુમાં છેદે છે તો ∠अमक = ∠बमड થશે; અને ∠अमड = ∠कमब થશે.

સિદ્ધતા- ∵ कड એક સીધી લીટી છે અને अम તેની ઉપર પડે છે.

∴ ∠अमक + ∠अमड = ૨ કાટખૂણા (પ્ર૦ સિ૦ ૧)

અને ∵ डम, अब ઉપર પડે છે.

∴ ∠अमह + ∠बमड = ૨ કાટખૂણા (પ્ર૦ સિ૦ ૧)

∴ ∠अमक + ∠अमड = ∠अमड + बमड (પ્ર૦ પ્ર૦)

આ બન્ને સરખી જોડમાંથી સામાન્ય ∠अमड લઇ લેા;

નિગમન— ∴ ∠अमक = ∠बमड; (પ્ર૦ પ્ર૦)

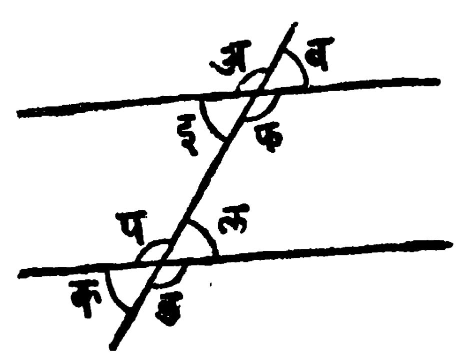
અને તેજ પ્રમાણે ∠अमह = ∠कमब, પણ છે. પ્ર૦ સિ૦

પ્રશ્નેા.

૧. ઉપલા સિદ્ધાંતમાં ∠अमड = ∠कमब છે તે પૂર્ણ સિદ્ધતા લખી એ સિદ્ધાંત સાબિત કરેા.

૨. કેાઇ પણ ત્રિકેાણુની સઘળી બાજુએા બંને દિશામાં લંબાવી કહેા કે કયા કયા ખૂણા બરાબર છે.

૩. નીચેની આકૃતિમાં જો ∠अ = ∠इ તેા ∠इ = फ;



જો ∠ब=∠ल તેા ∠इ = ∠क; જો ∠ब=∠ल, તેા ∠फ=∠ड અને ∠इ=∠ल; જો ∠इ+∠प =૨ ⌊, તેા ∠फ+∠ल=૨ ⌊, ∠ब+∠ड=૨ ⌊, અને ∠अ +∠क=૨ ⌊ છે.

૪. બે લીટીએા એક બીજીને છેદે તેા એક ખૂણાને દુભાગનારી લીટી સામેના ખૂણાને પણ દુભાગે છે.

૫. સામસામેના ખૂણાને દુભાગનારી લીટીએા એકજ લીટીમાં છે.

૬. પ્રમેય સિદ્ધાંત ૩ ની આકૃતિમાં જો

(૧) ∠अमक=૬૧°, તેા બીજા ખૂણા કેવડા ?

(૨) ∠अमक+∠बमह=૨૨૦° તેા બીજા ખૂણા કેવડા ?

(૩) ∠अमक+∠अमड+∠डमब=૨૩૧° તો દરેક ખૂણો કેવડો ?

૭. बड, ∠अबक ને દુભાગે છે તો बड ઉપર ∠अबक ને બેવડ વાળીએ ત્યારે अब કયાં પડશે ? अब, बक ની બહાર અને અંદર કયારે કયારે પડશે ?

૮. બે લીટીઓ એક બીજીને છેદતાં એક ખૂણો ૧૫° નો કરે છે તો બાકીના ખૂણા કેવડા ?

૯. ત્રણ લીટીઓ એકજ બિંદુમાં છેદતાં પાસેપાસેના બે ખૂણા ૨૫° અને ૬૧° ના કરે છે તો બાકીના ખૂણા કેવડા ?

૧૦. એક ચતુષ્કોણમાં બાજુઓ અનુક્રમે લંબાવતાં બહારના ખૂણા ૮૬°, ૧૧૫°, ૭૫°, ૮૪°, થાય છે તો તેની પાસેના ખૂણા કેવડા ?

૧૧. એક આંકણી એક લીટી ઉપર ફરીને ૨૭°, ૧૧૨°, ૭૭°, અને ૪૮° ના ખૂણા કરે છે તો તેની પાસેના અને સામેના ખૂણા કેવડા કરશે ?

---

§ ૧૪. સમાન્તર સીધી લીટી અને તેથી થતા ખુણાઓનો સંબંધ.

સમાન્તર સીધી લીટીઓ એકજ સફાઇમાં હોવી જોઇએ. જો એક લીટી એક ચોપડી પર હોય અને બીજી લીટી એક સ્લેટ પર હોય અને આ લીટીઓ જો કે ગમે તેટલું લંબાવવાથી મળતી નથી તો પણ આ ભૂમિતિમાં એવી સમાન્તર લીટીઓ લેવામાં આવી નથી. આ ભૂમિતિમાં એકજ સફાઇમાં પડતી સમાન્તરો લીધી છે, બે લીટી ઉપર એક આડી લીટી પડે અને એ પ્રમાણે જે જે ખૂણાઓ બન્ને લીટીથી થાય છે તેની સમજણ માટે કર્તવ્ય ભાગમાં જુઓ.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૪ થો વિદ્યાર્થીને ભારી લાગશે માટે તે શીખવવા અગાઉ શિક્ષકે નીચે પ્રમાણે પ્રયોગ કરી બતાવવો:-

अब, कड એ લીટીને છેદતી એક पफ લીટી દોરો અને તેમાં ∠अइल અને ∠इलड દરેક ૭૦° નો કરો; પછી ∠ बइल અને ∠इलक નાં માપ લો.

પછી इलड ભાગની નકલ પાતળા કાગળ પર કરો. અને તેને ફેરવીને (ડાબા હાથ તરફ) कलइअ ભાગ ઉપર એવી રીતે મૂકો કે इल લીટી लइ સાથે મળી જાય. इब, लड નું શું થાય છે? કારણ શું?

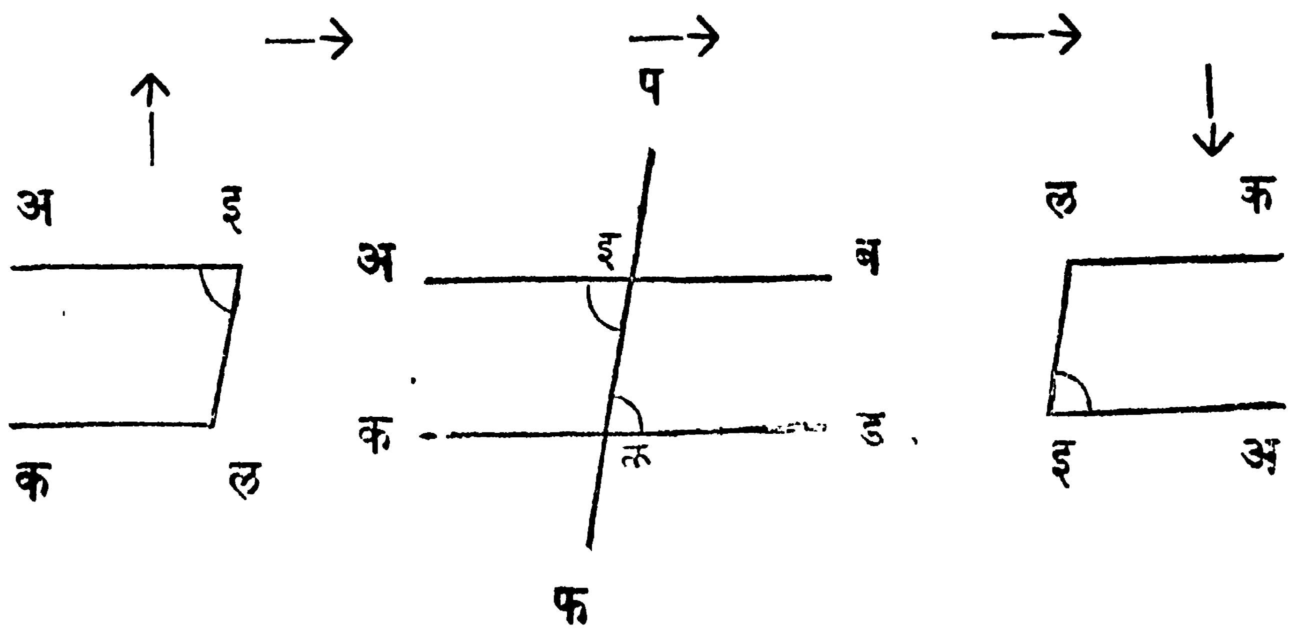
જો इअ, लक ને લંબાવતાં તેઓ મળે તો लड, इब ને વિષે શું અનુમાન કરો? તેથી अइब, कलड વિષે શું અનુમાન કરો?

જો इअ, लक ને લંબાવતાં તેઓ ન મળે તો શું અનુમાન નીકળે છે? આ પ્રમાણે બતાવો કે अब ∥ कड.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૪.

એક સીધી લીટી બીજી બે સીધી લીટીને છેદે ત્યારે જો વ્યુત્ક્રમ ખુણાનું જોડકું બરાબર હોય તો તે બે લીટીઓ સમાન્તર સીધી લીટીઓ છે.

अब, कड એ સીધી લીટીને पफ એક આડી સીધી લીટી इ, ल માં અનુક્રમે છેદે છે ત્યારે જો ∠अइल=∠इलड, તો अब ∥ कड થશે.



આકૃતિમાંથી अइलक ભાગ (કાપીને કે નકલ કરીને) છૂટો કરી તીરની દિશામાં ફેરવીને એવી રીતે મુકો કે ल,इ ઉપર અને इ,ल ઉપર પડે.

∵ इल=लइ અને ∠अइल=∠इलड, ∴ इअ, लड ઉપર પડશે.

અને ∵ ∠अइल=∠इलड, ∴ તેઓના ન્યૂનતાપૂરક ∠बइल=∠कलइ (1)

∴ लक, इब ઉપરજ પડશે.

હવે જો अब, कड લીટીઓ સમાન્તર ન હોય તો તેઓ લંબાવતાં જમણી કે ડાબી બાજુએ મળશે. ધારો કે તેઓ ब, ड તરફ લંબાવતાં મળે છે. પણ लड, इब ની જે દિશા છે તેજ इअ, लक ની પણ છે; તેથી इअ, लक પણ अ,क તરફ લંબાવતાં મળશે. એટલે

अब, कड બે સીધી લીટી અવકાશનો ભાગ રોકી શકે છે. પણ એ બન્ને સીધી લીટી હોવાથી આ અશક્ય છે.

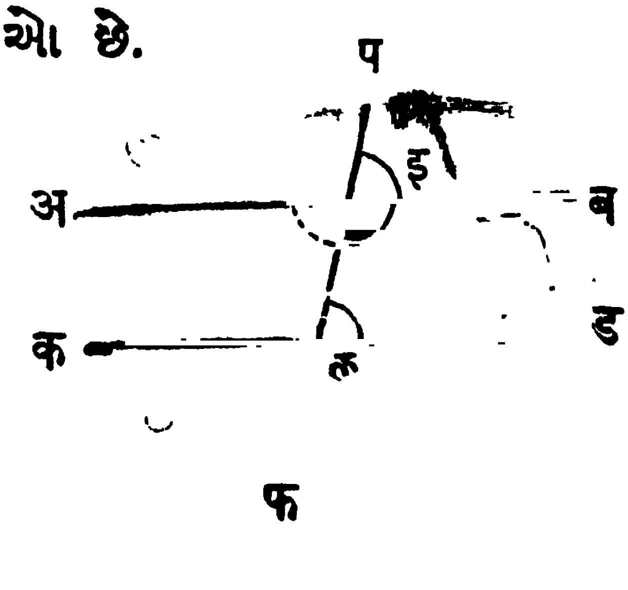
∴ કોઇપણ બાજુ પર अब, कड મળે નહિ. ∴ अब||कड છે. પ્ર. સિ.

પ્રમેય સિધ્ધાંત ૫.

જો એક સીધી લીટી બીજી બે સીધી લીટીને છેદે ત્યારે જો—

(૧) બહારનો એક ખુણો આડી લીટીની એકજ બાજુ તરફના માંહેના સામેના ખુણાની બરાબર હોય; અથવા

(૨) આડી લીટીની એકજ બાજુ તરફના માંહેના બે ખુણાનો સરવાળો બે કાટખુણા બરાબર હોય; તો તે બે લીટીઓ સમાન્તર લીટીઓ છે.



પફ આડી લીટી અબ, કડ બે સીધી લીટીને અનુક્રમે ઇ, લ માં છેદે છે. ત્યારે

(૧). જો બહારનો ∠પઇબ=∠પલડ હોય, તો અબ ∥ કડ થશે.

કારણ કે ∠પઇબ=∠પલડ,

અને ∠પઇબ=∠અઇલ, (પ્ર૦ સિ. ૩)

∴ ∠અઇલ=∠ઇલડ (∠પલડ), (પ્ર. પ્ર.)

પણ આ વ્યુત્ક્રમ ખૂણા છે,

∴ પ્રમેય સિદ્ધાંત ૪ પ્રમાણે અબ ∥ કડ છે.

(૨). જો ∠બઇલ + ∠ઇલડ = ૨ ⊾, તો અબ ∥ કડ થશે.

કારણ કે ∠બઇલ + ∠ઇલડ = ૨ ⊾ (પ્રતિજ્ઞા)

અને ∠બઇલ + ∠અઇલ = ૨ ⊾ (પ્ર૦ સિ૦ ૧)

∴ ∠બઇલ + ∠ઇલડ = ∠બઇલ+∠અઇલ (પ્ર૦ પ્ર૦)

બન્ને જોડમાંથી સામાન્ય ∠બઇલ લઈ લો.

∴ ∠ઇલડ = ∠અઇલ. (પ્ર૦ પ્ર૦)

પણ આ વ્યુત્ક્રમ ખૂણા છે,

∴ પ્રમેય સિદ્ધાંત ૪ પ્રમાણે અબ ∥ કડ છે. પ્ર૦ સિ૦

ઉપસિધ્ધાંત–જો બે સીધી લીટી બન્ને ત્રીજી સીધી લીટીને લંબ હોય તો તે બે સમાન્તર સીધી લીટી છે.

પ્રશ્નો. (સિ. ૪ ને ૫ ઉપર).

૧. સિદ્ધાંત ૪ નો ઉપસિદ્ધાંત સાબિત કરો.

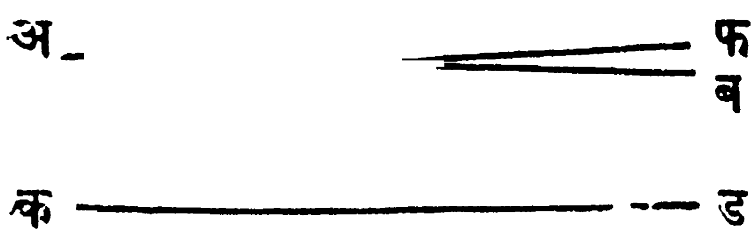
૨. બે અથવા વધારે સમાન્તર લીટીને મળતી આડી લીટીઓ જો ∥ ને લંબ હોય તો એ પ્રમાણે થતા ચતુષ્કોણો સમાન્તરબાજુ છે.

૩. અ બ ક ડ ચતુષ્કોણમાં ∠બ અ ક = ∠અ ક ડ અને ∠ડ અ ક = ∠અ ક બ તો ચતુષ્કોણ સમાન્તર બાજુ છે.

૪. अबकड ચતુષ્કોણમાં ∠अ = ∠च અને बक=अड; તેા આકૃતિને કાપીને, ફેરવીને અને મૂળ સ્થિતિમાં પાછી ગેાઠવીને બતાવેા કે अब ∥ कड,

૫. લીટીના પરિવર્તનથી ખૂણેા થાય છે એ સત્યતાને આધારે ૩૫લેા સિદ્ધાંત સાબિત કરેા.

પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ—એક બીજીને છેદતી બે લીટીએા બન્ને ત્રીજી લીટીને સમાન્તર હેાઇ શકે નહિ. અથવા



અब, इफ અરસપરસ છેદે છે

કેાઈ પણ બિંદુમાંથી એકજ લીટી આપેલી લીટીને સમાન્તર દેારી શકાય છે. આ પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ પ્લેફેરનું પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ કહેવાય છે.

જો अब, कड સમાન્તર હેાય તેા अब, कड વચ્ચેનું અંતર બધી જગ્યાએ એકજ છે. અને अब ને इफ છેદે છે તેથી कड, इफ વચ્ચેનું અંતર अब, कड વચ્ચેના અંતર કરતાં કેાઇ જગ્યાએ વધે અને કેાઇ જગ્યાએ ઘટે; તેથી इफ, कड વચ્ચેનું અંતર એકજ રહી શકે નહિ; તેથી इफ, कड સમાન્તર હેાઇ શકે નહિ.

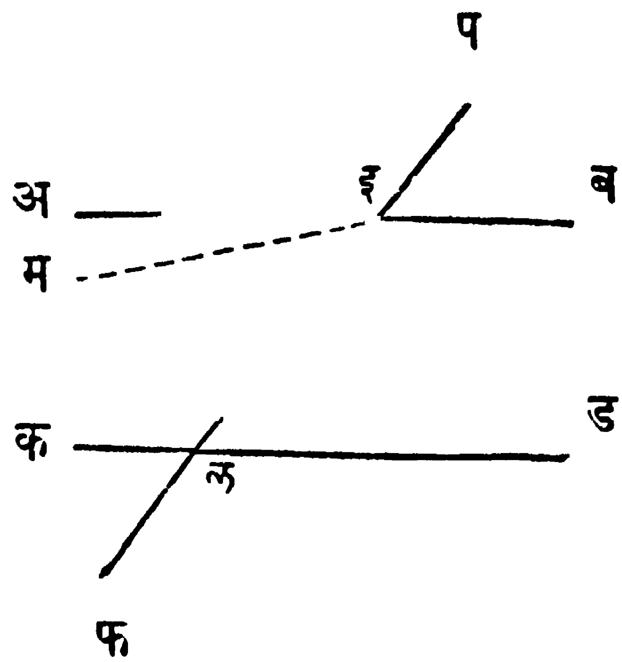
પ્રમેય સિદ્ધાંત ૬.

જો એક સીધી લીટી બે સમાન્તર સીધી લીટીને છેદે તેા

(૧) વ્યુત્ક્રમ ખુણાએા બરાબર છે;

(૨) બહારનેા ખુણેા માંહેના સામેના આડી લીટીની એકજ બાજુ તરફના ખુણાની બરાબર છે; અને

(૩) આડી લીટીની એકજ બાજુ તરફના માંહેના બે ખુણાનો સરવાળો બે કાટખુણા બરાબર છે.



अब, कड બે સમાન્તર લીટીને पफ એક આડી લીટી અનુક્રમે इ, लમાં છેદે છે તો

(૧) ∠ अइल = ∠इलड,

(૨) બહારનો ∠पइब = માંહેના સામેના ∠इलड, અને

(૩) માંહેના ∠इलड + ∠बइल = ૨ ⌊ થશે.

(૧). જો ∠ अइल, ∠इलड ની બરાબર ન હોય તો

ધારો કે ∠मइल = ∠इलड છે.

∵ ∠मइल = ∠इलड, ∴ मइ ∥ कड છે. (પ્ર૦ સિ૦ ૪)

પણ अब ∥ कड

∴ मइ અને अइब બન્ને ∥ कड છે.

પણ એ અશક્ય છે. (પ્લેફેરનું પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ)

∴ ∠अइल = ∠इलड નથી એ અશક્ય છે.

∴ ∠अइल = ∠इलड છે.

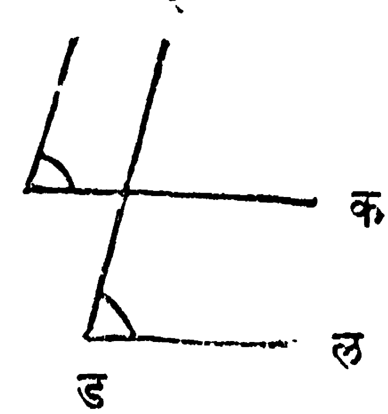
(૨). હવે ∠अइल = ∠इलड (સિદ્ધ)
અને ∠पइब = ∠अइल (પ્ર૦ સિ૦ ૩)
∴ ∠पइब = ∠इलड. (પ્ર૦ પ્ર૦)

(૩). હવે ∠अइल = इलड; (સિદ્ધ)
બન્નેમાં ∠बइल ઉમેરીએ તો
∠अइल + ∠बइल = ∠इलड + ∠ बइल (પ્ર૦ પ્ર૦)
પણ ∠अइल + ∠बइल = ૨ ∟ (પ્ર૦ સિ૦ ૧)
∴ ∠इलड + ∠बइल = ૨ ∟ છે. (પ્ર૦ પ્ર૦). પ્ર૦ સિ૦

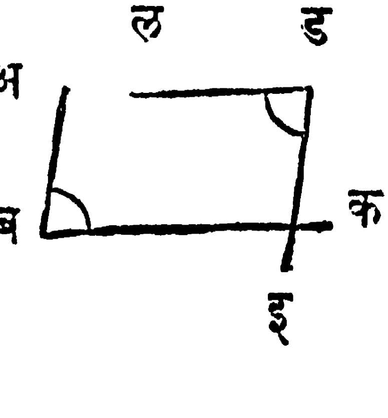
ઉપસિદ્ધાંત—કોઇ પણ ખુણાની શાખાલીટીઓની સમાન્તર બે લીટીઓ દોરી હોય તો આ બે લીટીનો અંતર્ખુણો આપેલા ખુણાની બરાબર છે, અથવા ન્યુનતાપૂરક છે.

अबक આપેલો ખૂણો છે અને बअ સમાન્તર डइ, અને बक સમાન્તર डल દોરી છે.

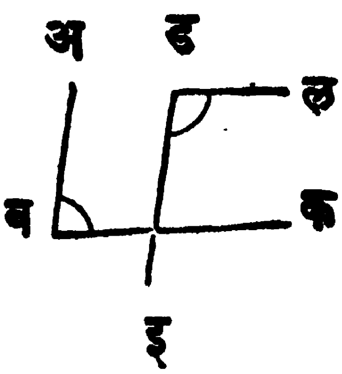
(૧). જો बअ. ની દિશામાં डइ ને, અને बक ની દિશામાં डल ને દોરી હોય તો ∠अबक, ∠इडल બરાબર છે.



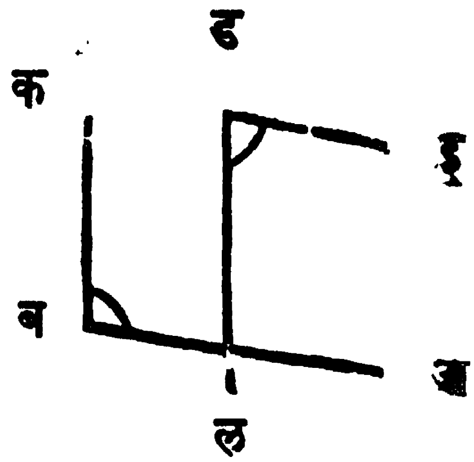
(૨). જો बअ ની વિરૂદ્ધ દિશામાં डइ ને, અને बक ની વિરૂદ્ધ દિશામાં डलને દોરી હોય તો ∠ अबक, ∠इडल બરાબર છે.



(૩). જો बअ વિરૂદ્ધ દિશામાં डइ ને, અને बकનીજ દિશામાં डलને દોરી હોય તો ∠अबक, ∠इडल ન્યૂનતાપૂરક છે.



(૪). જો बअ નીજ દિશામાં डइ ને, અને बक ની વિરૂદ્ધ દિશામાં डल ને દોરી હોય તો ∠ अबक, ∠ इडल ન્યૂનતાપૂરક છે.



પ્રશ્નો.

૧. બે અથવા વધારે સમાન્તર લીટીને છેદતી આડી લીટી જો એકને લંબ હોય તો તે બધીને લંબ છે.

૨. સિદ્ધાંત ૬માં પહેલા ભાગની મદદ વિના બીજો ભાગ સિદ્ધ કરો.

૩. બે સમાન્તર લીટીની બે જોડ અરસપરસ છેદી એક સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણ કરે છે તો બતાવો કે (૧) કયા કયા ખૂણા બરાબર છે; (૨) કયા કયા ખૂણાનો સરવાળો બે કાટખૂણા બરાબર છે; અને (૩) કયા કયા ખૂણા અરસપરસ દ્વિકાટખૂણપૂર્ણ છે.

૪. એક સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણમાં કર્ણ દોરીને કહો કે કયા કયા ખૂણા બરાબર છે ?

૫. સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણમાં સામસામેના ખુણા સરખા છે.

૬. સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણમાં બધા ખૂણાનો સરવાળો કેટલો ?

૭. પ્રશ્ન ૬ પરથી ત્રિકોણના ખૂણાનો સરવાળો કરો.

૮. જો કોઇ પણ સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણમાં એક ખૂણો કાટખૂણો હોય તો તે લંબચોરસ છે.

૯. કોઇ પણ ખુણાની શાખાલીટીની સમાન્તર બે લીટી દોરી હોય તો આ બે લીટીનો અંતર્ખુણો આપેલા ખુણાની બરાબર છે, અથવા ન્યુનતાપૂરક છે.

૧૦. अबक Δ માં ∠ब=∠क ને डइ ∥ बक તો ∠अडइ=∠अइड.

૧૧. સિ. ૬ માં ૩ જો ભાગ ૧લા ભાગની મદદ વિના સિદ્ધ કરો.

૧૨. એકજ લીટીને દોરેલી લંબો અરસપરસ સમાન્તર છે.

૧૩.* अब ∥ पफ અને बक ∥ पल તો ∠ब અને ∠प ને દુભાગનારી લીટીઓ સમાન્તર અથવા લંબ છે.

૧૪.* સિ. ૬ માં इ, ल આગળના અંદરના ચાર ખુણાને દુભાગનાર લીટી એક લંબચોરસ બનાવે છે.

૧૫.* સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણુના અંદરના ખૂણાને દુભાગનારી લીટીઓ એક લંબચોરસ બનાવે છે.

૧૬.* अब ∥ कड છે; તેઓને આડી લીટી प, र માં છેદે છે. ∠प, ∠र ને દુભાગનાર લીટીઓ म માં મળે છે. સળ રચનાથી બતાવો કે (मप, मर ઉપર સળ વાળીને) म, अब અને कड થી સમાન અંતરે છે.

૧૭.* એક લીટી બીજી બે લીટીને છેદે અને માંહેના એક બાજુ અંદરના બે ખુણાઓ મળી બે કાટખુણા કરતાં ઓછા હોય તો જે બાજુ ઉપર બે ખુણાઓ મળી બે કાટખુણા કરતાં ઓછા હોય તે બાજુ તરફ એ બે લીટીઓ લંબાવતાં મળે છે.

૧૮.* બે લીટીઓની વચ્ચેનો સાંકડો ખુણો તે બે લીટીઓને સમાન્તર દોરેલી લીટીઓની વચ્ચેના સાંકડા ખુણાની બરાબર છે; અને પહોળો ખુણો પહોળા ખુણા બરાબર છે.

---

* ફુલડીવાળા પ્રશ્નો વધારે ઉપયોગી છે તેમજ ઘણી વખત કઠણ પણ છે. એ અને મોટા અક્ષરોવાળા પ્રશ્નોના આધાર આગળના પ્રશ્નોની સિદ્ધતામાં કોઇ કોઇ જગ્યાએ લીધા છે.

૧૯.* કોઇ પણ ત્રિકોણના શિરોબિંદુમાંથી પાયાની સમાન્તર લીટી દોરી સિદ્ધ કરો કે ત્રિકોણના ત્રણે ખુણા મળી બે કાટખુણા બરાબર છે.

૨૦.* એક ત્રિકોણનાં બે શિરોબિંદુમાંથી સામેની બાજુની સમાન્તર લીટી દોરી એક સ. ચ. પુરો કરી બતાવો કે ત્રિકોણના બે ખુણા મળી બે કાટખુણા બરાબર છે.

સિદ્ધતાનો પ્રકાર.

સિદ્ધાંત ૬ ઉપરથી માલમ પડશે કે પહેલા પાંચ સિદ્ધાંતમાં જે રીતની સિદ્ધતા વાપરી છે તેનાથી એ સિદ્ધતા જુદીજ છે. પહેલા પાંચની સિદ્ધતા **સુલટી** છે અને ૬ ઠ્ઠામાં એ સિદ્ધતા **ઉલટી** છે. કોઇ પણ સિદ્ધાંત આપણે સિદ્ધ કરવાનો છે અને જ્યારે આપણે બતાવીએ છીએ કે એ સિદ્ધાંત ખોટો નથી, કારણ કે જો ખોટો હોય તો કાંઇ વિપરીત પરિણામ આવે છે, ત્યારે તે ઉલટી સિદ્ધતા કહેવાય છે. ૬ ઠ્ઠા સિદ્ધાંતમાં આપણે સાધ્યને ખોટો માની તેથી ઉલટું પરિણામ આણ્યું છે. અને જ્યાં જ્યાં આવી ઉલટી સિદ્ધતા અંગીકાર કરવામાં આવે છે ત્યાં ત્યાં એવાં ઉલટાં અને વિપરીત પરિણામ આવે છે.

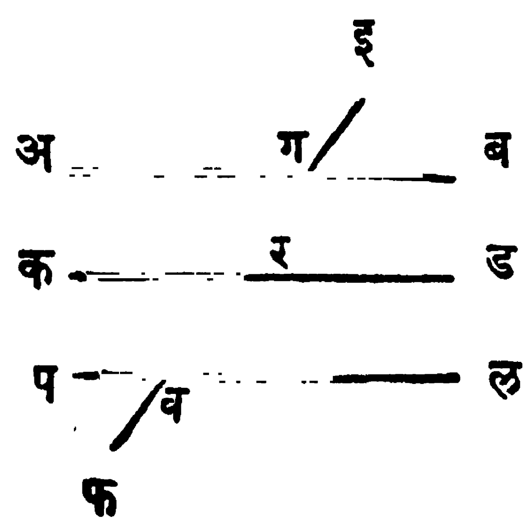
પ્રતીપ યા વ્યત્યાસ સિદ્ધાંતો.

જ્યારે એક સિદ્ધાંતનો પક્ષ ભાગ બીજા સિદ્ધાંતનો સાધ્ય ભાગ હોય અને પહેલાનો સાધ્ય ભાગ બીજાનો પક્ષ ભાગ હોય ત્યારે એવા સિદ્ધાંતો એક બીજાના **પ્રતીપ યા વ્યત્યાસ** કહેવાય છે. સિદ્ધાંત ૪ ને ૫ ના પક્ષમાં ખુણાઓનો સંબંધ આપેલો છે અને સાધ્યમાં લીટી || કરવાની છે. ત્યારે સિદ્ધાંત ૬ ઠ્ઠાના પક્ષમાં લીટી || આપેલી છે અને સાધ્યમાં ∠ ઓનો સંબંધ કાઢવાનો છે. તેથી એ બે સિદ્ધાંતો પ્રતીપ યા વ્યત્યાસ છે. 'પ્રતીપ' યા 'વ્યત્યાસ' નો અર્થ 'ઉલટો' છે. આ ઉપરથી સમજાશે કે કોઇ પણ સિદ્ધાંતનો પ્રતીપ સિદ્ધાંત હોઇ શકે છે; પણ એક સિદ્ધાંત સત્ય હોય તો તેનો પ્રતીપ સિદ્ધાંત હંમેશાં સત્ય છે એવું નથી; જેમકે બે ત્રિકોણોમાં ત્રણે બાજુ અનુક્રમે બરાબર

હોય તો ખુણા પણ બરાબર છે. પણ તેનો પ્રતીપ—ખુણા બરાબર હોય તો બાજુ પણ બરાબર છે એ હંમેશાં સત્ય નથી.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૭.

જે સીધી લીટીઓ એકજ સીધી લીટીને સમાન્તર છે તે અરસપરસ સમાન્તર છે.



अब અને कड લીટી બન્ને पलને ‖ છે તો अब, कड ‖ થશે.

રચના—इफ આડી લીટી ત્રણે સમાન્તરોને અનુક્રમે ग, र, व માં છેદે તેમ દોરો.

સિદ્ધતા—∵ अब ‖ पल, અને इफ બન્નેને છેદે છે.

∴ ∠अगर = ∠गवल. (પ્ર૦ સિ૦ ૬)

અને ∵ कड ‖ पल, અને इफ બન્નેને છેદે છે.

∴ ∠गरड = ∠गवल (પ્ર૦ સિ૦ ૬)

પણ ∠अगर = ∠गवल (સિદ્ધતા)

∴ ∠अगर (એટલે ∠ अगव) = ∠गरड (?)

પણ આ વ્યુત્ક્રમ ખુણા છે.

નિગમન— ∴ अब ‖ कड છે. (પ્ર૦ સિ૦ ૪). પ્ર૦ સિ૦

નોટ—સિદ્ધાંત ૭ માં જ્યારે पल, अब અને कडની મધ્યે હોય ત્યારે સિદ્ધતા નહિજ જેવી છે; કારણ કે

अब ‖ पल અને कड ‖ पल છે.

∴ अब, पल અને कड, पल કદી પણ મળશે નહિ તો અશક્ય છે કે पलની બહારની લીટીઓ, अब, कड મળી શકશે.

પ્રશ્નો.

૧. જો એક લીટી બે સમાન્તર લીટીમાંથી એકને સમાન્તર હોય તો બીજીને પણ તે સમાન્તર છે.

૨. જો એક લીટી બે સમાન્તર લીટીમાંથી એકને લંબ છે તો બીજીને પણ તે લંબ છે.

૩. સિદ્ધાંત ૭ ને પ્લેફેરના પ્રત્યક્ષ પ્રમાણથી સિદ્ધ કરો.

૪. સિદ્ધાંત ૭ મામાં "સમાન્તર"ને બદલે "સરખી" અને "લંબ" શબ્દ મૂકીએ તો એથી થતા સિદ્ધાંતો પણ ખરા છે કે નહિ તે બતાવો.

૫. કોઇ પણ સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણમાં જો એક બાજુને સમાન્તર લીટીઓ દોરી હોય તો આ પ્રમાણે થતા ચતુષ્કોણો પણ સમાન્તરબાજુ છે.

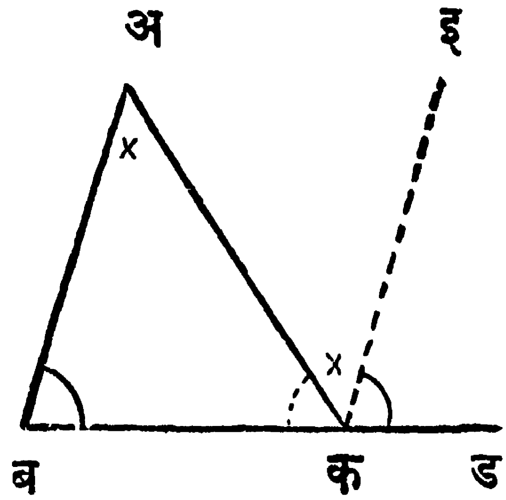
૬. લંબચોરસની બાજુનાં મધ્યબિંદુમાંથી બાજુને સમાન્તર દોરેલી લીટીઓ મોટા લંબ ચોરસના ચાર સરખા લંબ ચોરસો બનાવે છે.

૭. પ્રશ્ન ૬ ઠ્ઠામાં જો ચોરસ લઇએ તો ચાર નાના ચોરસ થશે.

§ ૧૫. ત્રિકોણના બધા ખુણાનું અને બહુકોણના અંતર્ખુણાનું અને બાહ્યખુણાનું એકંદર મહત્વ.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૮.

કોઈ પણ ત્રિકોણના ત્રણે ખુણા મળીને બે કાટખુણા બરાબર છે.



अबक એક ત્રિકોણ છે. તો ∠अ + ∠ब + ∠क = બે કાટખુણા થશે.

રચના–बक ને ड સુધી લંબાવો; અને ધારો કે कइ, अबને || છે.

સિદ્ધતા– ∵ अब || कइ, ∴ ∠अ = ∠अकइ (પ્ર० સિ० ૬)

અને ∵ अब || कइ, ∴ ∠ब = ∠इकड (પ્ર० સિ० ૬)

∴ ∠अ + ∠ब = ∠अकइ + ∠इकड; (પ્ર० પ્ર०)

બન્ને બાજુની જોડમાં ∠अकब ઉમેરો.

∴ ∠अ + ∠ब + ∠अकब = ∠अकइ + ∠इकड + ∠अकब;

પણ क આગળના ત્રણ ખુણા બે કાટખુણા બરાબર છે. (પ્ર० સિ० ૧)

નિગમન– ∴ ∠अ + ∠ब + ∠अकब = ૨ ⌊ છે.

એટલે ત્રિકોણના ∠अ + ∠ब + ∠क = બે કાટખુણા. પ્ર० સિ०

ઉપસિદ્ધાંત ૧–કોઇ પણ ત્રિકોણની એક બાજુ લંબાવીએ તો બહારનો ખુણો માંહેના સામેના બે ખુણાની બરાબર છે. અને તે માંહેના સામેના કોઈ પણ ખુણાથી મોટો છે.

ઉપસિદ્ધાંત ૨–જો બે ત્રિકોણમાં એકના બે ખુણા બીજાના બે ખુણાની અનુક્રમે બરાબર હોય તો ત્રીજા ખુણા પણ બરાબર છે.

ઉપસિદ્ધાંત ૩–કોઇપણ ત્રિકોણમાં બે ખુણા મળી બે કાટખુણા કરતાં ઓછા છે.

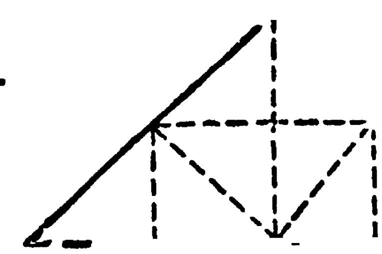
ઉપસિદ્ધાંત ૪–કોઇ પણ ચતુષ્કોણમાં બધા ખુણાનો સરવાળો ચાર કાટખુણા બરાબર છે.

ઉપસિદ્ધાંત ૫–કોઇ પણ ત્રિકોણમાં ઓછામાં ઓછા બે ખુણા સાંકડા ખુણા હોય છે.

પ્રશ્નો.

૧. નીચે પ્રમાણે ત્રિકોણમાં રચના કરી પ્ર૦ સિ૦ ૮ મો સિદ્ધ કરો.

[△अबकમાં अड, बक પર ⊥ છે અને इ, अबનું અને फ, अकનું મધ્ય બિંદુ છે અને इल અને फम, बकને ⊥ છે]



૨. કોઇ પણ કાટખુણ △ માં બે સાંકડા ખુણા કોટિખુણા છે.

૩. જો કોઈ પણ ત્રિકોણમાં બે ખુણા મળી ત્રીજાની બરાબર હોય તો ત્રિકોણ કાટખુણ ત્રિકોણ છે.

૪. કાટખુણ ત્રિકોણમાં કર્ણ ઉપર જો કાટખુણામાંથી લંબ દોરી હોય તો બન્ને ત્રિકોણો મૂળ ત્રિકોણ સાથે સમકોણ છે.

૫. अबक△માં बकની ∥ લીટી अમાંથી દોરી પ્ર૦સિ૦ ૮ સિદ્ધ કરો.

૬. △अबकમાં बक લંબાવતાં બહારનો ∠अकड = ૧૨૨° અને ∠अ = ૫૨° છે તો બીજા ખુણા કેટલા ?

૭. બે લીટીઓ અનુક્રમે બીજી બે લીટીને લંબ હોય તો પહેલી જોડની વચ્ચેનો સાંકડો ખુણો બીજી જોડની વચ્ચેના સાંકડા ખુણા બરાબર છે.

૮. કોઇ પણ ત્રિકોણના પાયાને લંબાવીએ તો બહારના ખુણાઓ બે કાટખુણા અને પાયાની સામેના ખુણાના સરવાળા બરાબર છે.

૯.* △अबकમાં ∠ब, ∠कને बड, कड અનુક્રમે દુભાગે છે તો ∠बडक = ૯૦° + अ/૨.

૧૦.* △अबक માં अब, अक ને લંબાવતાં બહારના ખુણાને बड, कड દુભાગે છે તો ∠बडक =૯૦°–अ/૨.

૧૧.* બે સમાન્તર લીટીને એક આડી લીટી છેદે તો તેની એકજ બાજુના માંહેના ખુણાને દુભાગનારી લીટીઓ કાટખુણે મળે છે.

૧૨.* △अबक માં अब = अक અને बअને ड સુધી લંબાવતાં अक = अड હોય તો डक, बकને લંબ છે.

૧૩.* કોઇ પણ ચતુષ્કોણમાં પાસેના ખુણાને દુભાગનારી લીટીથી થતો અંતર્ખુણો બાકીના ખુણાના સરવાળાથી અર્ધો છે.

૧૪. કોઇ પણ ત્રિકોણની એક બાજુને બન્ને બાજુ લંબાવીએ તો બહારના ખુણા બે કાટખુણા કરતાં મોટા છે.

૧૫. કોઇ પણ પાયા ઉપર બે ત્રિકોણો એક બીજાની અંદર છે તો પાયાની સામેનો ત્રિકોણનો ખુણો અંદરના ત્રિકોણના ખુણા કરતાં નાનો છે.

૧૬ * अबक△માં ∠अ, ∠बને દુભાગનારી લીટીઓ ड માં મળે તો ∠अडब > ૧ ⌊.

૧૭. अबकड ચતુષ્કોણમાં अक કર્ણ ∠अ અને ∠कને દુભાગે છે તો ब અને ड આગળના બહારના ખુણા બરાબર છે.

૧૮. પાયા આગળથી △ ની બે બાજુ લંબાવતાં થતા બહારના ખુણાઓ મળી બે કાટખુણાથી વધારે છે.

૧૯. એક △ માં ત્રણે ખુણા બરાબર હોય તો દરેક ખુણો કેવડો?

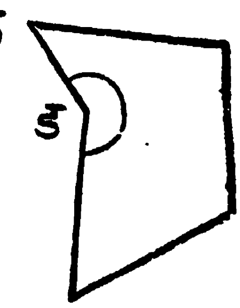
૨૦. એક △ માં બે ખુણા બરાબર છે અને ત્રીજો પહેલા કરતાં ૩૦ અંશ મોટો છે તો દરેક ખુણો કેવડો ?

૨૧. अबकड ચતુ૰ માં अब, डक લંબાવતાં મળે છે; તો ब, क આગળના બહારના ∠ઓ મળી अ, ड આગળના અંદરના ∠ઓ બરાબર છે.

૨૨. પંચકોણના બધા ખુણા મળી ૬ કાટખુણા બરાબર છે.

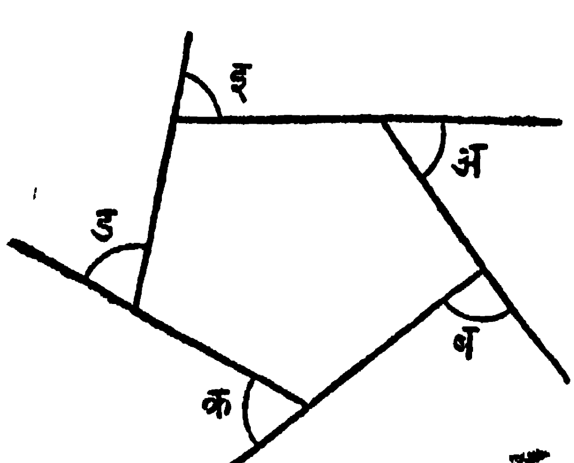
૨૩. નિયમિત ષટ્કોણ અને અષ્ટકોણમાં દરેક ખુણાનું શું મહત્ત્વ છે?

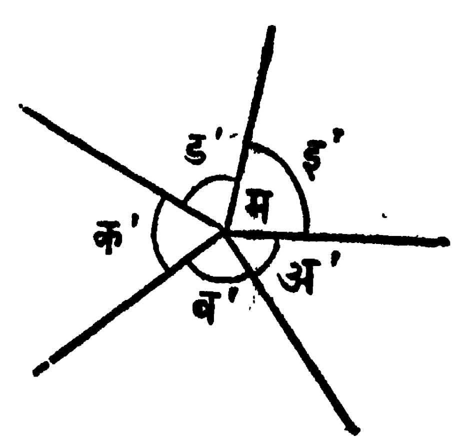
નોટ—પાસેની આકૃતિમાં બતાવેલો ड ખુણો અતિદ્વિકાટખુણ યા અંતર્ગામી યા 'રીફ્લેક્ષ' ખુણો છે, જુઓ કર્તવ્ય ભાગમાં. એ ખુણો બે કાટખુણાથી મોટો છે.



પ્રમેય સિદ્ધાંત ૯.

કોઇ પણ સીધી લીટી આકૃતિ એવી હોય કે તેનો કોઇ પણ ખુણો અંતર્ગામી ન હોય તો તેની બધી બાજુ અનુક્રમે બહાર લંબાવીએ ત્યારે આ પ્રમાણે થતા બહારના ખુણાનો સરવાળો ચાર કાટખુણા બરાબર છે.





સાધન—अबकडइ એક એવી સીધી લીટી આકૃતિ છે કે તેનો કોઇ પણ ખુણો અંતર્ગામી નથી; અને તેની બધી બાજુ અનુક્રમે વધારવાથી બહારના ∠अ, ∠ब, ∠क, ∠ड, ∠इ, ખુણા થાય છે.

ત્યારે ∠अ + ∠ब + ∠क + ∠ड + ∠ इ = ૪ કાટખુણા થશે.

રચના—म જેવા કોઇ પણ બિંદુમાંથી આપેલી આકૃતિની બાજુઓની દિશામાંજ એ બાજુઓની સમાન્તર લીટીઓ દોરો.

સિદ્ધતા- ∠अ, ∠ब, ∠क, ∠ड, ∠इ ખુણાઓ કરતી બાજુઓની સમાન્તર જે લીટીઓ म માંથી દોરી છે તેની વચ્ચે अ', ब', क', ड', इ', ખુણાનાં નામ આપો.

∵ એકજ દિશામાં જતી બબ્બે સમાન્તરોની વચ્ચે સરખા ખુણા હોય છે.

∴ ∠अ = ∠अ', ∠ब = ∠ब', ∠क = ∠क', ∠ड = ∠ड', ∠इ = ∠इ' છે. (પ્ર૦ સિ. ૬. ઉપ.)

∴ આકૃતિના બધા બહારના ખુણાનો સરવાળો = म આગળના બધા ખુણાઓનો સરવાળો છે.

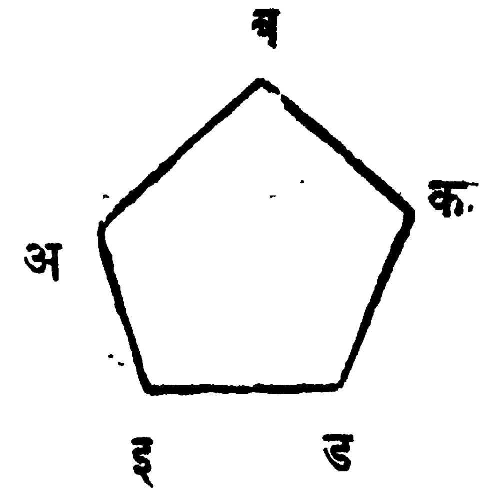
પણ म આગળના બધા ખુણાઓનો સરવાળો = ૪ કાટખુણા. (પ્ર૦ સિ. ૨. ઉપ.)

∴ આકૃતિના બધા બહારના ખુણા મળી ચાર કાટખુણા બરાબર છે. પ્ર. સિ.

નોટ—ઉપલી આકૃતિમાં બહુકોણની ગમે તેટલી બાજુ લઇ શકાય છે.

ઉપસિધ્ધાંત—કોઇપણ સીધી લીટી આકૃતિના અંદરના બધા ખુણા અને ચાર કાટખુણાનો સરવાળો આકૃતિની જેટલી બાજુ છે તેનાથી બમણા કાટખુણાની બરાબર છે.

અથવા સીધી લીટી આકૃતિની બાજુની સંખ્યા અ હોય તો બધા અંદરના ખુણા મળી ૨ અ–૪ કાટખુણા બરાબર છે.



अबकडइ કોઇ પણ સીધી લીટી આકૃતિ લો. તેની બાજુઓ અનુક્રમે લંબાવો.

∵ આકૃતિની જેટલી બાજુ છે તેટલાં શિરોબિંદુ છે અને દરેક શિરોબિંદુ આગળના બહારના અને અંદરના ખુણા મળી બે કાટખુણા છે.

∴ બધા બહારના અને અંદરના ખુણા મળી આકૃતિની જેટલી બાજુ છે તેટલા બમણા કાટખુણા બરાબર છે.

પણ બધા બહારના ખૂણા મળી ચાર કાટખૂણા બરાબર છે. (પ્ર. સિ. ૯)

∴ આકૃતિના બધા અંદરના ખૂણા અને ચાર કાટખૂણા મળી જેટલી બાજુ છે તેનાથી બમણા કાટખૂણા બરાબર છે.

∴ બધા અંદરના ખૂણા મળી = (૨ અ−૪) કાટખૂણા છે.

પ્રશ્નો.

૧. એક ચતુષ્કોણના બહારના ખુણા ૭૨°, ૧૧૨°, અને ૫૫° છે તો ચોથો બહારનો ખુણો અને અંદરના બધા ખુણા કેવડા?

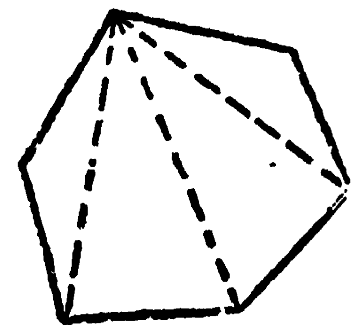
૨. એક પંચકોણના ત્રણ બહારના ખુણા ૬૭°, ૨૫°, અને ૩૮° છે અને બાકીના બહારના ખુણા સરખા છે તો સઘળા ખુણા કેવડા?

૩.* કોઇ પણ બહુકોણમાં અ બાજુની સંખ્યા હોય તો તેના અંદરના ખુણા (૨×અ−૪) કાટખુણા બરાબર છે.

૪.* કોઇ પણ સમકોણમાં અ બાજુ હોય તો દરેક અંદરનો ખૂણો (૨ અ − ૪) ÷ અ કાટખૂણા બરાબર છે.

૫. એક △ માં પાયા ઉપરનો ખૂણો અનુક્રમે સામેના ખૂણાથી ત્રણ ગણો અને પાંચ ગણો છે તો દરેક ખૂણો કેવડો.

૬.* કોઇ પણ બહુકોણુમાં ગમે તે શિરો બિંદુને બીજાં બધાં શિરોબિંદુ સાથે સાંધી ઉપસિદ્ધાંત સાબિત કરો.



૭. એક △ના પાયા ઉપરના ખૂણાઓ ૬૫° અને ૮૨° છે તો તેની સામેનો ખૂણો કેવડો? સામેના ખૂણાને દુભાગનારી લીટી પાયા સાથે કેવડા ખૂણા કરે છે?

૮. પ્રશ્ન ૭ મામાં પાયા ઉપરના ખૂણાઓને દુભાગનારી લીટીની વચ્ચેનો ખૂણો કેવડો?

૯. એક ચતુષ્કોણુમાં ત્રણ ખૂણાઓ અનુક્રમે ચોથાથી પાંચગણા, ચારગણા અને આઠગણા છે તો દરેક ખૂણો કેવડો?

૧૦.* એક સમબહુકોણુમાં દરેક ખૂણો (૧) ૧૦૮°; (૨) ૧૭૦°; (૩) ૧૭૯°; (૪) ૧૭૭$\frac{૧}{૨}$° છે તો તેની કેટલી કેટલી બાજુઓ છે?

૧૧. ઓછામાં ઓછી બાજુવાળા સમકોણુમાં દરેક ખૂણો કેવડો?

૧૨. એક સમબહુકોણુમાં બહારનો દરેક ખૂણો (૧) ૩૦°; (૨) ૧૨°; (૩) ૪૦°; (૪) ૯°; (૫) ૧૫°; (૬) ૩૬°; (૭) ૯૦°; (૮) ૨૪°; (૯) ૪° અને (૧૦) ૧૦° છે તો તેની કેટલી બાજુ હશે?

૧૩. ૧૨, ૧૦, ૫ અને ૩ બાજુના સમકોણુમાં બહારનો અને અંદરનો દરેક ખૂણો કેવડો?

૧૪. ૭°, ૧૧°, ૧૩°, ૧૫°, ૨૧° અને ૩૩° ના બહારના ખૂણા હોય તો એવા સમબહુકોણુ બની શકે? કારણુ આપો.

૧૫. બહારનો ખૂણો પહોળો ખુણો હોઇ શકે એવો સમકોણુ કયો?

૧૬. ૩, ૪, ૫, ૬, ૮, ૧૦, ૧૨ અને ૧૫ બાજુના સમબહુકોણુના અંદરના અને બહારના ખૂણાના માપનો કોઠો બનાવો.

૧૭. પ્રોટ્રેક્ટરથી ૨·૦" બાજુ ઉપર એક સમષટ્કોણુ બનાવો.

૧૮. પ્રશ્ન ૧૭મામાં બાજુ ૪.૨ સેં.મી. હોય ત્યારે સમષટ્‌કોણ બનાવો.

૧૯. ૧.૪" બાજુ ઉપર એક સમદ્વાદશકોણ બનાવો.

૨૦. પ્રશ્ન ૧૭મામાં એકેક શિરોબિંદુ છોડી દઇ બીજાં શિરોબિંદુઓ અનુક્રમે જોડી એક આકૃતિ બનાવો; આ આકૃતિ કેવી છે? તેનાં બાજુ અને ખુણાનાં માપ કાઢો.

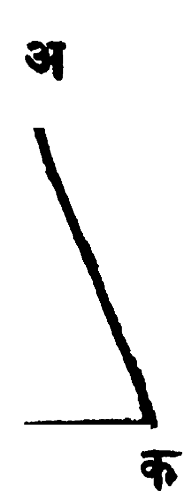
૨૧. એક ત્રિકોણની ત્રણે બાજુ અનુક્રમે લંબાવતાં બે બહારના ખુણાનો સરવાળો ત્રીજા બહારના ખુણાથી બમણો હોય તો ત્રિકોણમાં એક ખુણો ૯૦° છે.

---

§ ૧૬. ત્રિકોણોની સર્વ સમાનતા અને સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ.

જ્યારે એક આકૃતિને ઉંચકીને બીજી ઉપર સમાનતા બતાવવાને મૂકવામાં આવે ત્યારે એ રીતિને **સ્થાનોપરિ** યા **સમાધાનં સ્થિતિ** કહે છે. આ પ્રમાણે જ્યારે આકૃતિઓ **સ્થાનોપરિ** સ્થિતિથી એક બીજીની બરાબર થાય છે ત્યારે તેઓ **"બરાબર"** થાય છે એટલે **"સર્વ રીતે બરાબર"** થાય છે.

આકૃતિઓ જ્યારે સ્થાનોપરિ સ્થિતિથી બરાબર થાય છે ત્યારે ક્ષેત્રફળમાં પણ તેઓ બરાબર છે. પણ જો આકૃતિઓ ક્ષેત્રફળમાં બરાબર હોય તો હંમેશાં તે સર્વ રીતે બરાબર થતી નથી એમ આગળ બતાવવામાં આવશે.



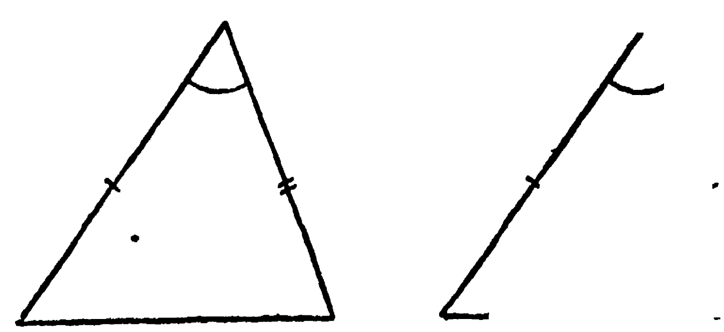
વળી કોઇ પણ ત્રિકોણ પર નજર નાખતાં માલમ પડે છે કે તેનાં છ "તત્ત્વો" યા "અંગો" છે, ત્રણ ખૂણાઓ ∠अ, ∠ब, ∠क અને ત્રણ બાજુઓ અ, બ, ક, (ખૂણાની સામેની) છે. જ્યારે એક ત્રિકોણ બીજાની બરાબર છે ત્યારે એક ત્રિકોણનાં છ અંગો તે બીજા ત્રિકોણનાં છ

અંગોની બરાબર અનુક્રમે છે; અને ત્રિકોણોનાં ક્ષેત્રફળો પણ બરાબર છે. જ્યારે આકૃતિઓ સર્વ અંગોમાં બરાબર હોય છે ત્યારે સરખી બાજુઓ સરખા ખુણાની સામેની હોય છે અને ખૂણાઓ સરખી બાજુની સામેના હોય છે. આકૃતિઓ સર્વ અંગમાં બરાબર છે એમ બતાવવાને માટે

"એક આકૃતિ ≡ બીજી આકૃતિ" લખાય છે; એટલે એક આકૃતિ સવ અંગમાં બીજી આકૃતિની બરાબર છે, એટલે બન્ને એકરૂપ છે.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૧૦.

જો એક ત્રિકોણની બે બાજુ બીજા ત્રિકોણની બે બાજુની અનુક્રમે બરાબર હોય અને આ બાજુથી થતા અંતર્ખુણા પણ બરાબર હોય તો તે બન્ને ત્રિકોણો સર્વ રીતે બરાબર છે.



સાધન—अबक અને डइफ ત્રિકોણોમાં अब=डइ અને अक=डफ અને ∠अ=∠ड તો △ अबक≡△ डइफ થશે.

સિદ્ધતા—△अबक ને ઉંચકીને △ डइफ ઉપર એવી રીતે મૂકો કે अ, ड ઉપર પડે અને अब, डइ ઉપર પડે અને

∵ अब = डइ, ∴ ब,इ ઉપર પડે છે.

વળી ∵ ∠अ = ∠ड, તેથી अक, डफ ઉપર પડે છે.

અને ∵ अक = डफ ∴ क,फ ઉપર પડે છે.

અને ∵ $ब$, $इ$ ઉપર અને $क$, $फ$ ઉપર પડે છે,

∴ $बक$, $इफ$ ઉપર પડે છે. ∵ $बक$, $इफ$ સીધી લીટીઓ છે.

∴ △$अबक$, △$डइफ$ ઉપર બરાબર પડે છે,

નિગમન—∴ △ $अबक$ ≡ △ $डइफ$. પ્ર૦ સિ૦

નોટ—ઉપરના સિદ્ધાંતમાં અવશ્ય યાદ રાખવાનું છે કે બાજુની વચ્ચેના અંતર્ખુણાજ બરાબર આપ્યા છે. સમકોણ △ ઓમાં સરખા ∠ઓની સામેની બાજુને મળતી આવતી કે સંગત બાજુ કહે છે.

પ્રશ્નો.

૧. સિદ્ધંત ૧૦ મો કાગળમાંથી બે ત્રિકોણો કાપી સ્થાનોપરિસ્થિતિમાં મૂકી સાબિત કરો.

૨. સિ૦ ૧૦ માં કયાં કયાં ખૂણા અને બાજુ બરાબર થયાં છે ?

૩. સિ૦ ૧૦ મો બીજી બે બાજુ અને તેનો અંતર્ખૂણો લઇ સિદ્ધ કરો.

૪. કોઇ પણ બે ત્રિકોણ લઇ તેમાં બબ્બે બાજુ બરાબર લઇ અને અંતર્ખુણા સિવાયના ખુણા બરાબર લઇ △ ઓ બરાબર છે કે નહિ તે બતાવો.

૫. કેઈ પણ ત્રિકોણમાં મધ્યગા પાયાને લંબ હોય તો ત્રિકોણ સમદ્વિબાજુ છે.

૬. ચતુષ્કોણમાં કર્ણો કાટખુણે દુભાગાય તો ચ૦ રોમ્બસ કે ચોરસ છે.

૭. $अब$ના મધ્યબિંદુ $क$ માંથી $कड$ લંબ દોરીએ તો $कड$નું કોઇ પણ બિંદુ $अ$ અને $ब$થી સમાન અંતરે છે.

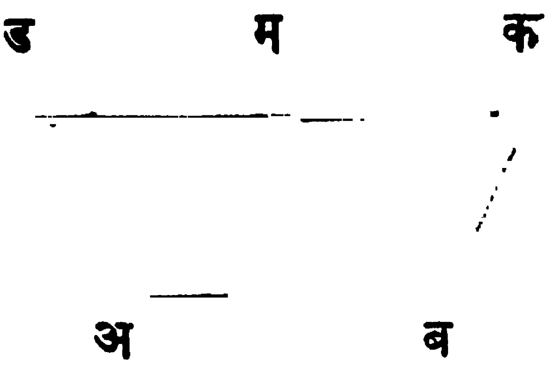
૮. $अब$ અને $कड$ અરસપરસ $म$માં દુભાગે તો △$अमक$ ≡ △$बमड$.

૯. સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમાં સમ બાજુના અંતર્ખુણાને દુભાગનારી લીટી પાયાને લંબ છે.

૧૦ △$अबक$મા $अब$ = $अक$ અને $अब$ અને $अक$ માંથી અનુક્રમે $अड$ = $अइ$ કાપી છે તો $कड$ = $बइ$.

૧૧. अबकड ચોરસમાં ल,म,फ અનુક્રમે अब,बक, कड નાં મધ્યબિંદુ છે તો (૧) अफ = अम; (૨) बफ = डम; (૩) लम = मफ અને (૪) अम = डम.

૧૨. △अबक ≡ △डइफ છે અને म, बकનું અને ल, इफ નું મધ્યબિંદુ હોય તો अम = डल અને ∠अमब = ∠डलइ છે.



૧૩. अबकड ટ્રાપિઝયમમાં अड = बक અને ∠ड = ∠क અને डकમાં म એવું છે કે मड = मक તો अम = बम સિદ્ધ કરો.

૧૪. સમદ્વિબાજુ ત્રિ૰માં સમ બાજુઓ શિરોબિંદુની બહાર સરખી લંબાવીએ તો આ પ્રમાણે થતા ત્રિકોણો સર્વ રીતે બરાબર છે.

૧૫. △ अबकમાં अड મધ્યગા છે. અને अड ને લંબાવતાં अड = डइ તો △कडइ ≡ △बडअ અને △बडइ ≡ △कडअ.

૧૬. अब, कड, म માં દુભાગે તો अक ∥ बड, અને अड ∥ बक.

૧૭. अब, कड કાટખૂણે દુભાગે તો अकबड રોમ્બસ કે ચોરસ છે.

૧૮. अब = અને ∥ कड તો अक = અને ∥ बड છે.

૧૯.* अबक △ ની अब, अक બાજુઓ ઉપર अबह અને अकड સમબાજુ △ ઓ બહારથી હોય તો कह=बड.

૨૦. अबकडइ નિયમિત પંચકોણમાં अक=बड=कइ=डअ=इब છે.

૨૧.* अबकडइफ નિયમિત ષટ્કોણમાં अकइ અને बडफ સમબાજુ △ ઓ છે.

૨૨. બે લીટીઓ અરસપરસ દુભાગે તો તે સ૰ ચ૰ ના કર્ણો છે.

૨૩. એક ચતુષ્કોણમાં સામસામેની બાજુઓ બરાબર છે અને સામસામેના ખૂણાની એક જોડ બરાબર છે તો ચતુષ્કોણ સ૰ ચ૰ છે.

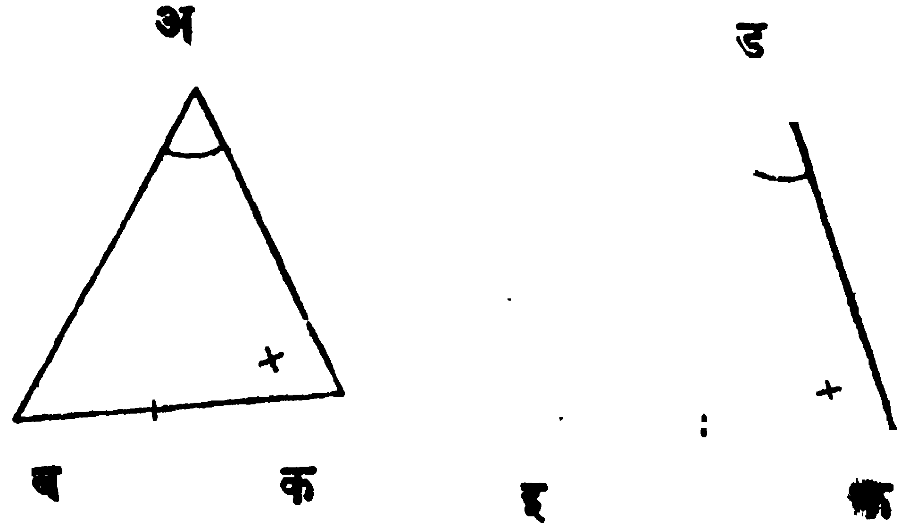
૨૪. ચોરસના કર્ણો તેના ખૂણાઓને દુભાગે છે.

૨૫ अबक ત્રિકોણની अब, अक ઉપર બહારથી अबइढ, अकलर ચોરસ દોર્યા હોય તો बर = इक છે.

૨૬. अबकड ચોરસમાં म કોઇ પણ બિંદુ છે. मअ ઉપર अब ની સામેની બાજુએ अमरल ચોરસ દોર્યો હોય તો बम = डल છે.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૧૧.

જો કોઇ ત્રિકોણનાં બે ખુણા અને એક બાજુ બીજા ત્રિકોણનાં બે ખુણા અને મળતી આવતી બાજુની અનુક્રમે બરાબર હોય તો ત્રિકોણો બધી રીતે સરખા છે.



अबक અને डइफ △ ઓમાં बक = इफ અને પહેલાના બે ખુણાઓ બીજાના બે ખુણાની અનુક્રમે બરાબર છે તો △ अबक = △ डइफ થશે.

સિદ્ધતા— ∵ △ अबकના ત્રણ ખુણા = ૨ કાટખુણા = △ डइफ ના ત્રણ ખુણા. (પ્ર૦સિ૦ ૮)

અને △ अबकના બે ∠ ઓ = △ डइफ ના બે ∠ ઓ.

∴ △ अबक નો ત્રીજો ∠ = △ डइफનો ત્રીજો ∠ (પ્ર૦સિ૦ ૮ ઉ૦)

∴ ∠अ = ∠ड; ∠ब = ∠इ; ∠क = ∠फ છે.

હવે △ अबकને △ डइफ ઉપર એવી રીતે મૂકો કે ब, इ ઉપર પડે અને बक, इफ ઉપર પડે,

અને ∵ बक = इफ, ∴ क, फ ઉપર પડે છે.

અને ∵ ∠ब = ∠इ, ∴ बअ, इड ઉપર પડશે.

અને ∵ ∠क = ∠फ; ∴ कअ, फड ઉપર પડશે;

∴ बअ અને कअ નું સામાન્ય બિંદુ इड અને फड ના સામાન્ય બિંદુ ઉપરજ પડશે; કારણ કે તે બધી સીધી લીટીઓ છે.

∴ △अबक, △डइफ ઉપર બરાબર પડે છે.

∴ अबक ≡ △डइफ છે. પ્ર૦ સિ૦

પ્રશ્નો.

૧. કાગળમાંથી બે ત્રિકોણો પક્ષ પ્રમાણે કાપી સિધ્ધાંત સિધ્ધ કરો.

૨. अबक, डइफ બે △ઓમાં अब = इफ અને ∠अ = ∠इ અને ∠ब = ∠ड તો △ઓ સરખા છે? કારણ આપો.

૩. △अबकમાં ∠ब = ∠क અને अड, ∠अને દુભાગે છે તો बड = कड.

૪. એક ત્રિકોણમાં શિરોબિંદુ ખુણાને દુભાગનારી લીટી પાયાને કાટખુણે મળે છે તો ત્રિકોણ સમદ્વિબાજુ છે.

૫. △अबक ≡ △डइफ અને ∠अ અને ∠ડને દુભાગનારી લીટી પાયાને प, लમાં મળે છે તો अप = डल.

૬. કોઇપણ ખુણાને દુભાગનારી લીટીના એકજ બિંદુમાંથી બાજુની લીટીઓ પર દોરેલી લંબ બરાબર છે.

૭. કોઇ પણ સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણમાં સામસામેની બાજુ સરખી છે.

૮. કોઇ પણ લીટીના મધ્યબિંદુમાંથી જતી લીટી પર પહેલી લીટીના છેડામાંથી દોરેલી લંબ બરાબર છે.

૯. કોઈ પણ ત્રિકોણમાં શિરોબિંદુ ખુણાને દુભાગનારી લીટીની સામેના પાયા ઉપરના ખૂણા સરખા હોય તો △ સમદ્વિબાજુ છે.

૧૦. अबकड ચતુષ્કોણમાં अक, ∠अ, ∠कને દુભાગે તો ચતુષ્કોણમાં સરખી બાજુનાં બે જોડકાં છે; અને अक ⊥ बड.

૧૧. કોઇ પણ બે સમાન્તર લીટીની વચ્ચે જે કોઇ પણ લીટીનો અંતર્ભાગ હોય તો આ અંતર્ભાગનું મધ્યબિંદુ સમાન્તર લીટીથી સમાન અંતરે છે.

૧૨. પ્રશ્ન ૧૧ મામાં મધ્યબિંદુમાંથી બીજી કોઇ પણ લીટી સમાન્તર લીટી સુધી દોરીએ તો તે ત્યાં દુભાગાય છે.

૧૩. પ્રશ્ન ૧૧ મામાં મધ્યબિંદુમાંથી બીજી કોઇપણ બે લીટી સમાન્તર લીટી સુધી દોરીએ તો તેઓની વચ્ચેના સમાન્તર લીટીના અંતર્ભાગ સરખા છે.

૧૪. નીચે પ્રમાણે ભૂમિતિ રચના કરવાથી કોઇ પણ નદીની પહોળાઇ ઓળંગ્યા વિના નીકળી શકે છે એમ બતાવોઃ—

એક માણુસ કિનારા પર अ બિંદુ આગળથી તદ્દન સામે કિનારા પર ब ઝાડ અથવા કોઇ સ્પષ્ટ દેખાય એવી વસ્તુ જુએ છે. આ કિનારા પર અથી કિનારાની સમાન્તર અમુક અંતર જાય છે અને આ લીટી अब ને કાટખૂણે આવે તે પ્રમાણે એની ઉપર क બિંદુ લાકડીથી યા શંકુથી નક્કી કરે છે. વળી अक ની સીધી લીટીમાં વધારે દૂર कड = अक થાય તેમ જઇ તે ड આગળ અટકે છે અને ડથી बની સામેની બાજુમાં अब ની સમાન્તર એટલે अड ને કાટખુણે જાય છે અને इ બિંદુ આગળ આવી જુએ છે તો ब, क, इ, એકજ સીધી લીટીમાં આવેલાં છે, તો નદીની પહોળાઇ डइ જેટલી છે.

૧૫. પાયા ઉપરના ખૂણામાંથી સમદ્વિબાજુ △ માં સામેની બાજુને દોરેલી લંબો બરાબર છે.

૧૬. अबकड ચતુષ્કોણમાં अइ, कफ અને ⊥ बड તો જ્યારે अइ = कफ ત્યારે बड, अक ને દુભાગે છે.

૧૭. फगह △માં फग = फह; ને गक ⊥ फग હોય फहને कમાં અને हल ⊥ हफ હોય फग ને ल માં મળે છે તો गल = हक.

૧૮.* કોઇ પણ △ની બહાર ત્રણ એવાં બિંદુઓ છે કે જેમાંનું દરેક ત્રણે બાજુથી એકજ અંતરે છે. અને ત્રિકોણની અંદર પણ એવું એક બિંદુ છે.

૧૯. સર્વ સમાન ત્રિકોણોમાં સમાન ખૂણાઓમાંથી સામેની બાજુ ઉપર દોરેલી લંબ બરાબર છે.

૨૦. अबक △ માં ∠ अ = ∠ ब; તો अ, ब માંથી સામેની બાજુ ઉપર દોરેલી લંબ બરાબર છે.

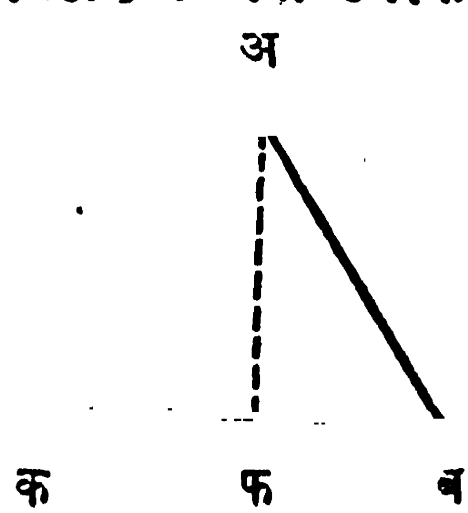
૨૧. એક આપેલી લીટીમાં એવું એક બિંદુ શોધી કાઢો કે તે બીજી બે આપેલી લીટીઓથી સમાન અંતરે હોય.

૨૨. સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણમાં સામ સામેની બાજુઓ બરાબર છે, અને કર્ણો એક બીજાને દુભાગે છે.

૨૩. अब લીટીના अ, ब માંથી अड, बइ લંબ દોરી છે. અને अब ના म મધ્ય બિંદુમાંથી દોરેલી કોઇ પણ લીટી આ લંબને ड, इ માં છેદે તો अड = बइ અને मड = मइ છે.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૧૨.

સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમાં પાયા ઉપરના ખુણા બરાબર છે.



સાધન—△अबक માં अब = अक તો ∠अकब = ∠अबक થશે.

રચનાઃ-ધારો કે अफ, $\angle$बअक ને દુભાગી बकને फમાં મળે છે.

સિદ્ધતા- $\because$ $\triangle$बअफ અને $\triangle$कअफ માં

बअ = कअ અને अफ સામાન્ય છે (પ્રતિજ્ઞા)

અને $\angle$बअफ = $\angle$कअफ (રચના)

$\therefore$ $\triangle$बअफ $\equiv$ $\triangle$कअफ (પ્ર૦ સિ૦ ૧૦)

$\therefore$ $\angle$अबफ = $\angle$अकफ. એટલે

$\therefore$ $\angle$क = $\angle$ब પ્ર૦ સિ૦

ઉપસિદ્ધાંત ૧—સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણની સરખી બાજુ अब, अक ને ड, इ સુધી અનુક્રમે લંબાવીએ તો $\angle$ डबक = $\angle$इकब.

($\because$ આ ખૂણા સરખા ब, क ખૂણાના દ્વિકાટખૂણપૂર્ણ છે.)

ઉપસિદ્ધાંત ૨—સમબાજુ ત્રિકોણ સમકોણ છે; કારણ કે ગમે તે સ્થિતિમાં સમબાજુ ત્રિકોણ સમદ્વિબાજુ છે.

ઉપસિદ્ધાંત ૩—સમદ્વિબાજુ $\triangle$માં પાયાની સામેના ખુણાને દુભાગનારી લીટી પાયાને કાટખુણે દુભાગે છે.

નોટ—સમદ્વિબાજુ $\triangle$ માં બાજુ એટલે સરખી બાજુ, પાયો એટલે ત્રીજી બાજુ, શિરોબિંદુ એટલે પાયાની સામેનું શિરોબિંદુ અને શિરોબિંદુ આગળનો ખુણો એટલે પાયાની સામેનો ખૂણો સમજવો.

વ્યા૦—કોઇ પણ ત્રિકોણમાં શિરોબિંદુમાંથી સામેની બાજુના મધ્યબિંદુ સુધી દોરેલી સીધી લીટી મધ્યગા કહેવાય છે.

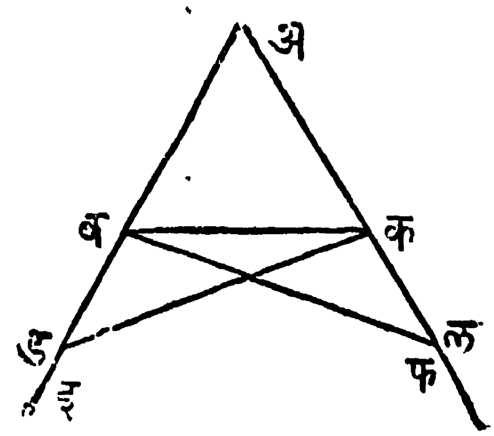
પ્રશ્નો.

૧. પ્ર૦ સિ૦ ૧૨માં $\triangle$अबक, अफની આસપાસ સમ્મિતરૂપ છે.

૨. સમબાજુ ત્રિકોણ કોઇ પણ મધ્યગાની આસપાસ સમ્મિતરૂપ છે.

૩. ઉ૦ સિ૦ ૧માં જો (૧) ∠अबक = ૭૨° તેા ∠डबक કેવડેા? અને (૨) ∠अकब = ૬૭° તેા ∠इकब કેવડેા ?

૪. એક ત્રિકેાણમાં ∠अ = ૩૨°, अब = अक = ૫.૨″ તેા પાયા ઉપરના ખૂણા કેવડા ?



૫. △अबक સમદ્વિબાજુ ની સરખી બાજુ अब, अक લંબાવતાં बड = लक છે તેા (૧) △अबल ≡ △अकड અને (૨) △डबक ≡ △लकब. આ ઉપરથી સિદ્ધ કરેા કે ∠ अबक = ∠अकब.

૬. સમદ્વિબાજુ △ अबक અને △ इबक વિરૂદ્ધ બાજુએ છે તેા (૧) ∠अबड = ∠अकड (૨) ∠बअड = ∠कअड અને ∠बडअ = ∠कडअ.

૭. પ્ર૦ સિ૦ ૧૨માં બતાવેા કે अफ અને बक એક બીજીને લંબ છે.

૮. अबक અને लबक △એા એકજ બાજુએ સમદ્વિબાજુ છે તેા (૧) ∠अबल = अकल; (૨) △अबल ≡ △अकल. (૩) ∠बअल = ∠कअल;

૯. अबक △માં अब = अक = ૭.૫ સેં. મી. અને ∠क = ૭૮° તેા બાકીના ખૂણા કાઢેા.

૧૦. △ अबक સમદ્વિબાજુ છે અને ड, इ, फ બાજુએાનાં મધ્ય બિંદુ છે તેા △ डइफ પણ સમદ્વિબાજુ છે.

૧૧. △अबक સમદ્વિબાજુ છે; इ, फ, સરખી બાજુ अक અને अबનાં મધ્યબિંદુ છે તેા बइ = कफ અને △ बइक ≡ △कफब.

૧૨. △अबक માં अब = अक છે અને बइ ને कफ પાયા ઉપરના ખૂણાને દુભાગી સામેની બાજુને મળે છે તેા बइ = कफ.

૧૩. △ अबक મા अब = अक છે અને ∠क, ∠ब ને દુભાગી कड, बइ, ड માં અનુક્રમે મળે તેા डअ, ∠अ ને દુભાગે છે.

૧૪. अबक $\triangle$ માં अब = अक અને डब, इक પાયાને (बक ને) લંબ છે અને अक, अब ને ड,इ માં મળે છે તો $\triangle$ ઘબક = $\triangle$ इकब.

૧૫. સમબાજુ ચતુષ્કોણમાં સામસામેના ખુણા બરાબર છે.

૧૬. સમ ચોરસમાં કર્ણ અને બાજુની વચ્ચેનો અંતર્ખૂણો ૪૫° છે.

૧૭. अबकड સમબાજુ ચતુષ્કોણ છે અને बड કર્ણ છે તો (૧) ∠अडब=∠कडब (૨) ∠कबड=∠कडब; (૩) ∠अबक=∠अडक.

૧૮.* સમદ્વિબાજુ $\triangle$ ની સરખી બાજુ લંબાવીએ તો બહારનો ખૂણો એક કાટખૂણા કરતાં મોટો છે.

૧૯ * કોઇ પણ સીધી લીટી સુધી બહારના બિંદુથી બે કરતાં વધારે સરખી લીટી દોરી શકાય નહિ.

૨૦.* કોઇ પણ સમદ્વિબાજુ $\triangle$ ના પાયાને લંબાવતાં થતો બહારનો ખૂણો અંદરના કોઇ પણ ખૂણા કરતાં મોટો છે.

૨૧ * કોઇ પણ સમદ્વિબાજુ $\triangle$ માં પાયા ઉપરના સાંકડા ખૂણા છે.

૨૨.* પાયા ઉપરના ખુણામાંથી સમદ્વિબાજુ કે સમબાજુ $\triangle$ માં સામી બાજુ ઉપર દોરેલા લંબો બરાબર છે.

૨૩. કોઇ પણ સમદ્વિબાજુ $\triangle$ માં પાયાના મધ્યબિંદુમાંથી સામેની બાજુ ઉપર દોરેલી લંબો બરાબર છે.

૨૪.* કાટખુણ $\triangle$ ની કર્ણનું મધ્યબિંદુ ત્રણે શિરોબિંદુથી સરખે અંતરે છે.

૨૫. સમબાજુ $\triangle$ માં દરેક ખૂણો $\frac{2}{3}$ કાટખૂણાની બરાબર છે.

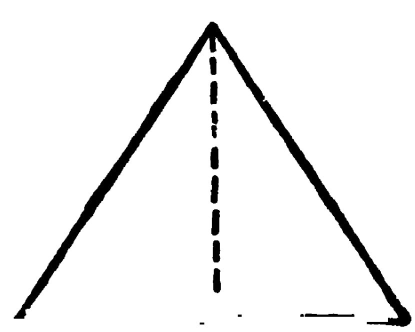
૨૬. કાટખૂણ સમદ્વિબાજુ $\triangle$ માં દરેક સરખો ખૂણો $\frac{1}{2}$ કાટખૂણો છે.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૧૩.

કોઇ પણ ત્રિકોણમાં જો બે ખુણા બરાબર હોય તો તેની સામસામેની બાજુઓ પણ બરાબર છે; એટલે કે ત્રિકોણ સમદ્વિબાજુ છે.

अबक △માં ∠क = ∠ब તો अब = अक થશે.

રચના—ધારો કે अफ, ∠अ ને દુભાગે છે. (સ્વી. કૃ.)



સિદ્ધતા—∵ △ अबफ અને △ अकफ માં

∠ब = ∠क (પ્રતિજ્ઞા)
∠बअफ = ∠ कअफ (રચના)
અને अफ સામાન્ય છે.

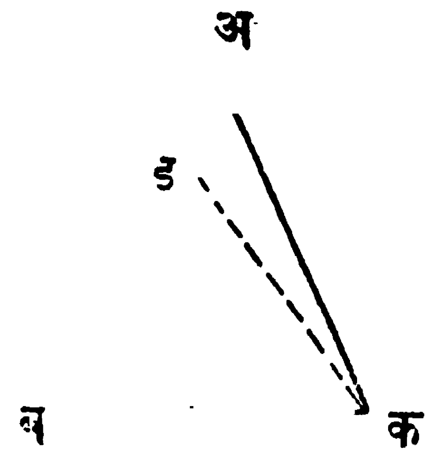
∴ △ अबफ ≡ △ अकफ (પ્ર૦સિ૦ ૧૧)

∴ अब = अक. પ્ર૦ સિં૦

અથવા:—

સાધન—अबक ત્રિકોણમાં ∠ अकब = ∠ अबक છે તો अब = अक થશે.

રચના—अब, अक ની બરાબર ન હોય તો તેમાંથી એક બીજીથી મોટી હોવી જોઇએ. ધારો કે अब, अक થી મોટી છે.



अबમાંથી अक = बड કાપો અને कड ને સાંધો. (રચી૦ કૃ૦)

સિદ્ધતા— ∵ △अकब અને △डबकમાં

अक = डब (રચના), ખૂણો अकब = ખૂણો अबक (પ્રતિજ્ઞા)

અને बक સામાન્ય છે.

∴ △ अकब ≡ △डबक છે. (પ્ર૦ સિ૦ ૧૦)

એટલે આખો ત્રિકોણ તેના એક ભાગની બરાબર છે; પણ એ અશક્ય છે.

તેથી अब, अक થી મોટી નથી; તેમજ તે નાની પણ નથી.

∴ अब = अक. પ્ર૦ સિ૦

ઉપસિદ્ધાંત-સમકોણ ત્રિકોણ સમબાજુ છે.

પ્રશ્નો.

૧. △अबकની બે બાજુ લંબાવતાં બહારના ખૂણા બરાબર છે તો ત્રિકોણ સમદ્વિબાજુ છે.

૨. △अबक માં अब = अक અને क અને ब ખૂણાને દુભાગનારી લીટી कड અને बड, ड માં મળે તો △डबक સમદ્વિબાજુ છે.

૩. પ્રશ્ન ૨માં डअ, अ ખૂણાને દુભાગે છે એમ બતાવો.

૪. अबकड માં अब = अड અને ∠ब = ∠ड તો कब = कड છે.

૫. △अबकમાં बकમાં प અને ड એવાં બિંદુ છે કે ∠बअप = ∠कअड અને अप = अड તો अब = अक છે.

૬. △अबकમાં ∠ब = ∠क = ૨ ∠अ; અને ∠ब ને દુભાગનારી લીટી बड, अक ને डમાં મળે છે તેા अड = बड.

૭.* જો કોઇ △ ના બહારના ખુણાને દુભાગનારી લીટી સામેની બાજુને ∥ હેાય તેા △ સમદ્વિબાજુ છે.

૮.* સમદ્વિબાજુ ત્રિકેાણના પાયાને દેારેલી ∥ લીટી બાજુઓને છેદે તેા બીજો સમદ્વિબાજુ △ થાય છે.

૯.* કેાઇ પણ ખુણાને દુભાગનારી લીટીના કેાઇ પણ બિંદુમાંથી ગમે તે શાખા લીટીને ∥ લીટી દેારી હેાય તેા તે બીજી શાખા લીટી સાથે સમદ્વિબાજુ △ કરશે.

૧૦.* સમદ્વિબાજુ △ના પાયા ઉપરનેા લંબ એક બાજુને અંદરથી અને બીજીને બહારથી છેદે છે તેા બીજો △ સમદ્વિબાજુ છે.

૧૧.* કેાઇપણ ખુણાને દુભાગનાર લીટીના કેાઇ પણ બિંદુમાંથી શાખા લીટીને ∥ દેારેલી લીટી રેામ્બસ કે ચેારસ બનાવે છે.

૧૨.* अब લીટી कबडने बમાં મળે છે અને बप, ∠कबअने અને बम, ∠डबअने દુભાગે છે. જો पम ∥ कड તેા अम = अब = अप અને △बपम કાટખુણુ છે.

૧૩. अब વ્યાસ ઉપરના अपब અર્ધવર્તુળ ઉપર प બિંદુ છે તેા ∠अपब કાટખુણેા છે.

૧૪. अबक સમબાજુ ત્રિકેાણની अब, अक બાજુ ઉપર બહારથી अबल, अकर સમબાજુ ત્રિકેાણેા કાઢ્યા હેાય તેા लअर એક સીધી લીટી છે.

૧૫. સમદ્વિબાજુ ત્રિકેાણમાં સરખી બાજુનાં મધ્યબિંદુને સામેનાં શિરેાબિંદુ જોડે સાંધનારી લીટીએા બરાબર છે.

૧૬. કેાઇ ત્રિકેાણમાં મધ્યગા જે બાજુને તે દુભાગે તેનાથી અર્ધી હેાય તેા તે કાટખુણુ ત્રિકેાણ છે.

૧૭. अबक ત્રિકેાણના बक પાયા ઉપર ड એક એવું બિંદુ શેાધી કાઢેા કે अड = कड હેાય.

૧૮. अबकड ચતુષ્કોણમાં $\angle$अ, $\angle$ब પહોળા ખુણા છે અને સરખા છે. જો अब $\parallel$ कड, તો अड = बक છે.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૧૪.

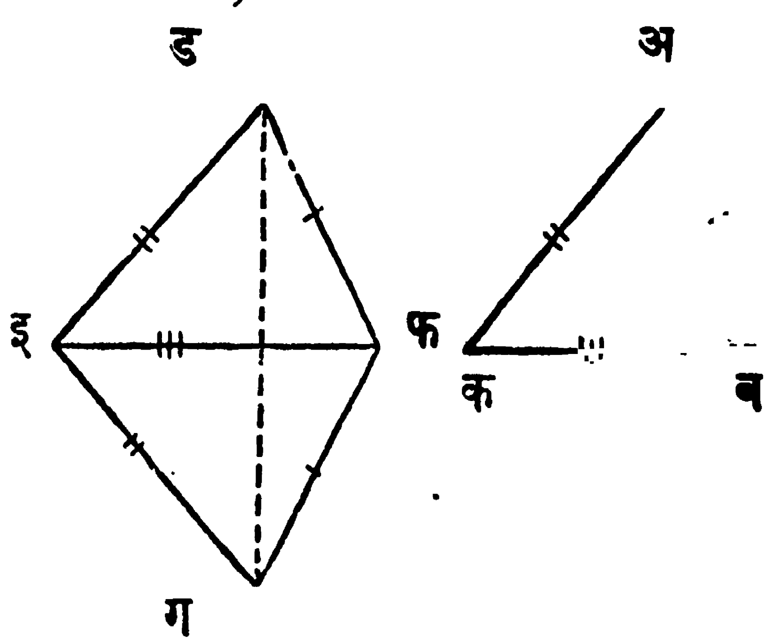
જો એક ત્રિકોણની ત્રણે બાજુઓ અનુક્રમે બીજા ત્રિકોણની ત્રણે બાજુની બરાબર હોય તો ત્રિકોણો બધી રીતે સરખા છે.

સાધન—अबक અને डइफ ત્રિકોણોમાં अब = डइ, बक = इफ અને कअ = फड તો $\triangle$ अबक $\equiv$ $\triangle$ डइफ થશે.

સિદ્ધતા—$\triangle$ अबक ને ઉચકીને એવી રીતે મૂકો કે ब, इ ઉપર અને बक, इफ ઉપર પડે અને $\because$ कब = इफ તેથી क, फ ઉપર પડે છે:—

પણ એવી રીતે કે अ, ड તરફ ન પડતાં તેની સામેની બાજુએ પડે. ધારો કે ग ઉપર अ પડે છે. डग સાંધો.

પહેલો ભાગ—डग, इ અને फની વચ્ચે પડે છે.



હવે $\because$ इडग ત્રિકોણમાં इग = इड (એટલે बअ)

$\therefore$ $\angle$इडग = $\angle$इगड (પ્ર૦ સિ૦ ૧૨)

અને ∵ फडग ત્રિકોણમાં, फग = फड (?)

∴ ∠फडग = ∠फगड (પ્ર૦ સિ૦ ૧૨)

∴ આખો ∠इडफ = આખો ∠इगफ (પ્ર૦ પ્ર૦)

પણ ∠इगफ = ∠कअब છે. (?)

∴ ∠बअक = ∠इडफ. (પ્ર૦ પ્ર૦)

વળી ∵ △ अबक અને △ डइफમાં

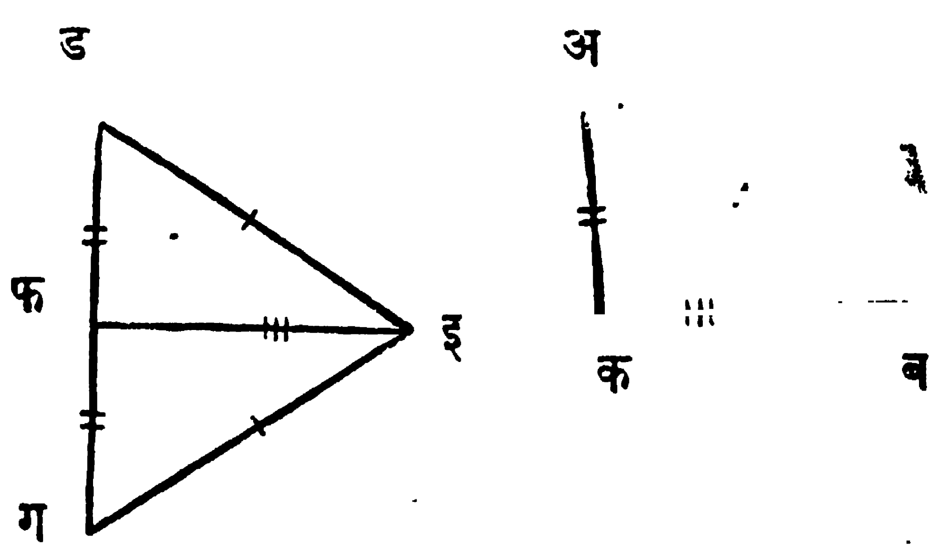
अब = डइ અને अक = डफ, (પ્રતિજ્ઞા)

અને ∠बअक = ∠इडफ, (સિદ્ધતા)

∴ △अबक ≡ △डइफ. (પ્ર૦ સિ૦ ૧૦)

નોટ—આ સિદ્ધાંતમાં પહેલા ભાગમાં આપેલી સિધ્ધતાજ કરે તો ચાલશે. નીચેના બે ભાગો વધારા તરીકેજ છે. પરીક્ષામાં એની જરૂર નથી.

બીજો ભાગ—डग પાયાના फ છેડામાંથી જાય છે.



હવે ∵ इडग △ માં इड = इग (?)

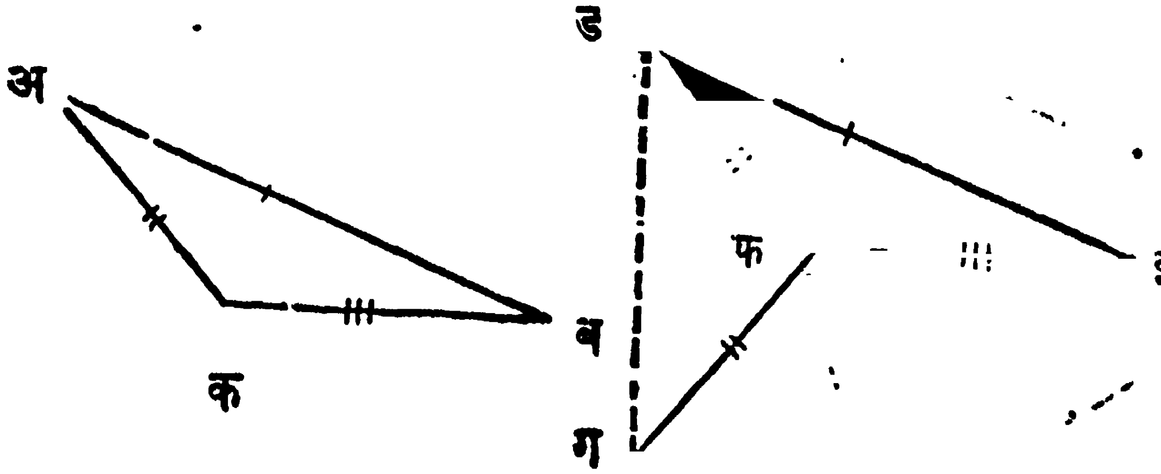
∴ ∠इगड = ∠इडग (પ્ર. સિ. ૧૨)

પણ ∠इगड = ∠बअक

∴ ∠कअब = ∠इडफ

∴ △अबक ≡ △डइफ. (પ્રથમ ભાગ)

ત્રીજો ભાગ—डग પાયાની બહાર પડે છે.



હવે ∵ इगड ત્રિકોણમાં इग = इड (?),

∴ ∠इडग = ∠इगड (પ્ર. સિ. ૧૨)

અને ∵ डफग ત્રિકોણમાં फग = फड (?)

∴ ∠फडग = ∠फगड (પ્ર. સિ. ૧૨)

∴ ∠इडफ = ∠इगफ. (પ્ર૦ ૫૦)

પણ ∠इगफ = ∠बअक, તેથી ∠बअक = ∠इडफ.

∴ △ अबक ≡ △ डइफ. (પ્રથમ ભાગ). પ્ર૦ સિ૦

પ્રશ્નો.

૧. સિધ્ધાંત ૧૪ નો પ્રતીપ સિધ્ધાંત કહો. તે સત્ય છે?

૨. એક વર્તુળમાં બે જ્યા બરાબર છે તો તેઓની સામેના મધ્ય બિંદુ આગળના ખૂણા પણ બરાબર છે.

૩. अबक વર્તુળમાં પરિધ ઉપર अ, ब, क, ड ચાર બિંદુઓ છે અને ∠अमब = ∠कमड તો अक = बड. (म મધ્યબિંદુ છે.)

૪. अबक વર્તુળમાં अब જ્યા છે અને ड, अब નું મધ્યબિંદુ છે, તો જો म, વર્તુળનું મધ્યબિંદુ હોય તો मड, अब ને ⊥ છે.

૫. એકજ પાયા ઉપર પણ વિરૂધ્ધ બાજુ પર બે સમદ્વિબાજુ △ઓ છે, તેા તેનાં શિરેાબિંદુને સાંધનારી લીટી પાયાની સામેના ખૂણાઓને દુભાગે છે.

૬. डअ પાયા ઉપર એકજ બાજુએ इडअ અને फडअ △ઓ સમદ્વિબાજુ છે તેા इफ, डअને કાટખૂણે દુભાગે છે.

૭. પ્રશ્ન ૬ માં ત્રિકેાણેા વિરૂદ્ધ બાજુએ હેાય તેા પણ પ્રશ્ન સત્ય છે.

૮. બે વર્તુળેા अ, कમાં છેદે છે તેા તેનાં મધ્ય બિંદુને સાંધનારી લીટી अकને કાટખુણે દુભાગે છે.

૯. अबकड ચતુષ્કેાણમાં अब = अड અને बक = कड તેા अक, ∠अ અને ∠कને દુભાગે છે અને अक ⊥ बड.

૧૦. अबकड ચતુષ્કેાણમાં अड = बक અને अक = बड તેા ∠अडक = ∠बकड; અને જો अक, बड, म માં છેદે તેા मकड △ સમદ્વિબાજુ છે.

૧૧. ચતુષ્કેાણમાં સામસામેની બાજુએા બરાબર હેાય તેા સામસામેના ખુણાએા પણ બરાબર છે.

૧૨. રેામ્બસમાં કર્ણો ખુણાઓને દુભાગે છે.

૧૩. રેામ્બસમાં કર્ણો અરસપરસ કાટખુણે દુભાગાય છે.

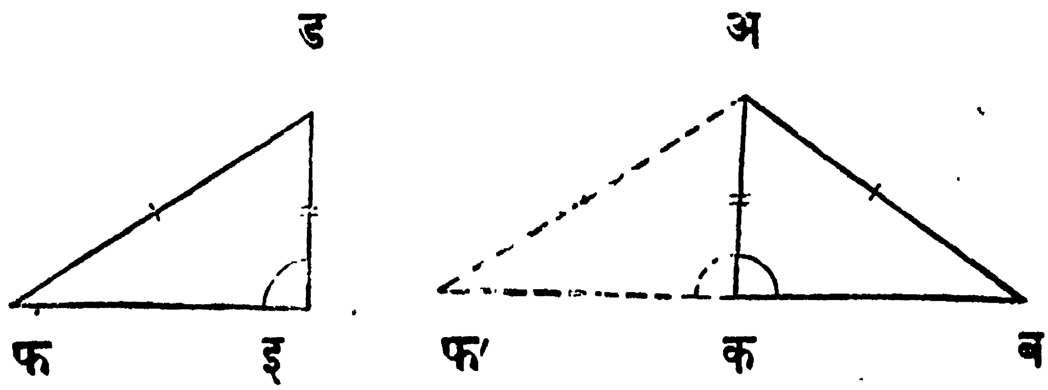
૧૪.* બે સમકેંદ્ર વર્તુળેાને એક લીટી अ, ब, અને क, डમાં છેદે છે તેા अक = बड અને તેઓની સામેના મધ્ય બિંદુ આગળ ∠ઓ સરખા છે.

૧૫. ત્રિકેાણની બાજુને દુભાગનારા લંબ એક બિંદુગામી છે.

૧૬. ત્રિકેાણનાં શિરેાબિંદુમાંથી સામેની બાજુ ઉપર દેારેલા લંબ એક બિંદુગામી છે.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૧૫.

જો બે કાટખુણા ત્રિકોણાની કર્ણ સરખી હોય અને એકની એક બાજુ બીજાની એક બાજુની બરાબર હોય તો ત્રિકોણો બધી રીતે સરખા છે.



अबक અને डफइ બે △ઓમાં ∠क અને ∠इ કાટખૂણા છે અને अब કર્ણ = डफ કર્ણ અને अक બાજુ = डइ બાજુ, તો

△अबक ≡ △डफइ થશે.

સિધ્ધતા—△डइफ ને △ अबक ની સાથે એવી રીતે મૂકો કે ड, अ ઉપર પડે અને डइ, अक ઉપર પડે અને

∵ डइ = अक, ∴ इ, क ઉપર પડશે.

અને फ, ब તરફ ન પડતાં ब ની વિરૂદ્ધ બાજુએ फ' ઉપર પડે;

ત્યારે △अकफ', △डइफ ની નવી સ્થિતિ થઇ.

હવે ∵ ∠अकब = ૯૦° અને ∠अकफ' = ૯૦° (?)

∴ ∠अकब + ∠अकफ' = ૨ કાટખુણા

∴ बकफ' એક સીધી લીટી છે. (પ્ર૦ સિ૦ ૨)

અને ∴ △ अ फ' મા अब = अफ' ∴ ∠फ' = ∠ब (પ્ર૦ સિ૦ ૧૨)

હવે ∵ अबक અને अफ'क △ ઓમાં

∠ब = ∠फ' અને ∠अकब = ∠अकफ' અને अब = अफ'

∴ △ अबक ≡ △ अफ'क (પ્ર૦ સિ૦ ૧૧)

∴ △ अबक ≡ △ डफइ. પ્ર૦ સિ૦

પ્રશ્નો.

૧. સિદ્ધાંત ૧૫ સિ૰ ૧૧ની મદદ વિના સ્થાનોપરિ સ્થિતિથી સિદ્ધ કરો.

૨. अबक △માં अक, अब ઉપર बम, कर લંબ છે; જો बम = कर તો अब = अक.

૩. △अबकમાં ∠ब અને ∠कને દુભાગનારી લીટીઓ ड માં મળે તો डअ, ∠अને દુભાગે છે.

૪. △अबकમાં अब = अक અને अड, बक ને કાટખુણે મળે છે તો △ अबड ≡ △अकड.

૫. કોઇ પણ ખુણાની શાખાલીટીઓ પર દોરેલી લંબ સરખી હોય તો તે લંબનું છેદન બિંદુ તે ખુણાને દુભાગનારી લીટી ઉપર છે.

૬. કોઇ પણ વર્તુળમાં મધ્ય બિંદુમાંથી જ્યા ઉપર દોરેલી લંબ જ્યાના બે સરખા ભાગ કરે છે.

૭. પ્રશ્ન ૬ ની મદદથી બતાવો કે જ્યા જો સરખી હોય તો મધ્ય બિંદુમાંથી તેઓ પર દોરેલી લંબ પણ સરખી છે.

૮. કોઇ પણ ત્રિકોણમાં પાયાના મધ્ય બિંદુમાંથી સામેની બાજુ પર દોરેલી લંબ બરાબર હોય તો ત્રિકોણ સમદ્વિબાજુ છે.

૯. કોઇ પણ ત્રિકોણમાં ખૂણામાંથી સામેની બાજુ ઉપર દોરેલી લંબ બરાબર હોય તો ત્રિકોણ સમદ્વિબાજુ છે.

૧૦. अबक અને डइफ △ઓમાં बक અને इफ ઉપર अप અને डम લંબ છે. જો अप = डम, अब = डइ અને अक = डफ તો △ अबक ≡ △ डइफ છે.

૧૧. પ્રશ્ન ૧૦ માં अप = डम; अब = डइ અને बक = इफ તો △ अबक ≡ △ डइफ છે.

૧૨. એક વર્તુળમાં પરિઘ પરનાં प અને क બિંદુમાંથી अब વ્યાસ ઉપર पम, कड બે સરખા લંબ દોર્યા છે તો अपब △ ≡ बकअ△ છે.

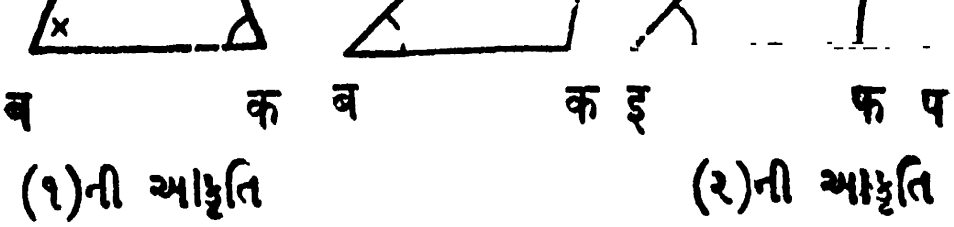
ત્રિકોણોની સમાનતા ઉપર નોટ.

બે ત્રિકોણોમાં નીચે પ્રમાણે પક્ષ હોય તો તે ત્રિકોણો બધી રીતે સરખા છે:—

૧. બે બાજુ અને અંતર્ખુણો સરખાં —પ્ર૦ સિ૦ ૧૦
૨. બે ખૂણા અને મળતી આવતી બાજુ સરખાં—પ્ર૦ સિ૦ ૧૧
૩. ત્રણે બાજુ સરખી —પ્ર૦ સિ૦ ૧૪
૪. કાટખુણ △ ઓમાં કર્ણ અને એક બાજુ સરખાં—પ્ર૦ સિ૦ ૧૫

ઉપર પ્રમાણેનો પક્ષ બન્ને ત્રિકોણોમાં અનુક્રમે સરખો હોય તો તે ત્રિકોણો બધી રીતે સરખા હોય છે. દરેક ત્રિકોણમાં ત્રણ બાજુ અને ત્રણ ખૂણા મળી છ તત્ત્વ યા અંગ હોય છે. આમાંથી ગમે તે સરખાં આપ્યાં હોય તો ત્રિકોણો સરખા છે એમ નથી કારણ કે,

(૧)નીચે બતાવેલી આકૃતિમાં બન્ને ત્રિકોણમાં ખૂણાઓ અનુક્રમે સરખા છે પણ કાંઇ ત્રિકોણો બધી રીતે સરખા નથી.



(૧)ની આકૃતિ (૨)ની આકૃતિ

(૨)તેમજ વળી ઉપરની આકૃતિમાં બે બાજુઓ અને તેમાંની એકની સામેનો ખુણો અનુક્રમે બરાબર છે પણ હંમેશાં બન્ને ત્રિકોણો સરખા નથી. કારણ કે △अबक ≡ △डइफ પણ △अबक, △डइप સરખા નથી, જો કે બન્નેમાં ઉપરનો પક્ષ છે. આ ઉપરથી માલમ પડે છે કે આગલા પ્રશ્ન ઉપરથી બે ત્રિકોણો કોઇ વખતે સરખા હોઇ શકે છે.

કારણ કે अक ને મળતી આવતી બાજુ इफ ને બે બિંદુમાં મળી શકે છે અને તેમાંની એકજ સ્થિતિમાં (જ્યારે डफ માં હોય છે ત્યારે) બન્ને ત્રિકોણો બરાબર છે. વળી જ્યારે △ ઓ બધી રીતે સરખા નથી ત્યારે ∠अकब અને ∠डपइ ન્યૂનતા પૂરક છે. ∵ ∠अकब = ∠डफइ = ૧૮૦°− ∠डफप = ૧૮૦° − ∠डपइ.

આ પ્રમાણે જ્યારે બે બાજુ અને સામેના ખુણાનો પક્ષ આપ્યો હોય ત્યારે નક્કી કહી શકાય નહિ કે ત્રિકોણો સરખા છે કે નહિ; માટે આ સિદ્ધાંતને "ત્રિકોણોની સમાનતાનો અનિશ્ચિત સિદ્ધાંત" કહેવામાં આવે છે. જ્યારે આપેલા ખુણાઓ કાટખુણા હોય છે ત્યારે એ સિદ્ધાંત ૧૫માનું રૂપ છે અને સઘળી અનિશ્ચિતતા જતી રહે છે.

પ્રશ્નો.

૧. નીચેના પક્ષ ઉપરથી કયા કયા ત્રિકોણો સરખા છે તે કહો:—

△ अबक અને △ अ′ब′क′, માં

(અ) ∠अ = ∠अ′ = ૭૧°; અ = અ′ = ૩·૪″. બ = બ′ = ૨·૧″;

(બ) ∠ब = ∠ब′ = ૫૫°; બ = બ′ = ૩·૫ સેં; ક = ક′ = ૫·૯ સેં.

(ક) ∠अ = ∠अ′ = ૪૨°; ∠ब = ∠ब′ = ૧૧૨°; ∠क=∠क′=૨૬°.

(ડ) અ = અ′ = ૪·૦″; બ=બ′ = ૪·૫″; ક = ક′ = ૫·૪.

(ઇ) ∠क = ∠क′ = ૯૦°; ક = ક′ = ૪·૯″; અ = અ′ = ૩·૭″.

(ફ) ∠क = ∠क′ = ૭૫°; બ = બ′ = ૨·૪ સેં; અ = અ′ = ૪·૨ સેં.

(ક્ષ) ∠अ = ∠अ′ = ૯૦°; અ = અ′ = ૫·૨ સેં; બ = બ′ = ૩·૭સેં.

(પ) ∠ब = ∠ब′ = ૬૧°; ક = ક′ = ૩·૯″; બ = બ′ = ૨·૭″

(ય) અ = અ′ = ૫·૫″; બ = બ′ = ૬·૭″; ∠क = ∠क′ = ૧૧૨°.

૨. પ્રશ્ન ૧માં જ્યાં ત્રિકોણો સરખા ન હોય ત્યાં કારણ બતાવો.

૩. કોઇ પણ ત્રિકોણના માંહેના ખુણાનો શો ગુણ છે ?

૪. કોઇ પણ ત્રિકોણના બહારના ખુણાનો શો ગુણ છે ?

૫. પ્રશ્ન ૪, પ્ર. સિ. ૯માં આવી શકે કે નહિ તે બતાવો.

૬. લીટી અને બાજુના પક્ષ ઉપરથી ખુણાનું સાધ્ય કયા કયા સિદ્ધાંતમાં છે તે કહો. તે સિદ્ધાંતની પ્રતિજ્ઞા કહો.

૭. કયી કયી વખતે બે ત્રિકોણો સરખા થવાજ જોઇએ ?

૮. કયી કયી વખતે બે ત્રિકોણો સરખા થાય યા ન થાય ?

૯. બાજુ પ્રમાણે ત્રિકોણના વિભાગ પાડો.

૧૦. ખુણા પ્રમાણે ત્રિકોણના વિભાગ પાડો.

૧૧. સિદ્ધાંત ૧૫ મામાં લંબના એકજ(अ) બિંદુમાંથી જે આડી સીધી લીટી લંબ સાથે સરખા ખુણા કરે છે તે સરખી છે.

૧૨. સિદ્ધાંત ૧૫ મામાં લંબના કોઇ પણ એકજ બિંદુમાંથી જે લીટી લંબ સાથે સરખા ખુણા કરે છે તે સરખી છે.

૧૩. કોઇ બે ત્રિકોણોમાં એકની બે બાજુ બીજાની બે બાજુની બરાબર હોય અને સરખી બાજુના એક જોડકાની સામેના ખુણાઓ સરખા હોય તો સરખી બાજુના બીજા જોડકાની સામેના ખુણા સરખા છે યા ન્યુનતાપૂરક છે.

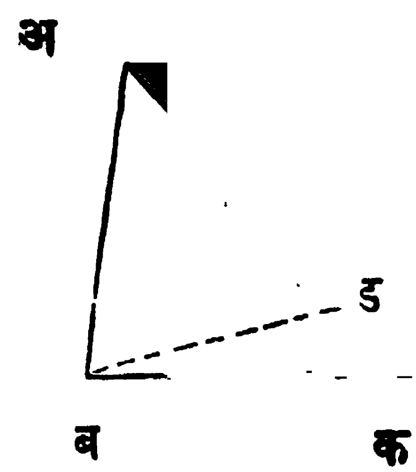
૧૪. ઉપલા પ્રશ્નમાં આપેલા સરખા ખૂણાની સામેની બાજુ સિવાયની સરખી બાજુની સામેના ખૂણાઓ બન્ને સાંકડા, પહોળા અથવા કાટખૂણા હોય તો △ઓનો શો સંબંધ છે ? આપેલા સરખા ખૂણાઓ કાટખૂણા કે પહોળા ખૂણા હોય તો △ઓનો શો સંબંધ છે ?

નોટ. ખંડ ત્રીજામાં ત્રિકોણો બનાવવાની જે જે રચનાઓ આપી છે તેને ત્રિકોણની સર્વ સમાનતા વિષેના પ્રમેય સિદ્ધાંતોના પક્ષ ભાગ સાથે સરખાવો.

§ ૧૭. ત્રિકોણમાં બાજુ અને ખુણાનો સંબંધ.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૧૬.

જો કોઇ પણ ત્રિકોણમાં એક બાજુ બીજી કરતાં મોટી હોય તો મોટી બાજુની સામેનો ખુણો નાની બાજુની સામેના ખુણા કરતાં મોટો છે.



△ अबक માં अक > अब છે, તો ∠ अबक > ∠ अकब થશે.

રચના—अक માંથી अब = अड કાપી बड સાંધો.

(સિદ્ધતા—∵ बकड △ની कड બાજુ अ સુધી લંબાવી છે;

∴ ∠ अडब > ∠ बकड (પ્ર૦ સિ૦ ૮ ૭૦)

પણ ∵ △ अबड માં अड = अब (રચના)

∴ ∠ अबड = ∠ अडब (પ્ર૦ સિ૦ ૧૨)

પણ ∠ अडब > ∠ बकड;

∴ ∠ अबड > ∠ अकब (∠ बकड)

∴ ∠ अबक ∠ अकबथी ઘણો મોટો છે. પ્ર૦ સિ૦

પ્રશ્નો.

૧. કોઇ પણ △ માં સૈથી મોટો અને સૈાથી નાનો ખૂણો કયો ?

૨. કોઇ પણ △માં સૈાથી મોટી બાજુ પરના ખૂણા સાંકડા ખૂણા છે.

૩. अबकड ચતુષ્કોણમાં अब સૌથી નાની અને कड સૌથી મોટી છે તો ∠अ > ∠क અને ∠ड < ∠ब.

૪. △ अबक માં अब > अक અને अड = अक અને अइ, ∠ अ ને દુભાગી बक ને इ માં મળે છે તો બતાવો કે ∠ब < ∠क.

૫. કોઇ પણ △માં એક બાજુ બીજી કરતાં મોટી હોય અને શિરોબિંદુમાંથી પાયા સુધી કોઇ પણ લીટી △માં દોરીએ તો તે < મોટી બાજુ.

૬. પ્રશ્ન ૫ મામાં બન્ને બાજુ સરખી છે તો પણ સાધ્ય સત્ય છે.

૭. △ अबक માં अब > अक અને अक ને વધારી अड = अब તો ∠ अकब > ∠ अबक.

૮.* કોઇ પણ △માં બે ખૂણા બરાબર છે તો ત્રિકોણ સમદ્વિબાજુ છે એમ પ્રમેય સિદ્ધાંત ૧૬ થી સાબિત કરો.

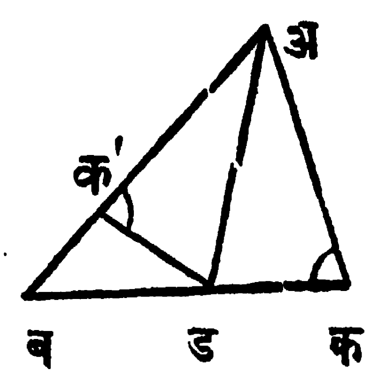
૯* પ્ર૦સિ૦ ૧૬ ની આકૃતિમાં ∠ अ ને દુભાગનારી લીટી ⊥ बड; તો ∠डबक = ½ ∠ (ब–क) અને ∠अबड = ½ ∠ (ब+क)

૧૦.* ચતુષ્કોણમાં अब, बक, कड, डअ ઉતરતા ક્રમમાં હોય તો ∠ड > ∠ब.

૧૧. अबक △ માં अब > अक લો.

*△ ને अड ઉપર બેવડ વાળી બતાવો કે

∠ क > ∠ ब છે.

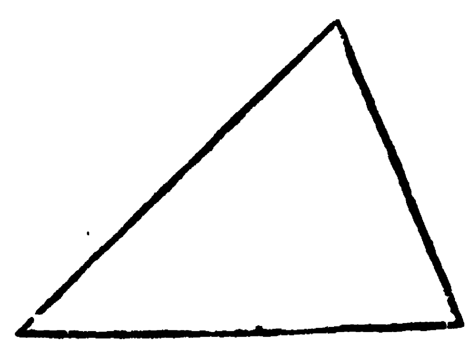


૧૨. अबकड સ૦ ચ૦ માં अब > अड છે તો ∠ अडब > ∠ बडक છે.

૧૩. ત્રિકોણમાં એક બાજુ બીજી કરતાં મોટી હોય તો ત્રિકોણના શિરોબિંદુને પાયાના મધ્યબિંદુને સાંધનારી લીટી ત્રિકોણની મોટી બાજુ અને શિરોબિંદુ ખૂણાને દુભાગનારી લીટીની વચ્ચે આવવી જોઇએ.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૧૭.

જો કોઇ પણ ત્રિકોણમાં એક ખુણો બીજા ખુણા કરતાં મોટો હોય તો મોટા ખુણાની સામેની બાજુ નાના ખુણાની સામેની બાજુ કરતાં મોટી છે.



अबक ત્રિકોણમાં ∠ अबक > अकब છે તો कअ > अब થશે.

સિદ્ધતા—(૧) अक > अब, અથવા (૨) अक = अब, અથવા
(૩) अक < अब હોવી જોઇએ.

જો अक < अब હોય તો ∠ ब < ∠ क છે. (પ્ર૦ સિ૦ ૧૬)
પણ પક્ષ પ્રમાણે તે અશક્ય છે તેથી (૩) અસત્ય છે.

તેમજ જો अक = अब, તો ∠ ब = ∠ क છે. (પ્ર૦ સિ૦ ૧૨)
પણ તે અશક્ય છે માટે (૨) પણ અસત્ય છે.

∴ (૧) લુંજ ખરૂં હોવું જોઇએ.

∴ अक, अबथी મોટી છે. પ્ર૦ સિ૦

નોટ—ઉપલા સિદ્ધાંતમાં જે જાતની સિદ્ધતા વાપરી છે તેને અવચ્છેદક કે ક્રમ વિરૂદ્ધ સિદ્ધતા કહે છે. એ સિદ્ધતામાં સિદ્ધાંતના સાધ્યને એક રીત સિવાય બીજી બધી રીતે ખોટો ઠેરવી તે એકજ રીત સત્ય ઠેરવવામાં આવે છે.

પ્રશ્નો.

૧. કાટખૂણુ ત્રિકોણુમાં કર્ણ મોટામાં મોટી બાજુ છે.

૨. अबकड ચતુષ્કોણુમાં कड સૌથી મોટી અને अब સૌથી નાની છે તો ∠अ > ∠क અને ∠ब > ∠ड.

૩. પહોળખૂણુ △માં પહોળા ખૂણાની સામેની બાજુ સૌથી મોટી છે.

૪. કોઇ પણ △માં સૌથી મોટા ∠ની સામેની બાજુ > બીજી કરતાં.

૫ એકજ બિંદુમાંથી લંબ અને બીજી એક સીધી લીટી એક બીજી સીધી લીટી સુધી દોરીએ તો લંબ નાની છે.

૬. △ अबक સમદ્વિબાજુ છે અને अब = अक અને ड, बक પર લંબાવીને યા લંબાવ્યા વગર લઇએ તે પ્રમાણે अड >< अब (अक).

૭. △अबकમાં ∠ब અને ∠कને દુભાગનારી લીટીઓ मમાં મળે છે. જો अब >< अक તો તે પ્રમાણે मब >< मक છે.

૮. अबक △માં ∠अને દુભાગનારી લીટી बकને डમાં મળે છે તો अब > बड અને अक > कड છે.

૯. अबक △માં अड, बकને લંબ છે તો अब > बड અને अक > कड.

૧૦. अबक △માં अब, अकને લંબાવી થતા બહારના ખુણાને દુભાગનારી લીટી डમાં મળે તોજો अब > अक, તો डक > डब છે.

૧૧.* अबक સમબાજુ △માં કોઇ પણ લીટી બે સરખી બાજુને इ અને फમાં છેદી बक પાયાને क તરફ લંબાવતાં डમાં મળે છે તો તે જો अबને इમાં છેદે તો अइ < अफ છે

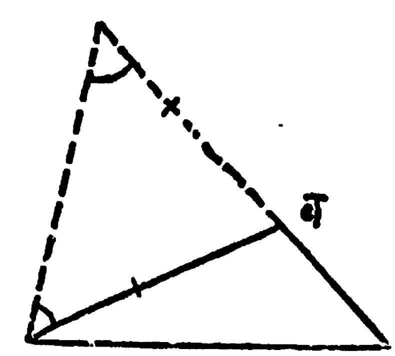
૧૨. अबक △માં बड, कइ સામેની બાજુ પર દોરેલી લંબ मમાં છેદે છે તો જ્યારે अब > अक ત્યારે मब > मक છે.

૧૩. अबक △માં अब = अक; मर એ બાજુઓને म, रમાં અને પાયાને क તરફ લંબાવતાં लમાં છેદે તો अर > अम છે.

૧૪. એક આપેલા બિંદુમાંથી આપેલી લીટી સુધી બેજ સરખી લીટી દોરી શકાય છે.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૧૮.

કોઇ પણ ત્રિકોણની બે બાજુ મળીને ત્રીજી કરતાં મોટી છે.



अबक ત્રિકોણમાં (૧) अब + बक > अक;
(૨) बक + कअ > अब;
(૩) अक + अब > बक થશે.

રચના—अब ને લંબાવી कब = बड કરો અને डक સાંધો. (સ્વી૦ કૃ૦)

સિદ્ધતા—△बडक માં

∵ बक = बड, ∴ ∠बडक = ∠बकड (પ્ર૦ સિ૦ ૧૨)
પણ ∠अकड < ∠बकड, ∴ ∠अकड > ∠अडक.
વળી △अडकમાં
∵ ∠अकड > अडक, ∴ अड > अक (પ્ર૦ સિ૦ ૧૭)
પણ अड = अब + बड = अब + बक (રચના)
∴ अब + बक > अक છે; એજ પ્રમાણે बक + कअ > अब;
અને अक + अब > बक છે. પ્ર૦ સિ૦

નોટ—આ સિદ્ધાંત કેવળ એક પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ છે. કારણ કે अ થી ब સુધી જઇને क સુધી આવવું એ પ્રત્યક્ષ રીતે अ થી क સુધી આવવાના કરતાં વધારે છે.

પ્રશ્નો.

૧. ∠अबक ને દુભાગી પ્ર૦ સિ૦ ૧૭ની મદદ લઇ પ્ર૦ સિ૦ ૧૮ સિદ્ધ કરો.

૨. કોઇ પણ ત્રિકોણમાં બે બાજુનો તફાવત ત્રીજી કરતાં નાનો છે. (પ્રમેય સિદ્ધાંત ૧૮ યા ૧૯ ની મદદ લો)

૩. કોઇ પણ પાયા ઉપર બે ત્રિકોણો એકજ બાજુએ એક, બીજાની અંદર હોય તો અંદરના △ની બાજુ બન્ને મળી બહારના △ની બાજુ કરતાં નાની છે.

૪. કોઇ પણ ત્રિકોણમાંના એક બિંદુને શિરોબિંદુઓ સાથે સાંધીએ તો આ લીટીઓનો સરવાળો △ની બાજુની અર્ધી પરિમિતિથી વધારે છે.

૫. ૪·૩ સેં. મી., ૩·૫ સેં. મી.ને ·૭ સેં. મી. ની બાજુવાળો△ કરો.

૬. કોઇ પણ ચતુષ્કોણમાં બાજુનો સરવાળો કર્ણના સરવાળા કરતાં મોટો છે.

૭. પ્રશ્ન ૪ માં જોડેલી લીટીઓનો સરવાળો પરિમિતિથી ઓછો છે.

૮. કોઇ પણ ચતુષ્કોણમાં ત્રણ બાજુનો સરવાળો ચોથી કરતાં મોટો છે.

૯. △ अबकમાં ड બિંદુ એવું છે કે अड = अब અને ∠बअड ને દુભાગનારી લીટી कब ને म માં મળે છે તો बम = डम અને कब લીટી कड કરતાં મોટી છે.

૧૦. △ अबक ની अक બાજુમાં ड બિંદુ છે તો अब + अक, > डब + कड.

૧૧. કોઇ પણ વર્તુળમાં જ્યા વ્યાસ કરતાં નાની છે.

૧૨.* કોઇ પણ △ માં બે બાજુઓ ત્રીજી બાજુને મળતી મધ્યગાની બમણાઇથી મોટી છે.

૧૩.* કોઇ પણ △માં બાજુનો સરવાળો મધ્યગાના સરવાળા કરતાં મોટો છે.

૧૪.* अबक △માં बकમાં ड હોય તો अड △ ની અર્ધી પરિમિતિથી નાની છે.

૧૫.* अबकड ચતુષ્કોણમાં प કોઇ પણ બિંદુ હોય તો સામસામેની બાજુનું એક જોડકું અથવા કર્ણોનો સરવાળો पअ + पब + पक + पड કરતાં નાનો છે.

૧૬. કોઈ પણ સીધી લીટી આકૃતિમાં એક બાજુ કરતાં બીજી બાજુઓનો સરવાળો મોટો છે.

૧૭. ત્રિકોણની અંદરના કોઇ પણ બિંદુનાં શિરોબિંદુ સુધીનાં અંતરનો સરવાળો ત્રિકોણની બાજુનાં અર્ધાથી મોટો છે.

૧૮. પ્રશ્ન ૧૭ કોઇ પણ સીધી લીટી આકૃતિને પણ લાગુ પાડો.

૧૯. △ની મધ્યગા અને જે બાજુને તે દુભાગે (પાયાને) તેનું અર્ધું મળી △ની બે બાજુના અર્ધા સરવાળાથી મોટી છે.

૨૦. △ માં બાજુઓનો સરવાળો મધ્યગાના બમણા સરવાળા કરતાં ઓછો છે.

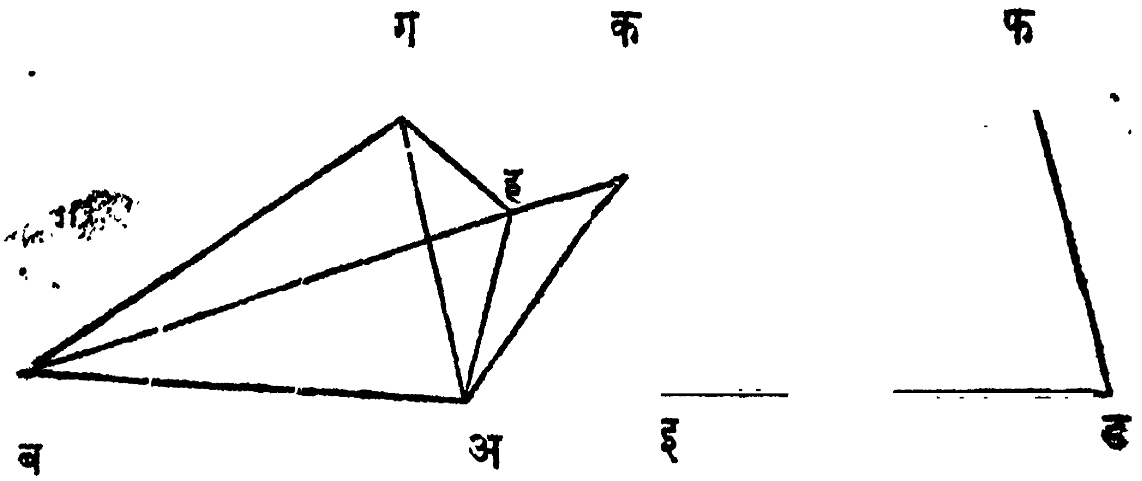
૨૧. ચતુષ્કોણમાં અર્ધી પરિમિતિ કરતાં કર્ણોનો સરવાળો મોટો છે.

---

§ ૧૮. અસમાન ત્રિકોણો; અને સીધી લીટી ઉપર પડતા લંબનું મહત્ત્વ.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૧૯.

જો એક ત્રિકોણની બે બાજુઓ બીજા ત્રિકોણની બે બાજુની અનુક્રમે બરાબર હોય અને તેઓના અંતર્ખુણા બરાબર ન હોય તો મોટા અંતર્ખુણાવાળા ત્રિકોણનો પાયો નાના અંતર્ખુણાવાળા ત્રિકોણના પાયા કરતાં મોટો છે.



अबक, डइफ $\triangle$ ઓમાં अब = डइ, अक = डफ,

અને $\angle$अ > $\angle$ड તો बक > इफ થશે.

સિદ્ધતા—डइफ $\triangle$ ને अबग $\triangle$ ની સ્થિતિમાં મૂકી ग, कને अबની એકજ બાજુ પર આવવા દો.

$\because$ $\angle$बअक > $\angle$बअग, $\therefore$ अग, $\angle$बअक ની અંદર પડે છે.

$\angle$कअग ને अहથી દુભાગો. हग સાંધો.

હવે $\because$ अकह, अगह $\triangle$ઓમાં, अक = अग, (પ્રતિજ્ઞા)

अह સામાન્ય છે, અને $\angle$कअह = $\angle$गअह (રચના)

$\therefore$ अकह, अगह $\triangle$ઓ સર્વ સમાન છે. (પ્ર૦ સિ૦ ૧૦)

$\therefore$ कह = हग.

$\therefore$ बह + हग = बह + हक = बक;

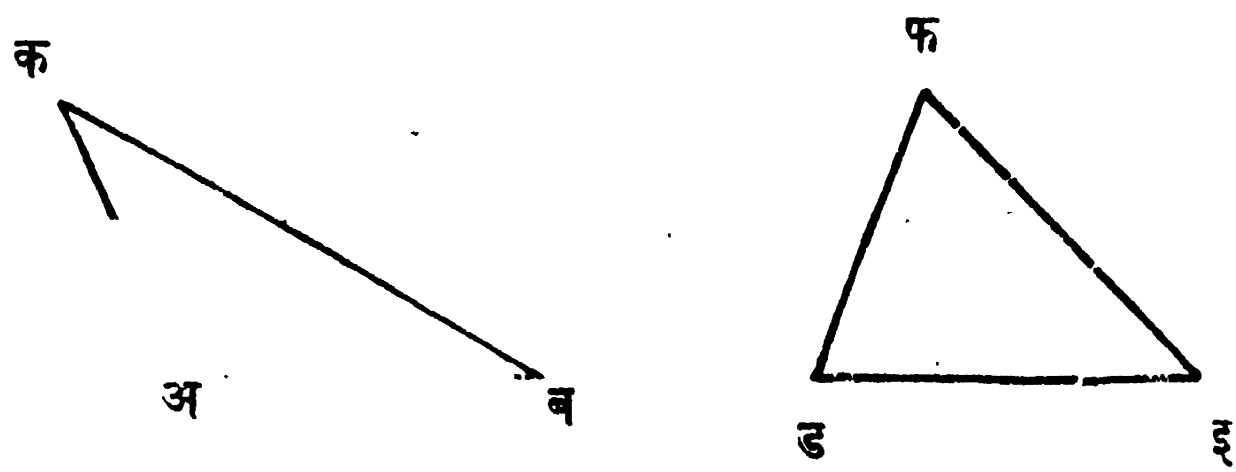
અને $\triangle$ बहगમાં, बह + हग > बग. (પ્ર૦ સિ૦ ૧૮)

અને $\because$ बह + हग = बक,

$\therefore$ बक > बग, $\therefore$ बक > इफ. પ્ર૦ સિ૦

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૨૦.

જો એક ત્રિકોણુની બે બાજુ બીજા ત્રિકોણુની બે બાજુની અનુક્રમે બરાબર હોય અને તેઓના પાયા અસમાન હોય તો મોટા પાયાવાળા ત્રિકોણુનો અંતર્ખુણો નાના પાયાવાળા ત્રિકોણુના અંતર્ખુણાથી મોટો છે.



अबक, डइफ △ ઓમાં

अब = डइ, अक = डफ અને बक > इफ, તો ∠अ > ∠ड થશે.

સિદ્ધતા—જો ∠अ, ∠डથી મોટો ન હોય ત્યારે

કાં તો ∠अ = ∠ड હોવો જોઇએ; પણ ત્યારે बक = इफ. (પ્ર૰સિ૰ ૧૦)

પણ આ અશક્ય છે. [પ્રતિજ્ઞા]

અથવા ∠अ < ∠ड; પણ ત્યારે बक < इफ. (પ્ર૰સિ૰ ૧૯)

પણ આ અશક્ય છે. [પ્રતિજ્ઞા]

∴ માગેલું સાધ્યજ સત્ય છે.

∴ ∠अ > ∠ड છે. પ્ર૰ સિ૰

પ્રશ્નો. (સિ૰ ૧૯ ને ૨૦ ઉપર.)

૧. अब, डइ જ્યાના બે સરખા વર્તુળના क,फ મધ્યબિંદુ છે. જો अब > डइ તો ∠अकब > ∠डफइ

૨. अबक $\triangle$માં अक > अब. જો अब, अकને લંબાવતાં તેમાં ड, इ બે એવાં હોય કે बड = कइ તો बइ > कड.

૩. એક વર્તુળનો अब વ્યાસ વર્તુળમાંના क બિંદુમાંથી જાય છે અને म મધ્યબિંદુ अकમાં છે તો कમાંથી પરિઘ સુધી દોરેલી લીટીઓમાં कअ સૌથી મોટી છે; અને

૪. कથી પરિઘ સુધી દોરેલી લીટીઓમાં कब સૌથી નાની છે; અને

૫. જ્યારે क प, क ड લીટીઓ क માંથી પરિઘ સુધી દોરી હોય અને ∠पमक > ∠डमक ત્યારે कप > कड; અને ઉલટું.

વર્તુળની બહાર क બિંદુ છે. अ ब વ્યાસ લંબાવતાં તે क માંથી જાય છે અને अकમાં म મધ્ય બિંદુ છે તો,

૬. क માંથી પરિઘ સુધી દોરેલી લીટીઓમાં कअ સૌથી મોટી છે. અને कब સૌથી નાની છે; અને

૭. જ્યારે कप, कडને कમાંથી પરિઘ સુધી દોરીએ અને ∠पमक > ∠डमक, ત્યારે कप > कड; અને ઉલટું.

૮. अबक $\triangle$માં अब ને पમાં દુભાગી છે અને अक > कब તો ∠अपक < ૧ ∟ અને જો कपમાં કોઇ ड બિંદુ હોય તો अड > बड.

૯. સમદ્વિબાજુ $\triangle$ની દરેક સરખી બાજુ પાયા કરતાં મોટી હોય તો સરખી બાજુઓનો અંતર્ખુણો સમબાજુ ત્રિકોણના ખુણા કરતાં નાનો છે.

૧૦. अबक $\triangle$માં म બિંદુ એવું હોય કે मअ = अबતો अक>अब.

૧૧. अबक $\triangle$માં બાજુઓનાં ड, इ, फ બિંદુઓ હોય તો डइफ $\triangle$ની પરિમિતિ < अबक $\triangle$ની પરિમિતિ છે.

૧૨.* ત્રિકોણની અ,બ,ક બાજુ ઉપર ત્રિકોણની માંહેના કોઇ પણ બિંદુમાંથી દોરેલા લંબનાં અંતર ૬, ૪, ૬, હોય તો અ+બ+ક >૬+૪+૬

૧૩.* કોઇ પણ ચતુષ્કોણની કર્ણો મળી ચતુષ્કોણની અર્ધી પરિમિતિથી મોટી છે; અને આખી પરિમિતિથી નાની છે.

૧૪.* ચતુષ્કોણનાં શિરોબિંદુથી કોઇ બિંદુ સુધીનાં અંતરોનો સરવાળો લઘુતમ હોય તો તે બિંદુ શોધો.

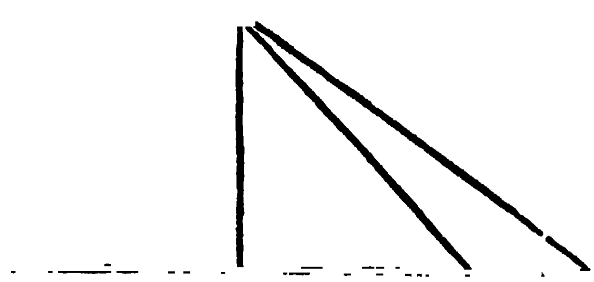
૧૫.* સૌથી મોટી બાજુથી મોટી હોય એવી કોઇ પણ લીટી ત્રિકોણમાં દોરી શકાય નહિ.

૧૬* अबकडइफ ષટ્કોણમાં કોઇ પણ ખુણો અતિદ્વિકાટખુણ નથી તો તેની પરિમિતિ अकइ △ની પરિમિતિથી મોટી છે.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૨૧.

એક આપેલી સીધી લીટી સુધી તેની બહાર આપેલા બિંદુમાંથી દોરેલી સીધી લીટીઓમાં જે તેના ઉપર લંબ છે તે ટુંકામાં ટુંકી છે.

म



अ क ड ब

अब એક આપેલી લીટી છે અને म એક આપેલું બિંદુ છે. मक, अब ઉપર લંબ છે અને मड એક બીજી કોઇ પણ લીટી છે તો मक < मड થશે.

સિદ્ધતા—∵ △ मकड માં ∠मकड = ૧ કાટખુણો.

∴ △ मकड મા ∠ मडक < એક કાટખૂણો છે, (પ્ર૦સિ૦ ૮ ઉ૦)

∴ ∠ मडक < ∠मकड

∴ मडक △માં मड > मक છે (પ્ર૦સિ૦ ૧૭)

એ પ્રમાણે બીજી કોઈ પણ લીટી म થી अब સુધી દોરીએ
તો તે मक થી મોટી છે.
એટલે मक ટુંકામાં ટુંકી છે. પ્ર૦ સિ૦

ઉપસિદ્ધાંત ૧–म થી अब ઉપર એકજ લંબ દોરી શકાય છે; અને એકજ ટુંકામાં ટુંકી લીટી દોરી શકાય છે; તેથી કોઈ પણ બિંદુમાંથી કોઇ પણ લીટી પર દોરેલી ટુંકામાં ટુંકી લીટી તેના ઉપર લંબ છે.

ઉપસિદ્ધાંત ૨–જો कड = अक તો मड = मअ છે.

∵ △ मडक ≡ △ मअक છે.

ઉપસિદ્ધાંત ૩–જો मब જેવી બીજી કોઇ પણ લીટી मड કરતાં मक થી વધારે અંતરે अब ને મળે તો मब > मड છે.

∵ ∠ मडक < એક ⌊

અને ∠ मडब > ∠ मबड. (પ્ર૦સિ૦ ૮ ઉર્દ્ધ સ૦)

નોટ—કોઇ પણ બિંદુથી એક સીધી લીટી ઉપર દોરેલી લંબ ટુંકામાં ટુંકી છે તેથી તે તેનું અંતર કહેવાય છે.

પ્રશ્નો.

૧. કોઇ પણ ત્રિકોણમાં શિરોબિંદુમાંથી પાયા ઉપર લંબ દોરી તેની બાજુ અને લંબ માપી ઉપરનો સિદ્ધાંત સિદ્ધ કરો.

૨. ઉપરના સિદ્ધાંતની મદદથી બતાવો કે કાટખૂણ △ માં કર્ણ ગમે તે બાજુથી મોટો છે.

૩. ઉપરના સિદ્ધાંતમાં લંબની બન્ને બાજુએ બેજ સરખી સીધી લીટી આપેલી લીટી સુધી દોરી શકાય છે.

૪. કોઇ પણ લીટીના મધ્ય બિંદુમાંથી દોરેલી લીટીથી આપેલી લીટીના છેડાઓ સરખે અંતરે છે.

૫. કોઇ પણ ત્રિકોણમાં બે બાજુનાં મધ્ય બિંદુમાંથી તેની ઉપર દોરેલા લંબનું છેદનબિંદુ ત્રિકોણનાં શિરોબિંદુથી સમાન અંતરે છે.

૬. પ્રશ્ન ૫ ની મદદથી ત્રિકોણનાં શિરોબિંદુમાંથી જતા (પરિલગ્ન) વર્તુળનું મધ્ય બિંદુ શોધી કાઢી વર્તુળ દોરો.

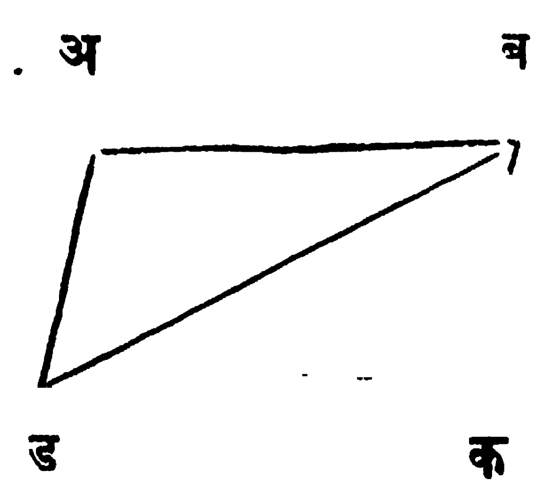
૭. કોઇ પણ સીધી લીટી વર્તુળને બે બિંદુથી વધારે બિંદુમાં છેદી શકતી નથી.

---

§ ૧૯ સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણ; અને આડી લીટી ઉપર સમાન્તર લીટીથી થતા અંતર્ભાગોનો સંબંધ.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૨૨.

સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણમાં સામસામેની બાજુઓ તથા ખુણાઓ સરખાં છે; અને દરેક કર્ણ સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણને દુભાગે છે.



अबकड એક સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણ છે અને बड એક તેની કર્ણ છે.

ત્યારે (૧) अब = कड; अड = बक;

(૨) ∠अबक = ∠अडक, અને ∠डअब = ∠डकब;

અને (૩) △अबड, △कडब બરાબર થશે.

સિદ્ધતા— ∵ अब ‖ डक, અને बड તેને મળે છે,

∴ ∠ अबड = ∠कडब; (પ૦ સિ૦ ૬)

અને ∵ अड ‖ बक, અને बड તેને મળે છે

∴ ∠अडब = ∠कबड (પ૦સિ૦ ૬)

વળી ∵ △अबड અને △कडब માં

∠अबड = = ∠कडब, ∠अडब = ∠कबड

અને बड સામાન્ય છે,

∴ △अबड ≡ △कबड (પ્ર૦સિ૦ ૧૧)

∴ अब = डक, અને अड = बक; અને ∠अ = ∠क.

વળી ∵ ∠अबड = ∠कडब અને ∠अडब = ∠कबड (સિદ્ધતા)

∴ ∠अडक = ∠अबक (પ૦ પ૦)

અને △अबड ≡ △ कडब,

∴ बड કર્ણ સ૦ ચ૦ દુભાગે છે. પ્ર૦ સિ૦

ઉપસિદ્ધાંત ૧.–સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણનો એક ખુણો કાટખુણો હોય તો બધા ખુણા કાટખુણા છે.

ઉપસિદ્ધાંત ૨–સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણની પાસે પાસેની બાજુ સરખી હોય તો બધી બાજુઓ સરખી છે.

ઉપસિદ્ધાંત ૩–સમચોરસની બધી બાજુઓ સરખી અને બધા ખુણાઓ સરખા છે.

ઉપસિદ્ધાંત ૪–સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણના કર્ણો અરસપરસ દુભાગે છે.

∵ જો ઉપલા સિદ્ધાંતની આકૃતિમાં अक, बड, મમાં છેદે તો

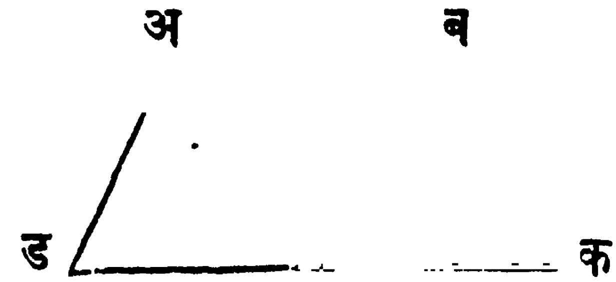
△कडम અને △ अबम માં अब = कड, અને

∠अबड = ∠बडक અને ∠बअक = ∠डकअ

∴ △कडम ≡ △ अबम ∴ मड = मब અને मअ = मक. (પ્ર. સિ.૧૧)

૭૫૦ ૫-સમાન્તર લીટીઓ હંમેશાં એકજ અંતરે છે.

વ્યાખ્યા—જે ટ્રાપિજ્યમની સમાન્તર બાજુ સિવાયની બીજી બન્ને બાજુઓ સરખી હોય તેને **સમદ્વિ બાજુ ટ્રાપિજ્યમ** કહે છે.



પાસેની આકૃતિમાં डअ = कब

∴ अबकड સદ્વિબાજુ ટ્રાપિજ્યમ છે.

પ્રશ્નો.

૧. △ अबक માં अब = अक અને डइ ‖ बक અને डइ, अब અને अक ને ड, इમાં છેદે તો डइकब સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિજ્યમ છે.

૨. अबकड સ૦ ચ૦ માં अब અને अड ને છેદતી બાજુની સમાન્તર લીટી દોરી છે તો કયા ખૂણા અને કયી બાજુઓ બરાબર છે?

૩. કોઇ પણ સ૦ સ૦ માં પાસે પાસેના ખૂણાને દુભાગનારી લીટી કાટખૂણે મળે છે.

૪. કોઇ પણ સ૦ ચ૦ માં સામસામેના ખૂણાને દુભાગનારી લીટીઓ સમાન્તર છે.

૫. अबकड એક સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિજ્યમમાં अड = बक તો ∠क = ∠ड છે. (નોટ—ब માંથી अड ‖ बइ દોરો.)

૬. પ્રશ્ન ૫ માં अब અને कड નાં प અને म મધ્ય બિંદુ હોય તો पम, अब ને ⊥ છે.

૭. સામસામેના ખુણા સરખા હોય એવો ચતુષ્કોણ સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણ છે.

૮. સામ સામેની બાજુનું એક જોડકું સમાન્તર અને સરખું હોય તો ચતુષ્કોણ સ૦ ચ૦ છે.

૯. સામસામેની બાજુઓ સરખી હોય તો ચતુષ્કોણ સ. ચ. છે.

૧૦. કર્ણો એક બીજાને દુભાગે તો ચતુષ્કોણ સ૦ ચ૦ છે.

૧૧. કોઇ પણ લીટી ઉપર સરખી ઉંચાઇની બે લંબ એકજ બાજુએ દોરી હોય તો તેના બીજા છેડાને સાંધનારી લીટી આપેલી લીટીને સમાન્તર છે.

૧૨. રોમ્બસના કર્ણો એક બીજાને કાટખૂણે દુભાગે છે.

૧૩. સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણના કર્ણો સરખા હોય તો સ૦ ચ૦ લંબચોરસ છે.

૧૪. સ૦ ચ૦ માં સામસામેની બાજુનાં મધ્યબિંદુને જોડનારી લીટી બીજી બાજુને સમાન્તર છે.

૧૫. अबकड સ૦ ચ૦ માં अब, कड ને प, म માં દુભાગી છે તો बपडम સ૦ ચ૦ છે.

૧૬. કર્ણો સરખા હોઈ એક બીજાને કાટખૂણે દુભાગે તો ચતુષ્કોણ ચોરસ છે.

૧૭. કોઇ પણ બે સમર્યાદ લીટીઓ એક બીજીને કાટખૂણે દુભાગે તો તે રોમ્બસ કે ચોરસના કર્ણો હોવા જોઇએ.

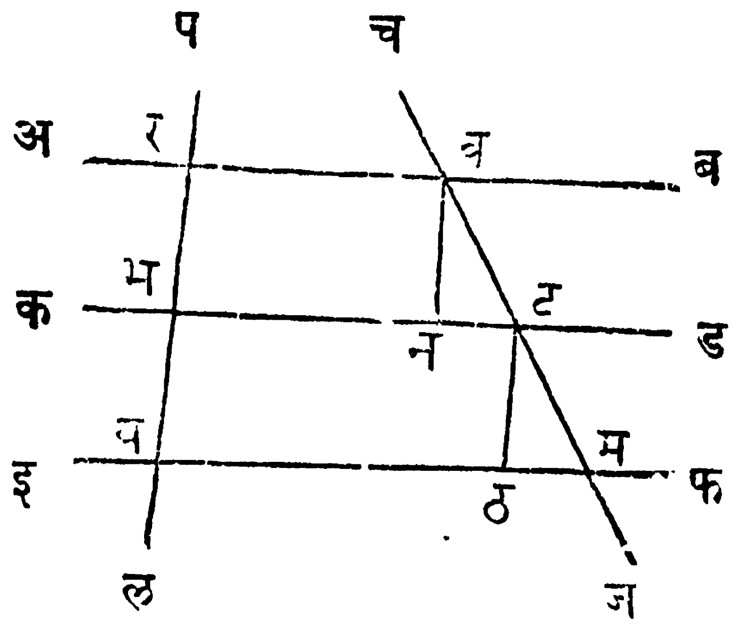
૧૮. સ૦ ચ૦ માં કર્ણોના છેદન બિંદુમાંથી સામસામેની બાજુ સુધી દોરેલી લીટી તે બિંદુમાં દુભાગાય છે.

૧૯. સ૦ ચ૦ માં કર્ણ તેની સામેના શિરોબિંદુથી સમાન અંતરે છે.

૨૦. अबक $\triangle$ ની बक બાજુમાં इ, ल બિંદુ લો. अब માં प અને अक માં र એવાં બિંદુ શોધો કે इल = અને ॥ पर હોય.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૨૩.

જો એક લીટીને ત્રણ અથવા વધારે સમાન્તર લીટીઓ છેદી અંતર્ભાગો સરખા કરતી હોય તો તેમને છેદતી બીજી કોઇ પણ લીટીના અંતર્ભાગો પણ સરખા છે.



पल લીટીને अब, कड, इफ સમાન્તર લીટીઓ છેદી रम, मय અંતર્ભાગો સરખા કરે છે અને તેનાથી છેદાતી चज બીજી કોઇ પણ લીટી છે તો वट = टम થશે.

રચના—व અને ट માંથી पल ની સમાન્તર वन અને टठ લીટીઓ દોરો.

સિદ્ધતા—∵ रव ∥ मन અને रम ∥ वन છે;
∴ रमनव સ૦ ચ૦ છે; ∴ रम = वन છે. (પ્ર૦ સિ૦ ૨૨)
અને ∵ मट ∥ यठ અને मय ∥ टठ છે,
∴ मटठय સ૦ ચ૦ છે; ∴ मय = टठ છે. (પ્ર૦ સિ૦ ૨૨)
પણ रम = मय; ∴ वन = टठ.
હવે ∵ △ वनट અને △ टठम માં
∠नवट = ∠ठटम અને ∠नटव = ∠ठमट (સિ૦ ૭ અને ૬)
અને वन = टठ (સિદ્ધતા)
∴ △वनट — △टठम; ∴ वट = टम **પ્ર૦ સિ૦**

ઉપસિદ્ધાંત—કોઈ પણ ત્રિકોણમાં પાયાની સમાન્તર દોરેલી લીટીઓ એક બાજુના સરખા ભાગ કરે તો બીજી બાજુના પણ તેઓ તેટલાજ સરખા ભાગ કરશે.

પ્રશ્નો.

૧. કોઇ પણ $\triangle$માં એક બાજુના મધ્ય બિંદુમાંથી પાયાને સમાન્તર દોરેલી લીટી બીજી બાજુને દુભાગે છે.

૨. કોઇ પણ $\triangle$માં બાજુઓનાં મધ્ય બિંદુને સાંધનારી લીટી પાયાને સમાન્તર છે.

૩. કોઇ પણ $\triangle$માં બાજુઓનાં મધ્ય બિંદુને સાંધનારી લીટી પાયાથી અર્ધી છે.

૪. કોઇ પણ $\triangle$માં બાજુઓનાં મધ્ય બિંદુઓને સાંધનારી લીટીથી ત્રિકોણના ચાર બધી રીતે સરખા ભાગ થાય છે.

૫. કોઇ પણ ચતુષ્કોણની બાજુઓનાં મધ્યબિંદુ અનુક્રમે સાંધવાથી થતો ચતુષ્કોણ સ૦ ચ૦ છે.

૬. કોઇ પણ ચતુષ્કોણની બાજુઓનાં સામસામેનાં મધ્યબિંદુને સાંધનારી લીટો એક બીજીને દુભાગે છે.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૨૪.

જો કોઇ પણ ચતુષ્કોણમાં

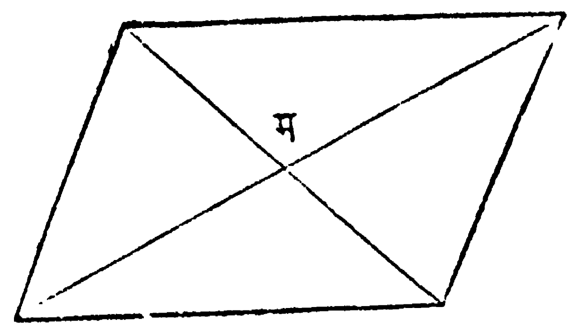
(૧) સામસામેની બાજુની એક સરખી અને સમાન્તર જોડ હોય; અથવા

(૨) સામસામેની બાજુની બન્ને જોડ સરખી હોય; અથવા

(૩) સામસામેના ખુણાની બન્ને જોડ સરખી હોય; અથવા

(૪) કર્ણો એક બીજાને દુભાગે;

તો ચતુષ્કોણ સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણ છે.



अबकड આપેલેા ચતુષ્કેાણુ છે.

(૧) જો अब ∥ અને = कड, તેા अबकड સ૦ ચ૦ થશે. अक સાંધેા.

∵ अब ∥ कड છે ∴ ∠बअक = ∠अकड (પ્ર૦ સિ૦ ૬)

હવે ∵ △अबक અને △अकड માં

अब = कड અને अक સામાન્ય છે અને ∠बअक=∠अकड.

∴ △अबक ≡ △अकड (પ્ર૦ સિ૦ ૧૦)

∴ ∠बकअ = ∠डअक ∴ अड ∥ बक (પ્ર૦ સિ૦ ૪)

∴ अबकड સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કેાણુ છે.

(૨) જો अब = डक અને अड = बक તેા अबकड સ૦ ચ૦ થશે.

હવે ∵ △अबक અને △अडक માં

अब = डक, अड = बक અને अक સામાન્ય છે.

∴ △अबक ≡ △अडक (પ્ર૦ સિ૦ ૧૪)

∴ ∠बअक = ∠अकड અને ∠बकअ = ∠कअड

∴ अब ∥ डक અને अड ∥ बक. (પ્ર૦ સિ૦ ૪)

∴ अबकड સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કેાણુ છે.

(૩) જો ∠बअड = ∠बकड અને ∠अबक = ∠अडक

તેા अबकड સ૦ ચ૦ થશે.

હવે ∵ ∠बअड = ∠बकड અને ∠अबक = ∠अडक છે.

∴ ∠बअड + ∠अबक = ∠बकड + ∠अडक

પણ अबकड ના ચાર ખુણા = ૪ કાટખુણા. (?)

∴ ∠बअड + ∠अबक = ૨ કાટખૂણા = ∠बकड + ∠अडक

∴ अड ∥ बक અને अब ∥ कड (પ્ર૦ સિ૦ ૫)

∴ अबकड સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ છે.

(૪) જો अक, बड: મમાં દુભાગે તો अबकड સ૦ ચ૦ થશે

હવે ∵ △अमब અને △डमकમાં

अम = मक અને बम = मड અને ∠अमब = સામેના ∠डमक(?)

∴ △अमब ≡ △डमक (?)

∴ ∠बअक = ∠अकड અને ∠बकम = ∠कअड

∴ अब ∥ कड અને अड ∥ बक (?)

∴ अबकड સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ છે. પ્ર૦ સિ૦

ઉપસિદ્ધાંત-કોઇ પણ સીધી લીટી ઉપર જો બે સરખા લંબ એકજ બાજુએ દોર્યા હોય તો આ લંબના બહારના છેડાઓને સાંધનારી સીધી લીટી આપેલી લીટીને સમાન્તર છે.

પ્રશ્નો.

૧. જો કોઇપણ સીધી લીટી પર ત્રણ અથવા વધારે સરખા લંબ એકજ બાજુએ દોર્યા હોય તો આ લંબના બહારના છેડામાંથી જતી સીધી લીટી આપેલી લીટીને સમાન્તર છે.

૨. કોઇ પણ સીધી લીટી ઉપર બે સરખા લંબ સામસામેની બાજુ ઉપર દોર્યા હોય તો આ લંબના બહારના છેડાને સાંધનારી લીટી આપેલી લીટીને દુભાગે છે.

૩. પ્રશ્ન ૨ માં જો अब ઉપર पम, यर બે લંબ દોરીએ તો मर, पयने દુભાગે છે અને मयरप એક સ૦ ચ૦ છે.

૪.* બે સીધી લીટીની વચ્ચે આપેલા अ બિંદુમાં એક એવી લીટી દોરો કે તે આપેલી લીટીઓ સુધી જઇ अ માં દુભાગાય.

૫. જો એક ચતુષ્કોણમાં સામસામેની બાજુની એક જોડ સરખી હોય અને બીજી જોડ સમાન્તર હોય તો ચતુષ્કોણ સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિજ્યમ છે યા સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણ છે.

૬. કોઇ પણ સ૦ બા૦ ચ૦ માં સામસામેની બાજુનાં મધ્ય બિંદુને જોડનારી સીધી લીટી બીજી બાજુને સમાન્તર છે.

૭. अबकड સ૦ ચ૦ માં म, य, અનુક્રમે अब, कड નાં મધ્ય બિંદુ છે, તો बमडय સ૦ ચ૦ છે.

૮. જો એક ચતુષ્કોણમાં કર્ણો સરખા હોઇ અરસપરસ દુભાગે તો ચતુષ્કોણ લંબચોરસ છે.

૯. *अबकड એક સ૦ ચ૦ છે. અને म અમુક બિંદુ એવું છે કે मअयब, मबरक, मकलड અને मडवअ સ૦ ચ૦ છે તો यरलव પણ સ૦ ચ૦ છે. તેને આપેલા સ૦ ચ૦ સાથે સરખાવો.

૧૦ * अबकड સ૦ ચ૦માં अकमां इ બિંદુ એવું છે કે इब = इड તો इ, अक ને દુભાગે છે અપવાદ હોય તો બતાવો.

૧૧.* अबकड ચતુષ્કોણમાં ∠अ= ∠ब, ∠क=∠ड તો अबकड સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિજ્યમ છે. अबकड સ૦ બા૦ ચ૦ ક્યારે થશે ?

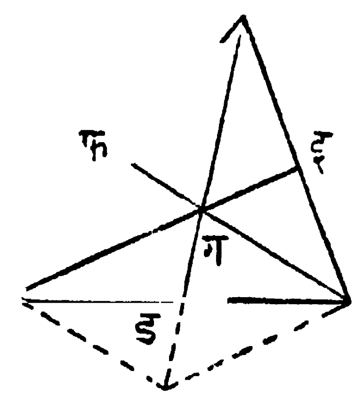
૧૨ * अबक એક આપેલો △ છે. અને डइ, फग બે લીટીઓ છેદતી છે; તો अबक △ની સર્વસમાન હોય એવો એક △ બનાવો કે જેની એક બાજુ डइ ઉપર હોય અને જેનું એક કોણ બિંદુ फगમાં હોય.

૧૩. * જે ચતુષ્કોણમાં બાકીનાં કોણ બિંદુથી એક કોણ બિંદુનાં અંતરો બધાંજ કોણ બિંદુને માટે એકજ હોય તો તે લંબચોરસ છે.

૧૪. * સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણમાં કર્ણોના છેદન બિંદુમાંથી દોરેલી લીટી સ૦ ચ૦ ના બે સરખા ભાગ કરે છે.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૨૫.

કોઈ પણ ત્રિકોણની મધ્યગાઓ એકજ બિંદુમાં મળે છે; અને દરેક મધ્યગા તે બિંદુમાં ત્રીજે ભાગે છેદાય છે.



△ अबक માં कइ, बफ મધ્યગાઓ ग માં છેદે છે. अग સાંધી बक સુધી લંબાવો. તો अगड ત્રીજી મધ્યગા થશે અને गમાં દરેક મધ્યગા ત્રીજે ભાગે છેદાશે.

अगडને म સુધી લંબાવી इग ‖ बम ને मમાં મળવા દો. कम સાંધો.

સિદ્ધતા-इग ‖ बम અને अइ = बइ ∴अग = गम (પ્ર૦ સિ૦ ૨૩)

વળી कम ‖ फ માંથી દોરેલી લીટી अम ને દુભાગે છે. અને આવી સમાન્તર લીટી એકજ દોરી શકાય છે.

∴ बगफ ‖ मक છે. ∴ गबमक સ૦ ચ૦ છે.

∴ गम, बक અરસપરસ દુભાગે છે. (પ્ર૦ સિ૦ ૨૨ ઉ૦)

∴ अगड, बक ને દુભાગનારી મધ્યગા છે.

વળી मग = ૨ गड અને मग = अग ∴ अग = ૨ गड;

∴ ग માં अड ત્રીજે ભાગે છેદાય છે.

અને એજ પ્રમાણે

ग માં कइ અને बफ દરેક ત્રીજે ભાગે છેદાય છે. પ્ર૦ સિ૦

નેાટ—ત્રિકેાણુની મધ્યગાના છેદન બિંદુને ત્રિકેાણુનું ગુરૂત્વબિંદુ કહે છે. ∵ એક સરખા કાગળમાંથી જો એક ત્રિકેાણુ કાપી આ બિંદુમાંથી એક દેારી બાંધી ત્રિકેાણુને ઉંચકયેા હેાય તેા તે ક્ષિતિજ સમાન્તર રહેશે.

પ્રશ્નેા.

૧. अबक △ માં बइ, कफ મધ્યગાઓ ग માં મળે છે. જો बग નું ल, અને कग નું म મધ્યબિંદુ હેાય તેા फइ, फल, लम, मइ સાંધી બતાવેા કે ग, बइ અને कफ દરેકને ત્રીજે ભાગે છેદે છે; અને તે ઉપરથી બતાવેા કે મધ્યગાઓ એક બિંદુગામી છે.

૨. કેાઇ પણ ટ્રાપિઝ્યમની વિષમ બાજુનાં મધ્ય બિંદુને સાંધનારી લીટી સમાન્તર બાજુને સમાન્તર છે.

૩. કેાઇ પણ △ માં બે મધ્યગાઓ બરાબર હેાય તેા △ સમદ્વિબાજુ છે.

૪. જો કેાઇ પણ △ માં ત્રણ મધ્યગા બરાબર હેાય તેા △ સમબાજુ છે.

૫. अबक કાટખૂણ △ નેા अब કર્ણ ड માં દુભાગાય છે તેા कड, अब થી અર્ધી છે.

૬. अबकड સ૦ ચ૦ માં अब નું મધ્યબિંદુ इ છે. कइ, इड સાંધેા અને જો ∠ कइड એક કાટખુણેા હેાય તેા अब = ૨ बक.

૭.* अबकड સ૦ ચ૦ માં इ, फ, अब, अड નાં મધ્યબિંદુ છે, તેા फइ ∥ बड છે, અને कइ, कफ, લીટીઓ बड ને ત્રિભાગે છે.

૮.* કેાઇ પણ ચતુષ્કેાણુની સામસામેની બાજુનાં મધ્યબિંદુને જોડનારી અને કર્ણોનાં મધ્યબિંદુને જોડનારી લીટી અરસપરસ દુભાગે છે.

૯.* રેામ્બસની બાજુનાં મધ્યબિંદુને જોડનારી લીટી એક લંબચેારસ બનાવે છે.

નવી ભૂમિતિ ભાગ ૧ લાનેા પ્રમેય ભાગ સમાપ્ત.

ખંડ ૩ જો. કૃત્ય ભાગ.

કૃત્યોના કોઇ પણ ભાગમાં ચોક્કસ માપ લેવાની જરૂર પડશે નહિ. પણ કરેલું કૃત્ય ખરૂં છે કે નહિ તે હંમેશાં ગમે તે કોઇ ડ્રૉઇંગનાં સાહિત્યની મદદથી તપાસી જોવું અને ખાત્રી કરવી. જે જે રચનાઓ કરવી તેમાં આંકેલી આંકણી તથા પ્રોટ્રેક્ટર વાપરવાં નહિ. કોઇ પણ આકૃતિ યા આકૃતિનો ભાગ બહુ બારીકિથી દોરવો કે જેથી સાહિત્યથી માપ લેતી વખતે કોઇ પણ જાતની ભૂલ પડે નહિ. જે જે કૃત્યો કર્યાં છે તે ફક્ત સિદ્ધાંત તરીકેજ શીખવાનાં નથી પણ બારીક માપ પર હંમેશાં વિશેષ લક્ષ આપવાનું છે. દરેક કૃત્ય સિદ્ધાંતમાં પણ સિદ્ધતા આપી છે અને એવી સિદ્ધતા વિદ્યાર્થીએ પ્રશ્નોમાં પણ આપવી કે જેથી કૃત્યનું કામ સંતોષકારક રીતે થઇ શકે અને ભૂમિતિ કાર્યની વિશેષ દૃઢ માહિતી થાય.

આંકણીનો ઉપયોગ નીચે પ્રમાણે કરવો:—

(૧) કોઇ પણ આપેલાં બે બિંદુને સાંધવાં, અને

(૨) કોઇ પણ સીધી લીટીને ગમે તે દિશામાં લંબાવવી.

કંપાસનો ઉપયોગ નીચે પ્રમાણે કરવો:—

(૧) એક આપેલું બિંદુ લઇ આપેલી સમર્યાદ લીટી બરાબર ત્રિજ્યા લઇ વર્તુળ દોરવો, અને

(૨) એક આપેલી સમર્યાદ લીટી બરાબર બીજી એક આપેલી લીટીમાંથી ભાગ કાપવો.

કંપાસના ઉપયોગમાં (૨), (૧)માં સમાએલો છે. કૃત્યોની સિધ્ધતાનો મુખ્ય હેતુ એ છે કે એવી સિધ્ધતાથી બનાવેલી રચનાઓ ખરી છે એમ નક્કી થાય; અને સિદ્ધ ભાગમાં કોઇ કોઇ જગ્યાએ રચના કરી તેની માફક મનમાં નિશ્ચયનો અભાવ રહે નહિ.

દરેક આકૃતિમાં સામાન્ય રીતે સિદ્ધતાને માટેજ વપરાએલી લીટી તુટેલી છે અને પક્ષ, સાધ્ય વગેરેને માટે સહેજ જાડી લીટી વાપરી છે.

રચના ભાગમાં જ્યાં જ્યાં વર્તુળ દોરવાનો છે ત્યાં ત્યાં વર્તુળનું **જોઇએ તેટલું કૌંસજ** કરવામાં આવ્યું છે કે જેથી વિદ્યાર્થીને ગુંચવણ પડે નહિ અને વખત બચે.

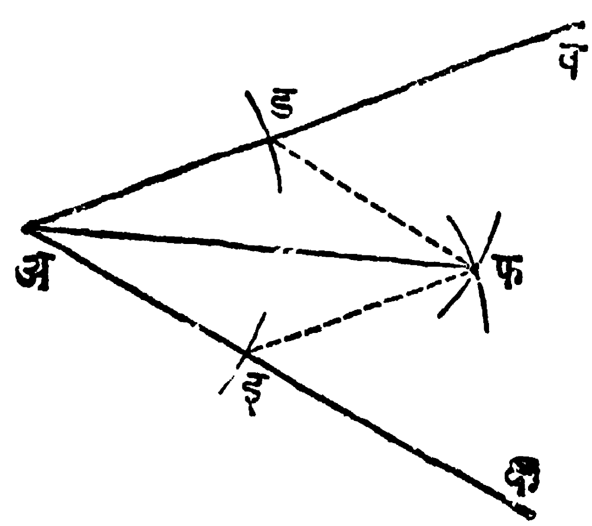
કૃત્ય ઉપર આપેલા પ્રશ્નોમાં પણ કૃત્યમાં કહ્યું છે તેમજ સિધ્ધતા કહેવી, રચના કરવી અને સાહિત્યોની મદદથી સાધ્ય પૂર્ણ છે કે નહિ તે તપાસી જોવું. કૃત્યો અને પ્રમેયો સાથે સાથે લેવાય તો સારૂં.

---

§ ૨૦. દ્વિભાગ રચના અને લંબ રચના.

કૃત્ય સિદ્ધાંત ૧.

એક આપેલા ખુણાને દુભાગવો.



बअक એક આપેલો ખૂણો છે. અને તેને દુભાગવાનો છે.

રચના—अ મધ્ય બિંદુ લઇ बअ, कअને ड, इ બિંદુમાં છેદે એવો એક વર્તુળ દોરો. (રવી. કૃ.)

ड,इ મધ્યબિંદુ લઇ જોઇએ તેટલી સરખી ત્રિજ્યા લઇ એક બીજાને फમાં છેદે તેમ બે વર્તુળો દોરો.

अफ, डफ, इफ સાંધો. ત્યારે अफ, ∠बअक ને દુભાગશે.

સિદ્ધતા–∵ △अडफ અને △अइफમાં
अड = अइ અને फड = फइ અને अफ સામાન્ય છે (રચના)
∴ △अडफ ≡ △अइफ, (પ્ર૦ સિ૦ ૧૪)
∴ ∠बअफ = ∠कअफ. ∴ अफ, ∠बअकને દુભાગે છે. કૃ૦ કૃ૦

નોટ—"જોઇએ તેટલી ત્રિજ્યા" નો અર્થ એવો છે કે એવી ત્રિજ્યા લેવી કે, ड, इ મધ્યબિંદુ લઇ દોરેલા કાંસો એક બીજાને છેદી શકે. આ શબ્દસમૂહનો અર્થ નીચેનાં કૃત્યોમાં પણ એવોજ લેવો.

પ્રશ્નો.

૧. કૃ૦ સિ૦ ૧ની આકૃતિ કયી લીટી સાથે સમ્મિતરૂપ છે? અને તે કેવી રીતે છે?

૨. કૃ૦ સિ૦ ૧માં फ બિંદુ ∠अ ની બહાર પાડી બતાવો કે ∠अ, फअ લંબાવ્યાથી દુભાગાય છે.

૩. કૃ૦ સિ૦ ૧ માં બીજો કયો ખુણો દુભાગાય છે?

૪. કોઇ પણ ખૂણાના ચાર સરખા ભાગ કરો.

૫. ૮૫° નો ખુણો કરી તેને પ્રોટ્રૅક્ટરથી દુભાગો અને કૃ૦ સિ૦ ૧ પ્રમાણે દુભાગો.

૬. ૧૫°, ૩૦°, ૭૫° ના ખુણા પ્રોટ્રૅક્ટર વિના બનાવો.

[નોટ—સમબાજુ ત્રિકોણનો ખુણો ૬૦° નો છે.]

૭. એક કાટખુણાના ત્રણ સરખા ભાગ કરો.

૮. પ્રશ્ન ૭ની મદદ લઇ ૪૫° ના ત્રણ સરખા ભાગ કરો.

૯. કૃ૦ સિ૦ ૧માં બતાવો કે अफનું કોઇ પણ બિંદુ अब, अकથી સમાન અંતરે છે.

૧૦. ઉપલા કૃત્યની આકૃતિમાં જો डइ ને સાંધીએ તો डइ અને अफ એક બીજાને કાટખુણે મળે છે.

૧૧.* એક ત્રિકોણના ત્રણે અંદરના ખૂણાને દુભાગેા.

નેાટ–આ દુભાગનારી લીટીઓનું સામાન્ય છેદન બિંદુ બધી બાજુને અંદરથી સ્પર્શ કરતા અંતર્લગ્ન વર્તુળનું મધ્ય બિંદુ છે.

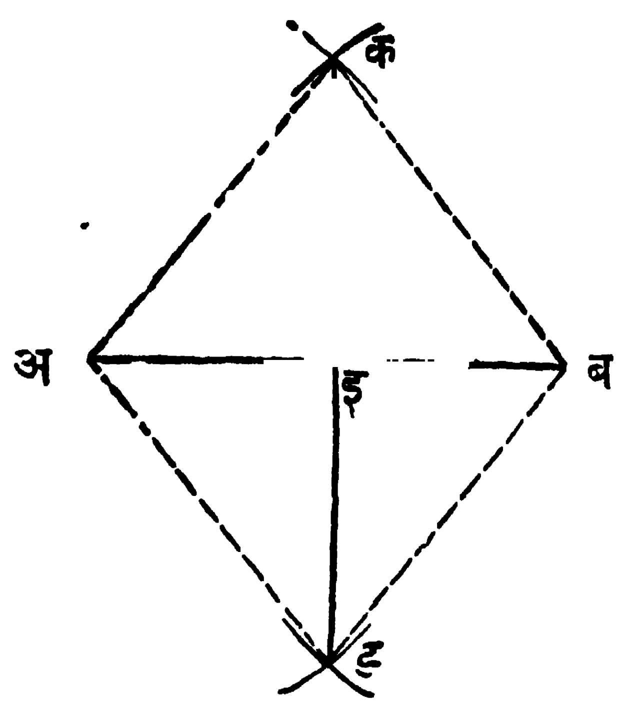
૧૨.* अबक Δના ∠अ ને અને अब, अक લંબાવતાં થતા બહારના ∠ब, ∠क ને દુભાગેા.

નેાટ—આ દુભાગનારી લીટીઓનું સામાન્ય છેદન બિંદુ बक અને લંબાવેલી अब, अक ને સ્પર્શ કરતા ઉપલગ્ન વર્તુળનું મધ્ય બિંદુ છે.

૧૩.* अबक Δમાં બીજા ખૂણાઓને અંદરથી અને સામેના ખૂણાને બહારથી દુભાગેા.

કૃત્ય સિદ્ધાંત ૨.

એક આપેલી સમર્યાદ લીટીને દુભાગવી.



अब એક આપેલી સમર્યાદ લીટી છે અને તેને દુભાગવાની છે.

રચના—अ મધ્યબિંદુ લઈ જોઇએ તેવડી अक ત્રિજ્યાથી બન્ને બાજુએ એક એક વર્તુળ ફાંસ દોરેા. (સ્ગી૦ ફૂ૦)

અને ब મધ્યબિંદુ લઇ कअ ત્રિજ્યા લઇ બન્ને બાજુએ એક એક વર્તુળ કૌંસ દોરો. આ વર્તુળો क, ड માં છેદે છે, (સ્વી૦ કૃ૦)

कड, अक, अड, बक, बड, ને સાંધો. (સ્વી૦ કૃ૦)

ત્યારે अब ને कड, इ માં દુભાગશે.

સિદ્ધતા—∵ △अकड અને △बकड માં

अक = बक અને अड = बड (રચના)

અને कड સામાન્ય છે.

∴ △अकड ≡ △बकड. ∴ ∠अकड = ∠बकड. (પ્ર૦સિ૦ ૧૪

વળી ∵ △अकइ અને △ बकइમાં.

अक = बक અને कइ સામાન્ય છે;

અને અંતર્ખૂણો अकइ = અંતર્ખુણો बकइ (સિદ્ધતા)

∴ △अकइ ≡ △बकइ. (પ્ર૦ સિ૦ ૧૦)

∴ अइ = बइ. ∴ अब, इમાં દુભાગાય છે. કૃ૦ કૃ૦

ઉપસિદ્ધાંત—એક આપેલી લીટીને દુભાગનારો લંબ દોરવો.

પ્રશ્નો.

૧. ઉપલી આકૃતિની સમ્મિતરૂપતા બતાવો.

૨. ઉપલી આકૃતિમાં કેટલી સમ્મિતરૂપ લીટી છે ?

૩. કોઇ પણ લીટીના ચાર અને આઠ સરખા ભાગ કરો.

૪. ઉપલી આકૃતિમાં બતાવો કે कडનું કોઇ પણ બિંદુ अ, ब થી સમાન અંતરે છે.

૫. કોઇ પણ વર્તુળની જ્યાને દુભાગનારો લંબ દોરો.

૬.* એક આપેલી લીટીમાં એક એવું બિંદુ શોધી કાઢો કે તે આપેલાં બે બિંદુથી સમાન અંતરે છે. આ ક્યારે અશક્ય છે ?

૭* એક આપેલી લીટીમાં એક એવું બિંદુ શોધી કાઢો કે તે આપેલી બે લીટીથી સરખે અંતરે છે. આ ક્યારે અશક્ય છે ?

૮. એક આપેલી લીટીને બેવડી કરો; તેવડી કરો; પાંચગણી કરો.

૯. △अबकમાં अब = अक તો ∠अ ને દુભાગનારી લીટી પાયાને દુભાગનાર લંબ છે.

૧૦. अब = ૨.૬ સેં. મી.; अब ને कમાં દુભાગો અને क આગળ कड = ૧.૫ સેં. મી. ૪૧°ને ખુણે દોરો; ∠अकड અને ∠डकब ને कइ અને कफ થી દુભાગો; ∠इकफ ને માપો.

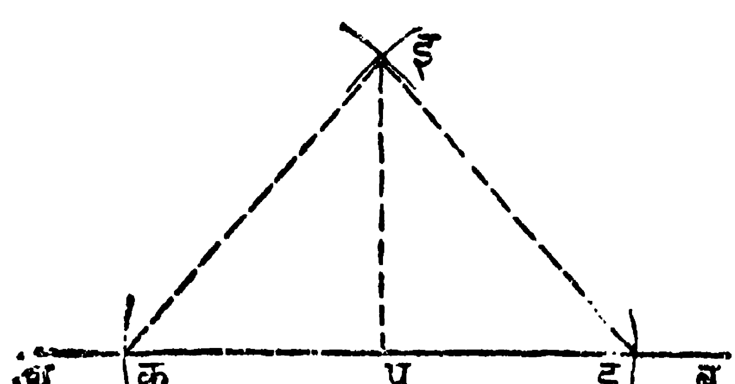
૧૧. કૃત્ય સિદ્ધાંત ૨ अक વિના બીજી કોઇ ત્રિજ્યા લઇ કરો.

૧૨. કૃત્ય સિદ્ધાંત ૨ अक, अडનાં જુદાં માપ લઇ કરો.

૧૩. કૃત્ય સિદ્ધાંત ૨ अब ઉપર સમબાજુ △ દોરી તેની સામેના ખુણાને દુભાગી સાબિત કરો.

કૃત્ય સિદ્ધાંત ૩.

એક આપેલી લીટીમાં એક આપેલા બિંદુમાંથી તે લીટીને લંબ દોરવો.



अब એક આપેલી લીટી છે અને તેમાં प એક આપેલું બિંદુ છે. ત્યારે अब ઉપર प માંથી લંબ દોરવાનો છે.

રચના—पअ, पब માંથી पक અને पड સરખી કાપો.

क, ड, મધ્યબિંદુ લઇ જોઇએ તેટલી ત્રિજ્યા લઇ બે સરખા વર્તુળ દોરો; અને તે इ માં અરસપરસ છેદે છે. (સ્વી० ૬૦)

इप, इक, इड સાંધો. ત્યારે इप, अब ને प આગળથી લંબ થશે.

સિદ્ધતા—∵ △ कइप અને △ डइप માં

कप = पड અને कइ = डइ (રચના)

અને पइ સામાન્ય છે.

∴ △ कइप ≡ △ डइप ∴ ∠कपइ = ∠ डपइ (પ્ર० સિ० ૧૪)

અને આ સરખા ખૂણા अब સીધી લીટી ઉપર પાસે પાસેના છે.

∴ पइ ⊥ अब ને છે. ફ્૦ ફ્૦

પ્રશ્નો

૧. સમદ્વિબાજુ △માં પાયાના છેડામાંથી પાયા પર દોરેલી લંબ સામેની બાજુને લંબાવતાં મળે તો આકૃતિમાં સઘળાં અંગનાં માપ કાઢો.

૨. એક લીટીને બીજી લીટી લંબ દોરી સેટસ્કવેરથી માપી ખાત્રી કરો.

૩. એક વર્તુળમાં अब જ્યા છે અને अ, ब માંથી દોરેલી લંબ વર્તુળને क, डમાં છેદે છે તો अक, बड માપો.

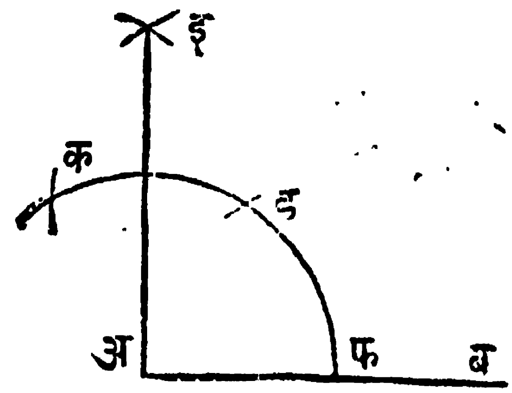
૭. એક ૩·૫" લાંબી લીટીને તેના છેડાથી ·૭" દૂર બિંદુમાંથી ૧·૩" લાંબો લંબ દોરો. આવા કેટલા લંબ દોરી શકાશે?

૫. ૪·૦ સેં. મી.ની ત્રિજ્યાના વર્તુળમાં अब એક જ્યા છે, अबને कમાં દુભાગી कને म મધ્યબિંદુ સાથે જોડી ∠कमअ અને ∠कमबને માપો.

૬. ∠अकब છે અને कअ = कब; अ, बमांથી अम, बम લીટી अक, बकને લંબ છે. બતાવો કે कम, ∠अकबને દુભાગે છે.

૭.* अब એક આપેલી લીટીમાં क બિંદુ છે. બહાર ड બિંદુ લઇ તે (ड) મધ્યબિંદુથી कड ત્રિજ્યાએ એક વર્તુળ रकप, अबને ફરીથી रमां છેદે તેમ દોરો. रडને લંબાવતાં તે વર્તુળને प બિંદુમાં છેદે છે. पक સાંધો, બતાવો કે पक, अबને લંબ છે.

૮.* अबमां अ બિંદુ છે. अ મધ્ય બિંદુથી ગમે તે એક વર્તુળ દોરો. फअ ત્રિજ્યાથી વર્તુળ ઉપર फड, डक સરખા ભાગ મૂકો; ड, क મધ્ય બિંદુ લઇ कड ત્રિજ્યાથી બે સરખા વર્તુળો ईમાં છેદે તેમ દોરો તો इअ, अबને ⊥ છે.



૯. આંકેલાં સાહિત્ય વિના ૪૫° અને ૭૫°ના ખૂણા બનાવો.

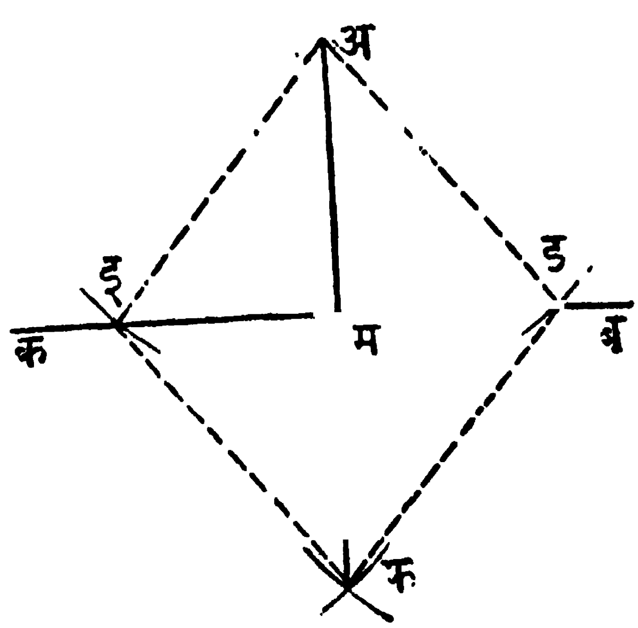
૧૦. (કૃત્ય સિદ્ધાંત ૩ની) આકૃતિની સમ્મિતરૂપતા બતાવો.

૧૧.* કોઇ પણ ત્રિકોણની બાજુઓને દુભાગી તેનાં મધ્યબિંદુમાંથી તેજ બાજુ ઉપર લંબ દોરો.

નોટ-આ લંબનું સામાન્ય છેદન બિંદુ △નાં બધાં શિરોબિંદુમાંથી જતા પરિલગ્ન વર્તુળનું મધ્યબિંદુ છે.

કૃત્ય સિદ્ધાંત ૪.

એક આપેલી લીટીને તેની બહારના આપેલા બિંદુમાંથી લંબ દોરવો.



बक એક આપેલી લીટી છે અને अ, તેની બહાર એક આપેલું બિંદુ છે; તો अમાંથી बक ઉપર એક લંબ દોરવાનો છે.

રચના—अ મધ્યબિંદુ લઇ જોઇએ તેટલી ત્રિજ્યા લઇ बक ને ड, इમાં છેદે તેમ એક વર્તુળ દોરો. (સ્વી૦ ક્રૃ૦)

ड, इ મધ્યબિંદુઓ લઇ જોઇએ તેટલી ત્રિજ્યા લઈ બે સરખા વર્તુળો फમાં છેદે તેમ દોરો. (સ્વી૦ ક્રૃ૦)

अफ, अड, अइ, फड, फइ સાંધો.

ત્યારે अफ, એટલે अम, बकने લંબ થશે.

સિદ્ધતા—∵ △अडफ અને △अइफમાં

अड = अइ અને डफ = इफ અને अफ સામાન્ય છે, (રચના)

∴ ∠डअम = ∠इअम. (પ્ર૦ સિ૦ ૧૪)

વળી ∵ △डअम અને △इअमમાં

डअ = इअ અને मअ સામાન્ય છે.

∵ અને અંતર્ખુણો डअम = અંતર્ખુણો इअम,

∴ △डअम ≡ △इअम. ∴ ∠डमअ = ∠इमअ. (પ્ર૦ સિ૦ ૧૦)

∴ अम, बक ને લંબ છે. ક્રૃ૦ ક્રૃ૦

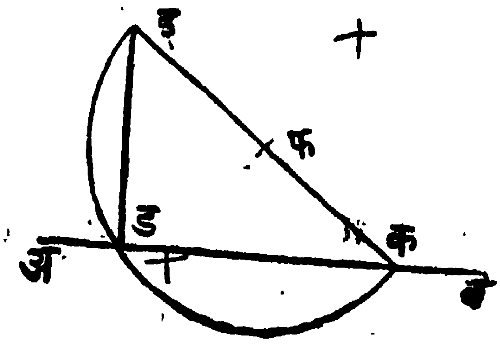
વ્યા૦—ત્રિકોણનાં શિરોબિંદુમાંથી સામેની બાજુ ઉપર દોરેલા લંબ અરસપરસ જે બિંદુમાં છેદે તેને **લંબછેદનબિંદુ** યા **લંબસંપાત બિંદુ** કહે છે.

પ્રશ્નો.

૧. ઉપલી આકૃતિની સમ્મિતરૂપતા બતાવો.

૨. એક મોટો સાંકડખુણુ ત્રિકોણુ લઇ તેનાં શિરોબિંદુમાંથી સામેની બાજુઓ ઉપર લંબ દોરો.

૩. કાટખુણુ અને પહોળખુણુ ત્રિકોણુ લઇ પ્રશ્ન ૨ પ્રમાણે કરો.



૪. * अब એક આપેલી લીટી છે અને इ એક બહાર આપેલું બિંદુ છે. अब માં क કોઇ પણ બિંદુ છે અને कइ જોડી દુભાગી તેની ઉપર એક અર્ધ વર્તુળ अबને ક્રીથી ड માં છેદે તેમ દોરો તો डइ, अबને લંબ છે.

૫. * अब આપેલી લીટી છે. અને क બહાર આપેલું બિંદુ છે; अब માં બે બિંદુઓ ड અને इ છે. ड, इ મધ્ય બિંદુ લઇ डक, इक ત્રિજ્યાથી બે વર્તુળો ઉલટી બાજુએ प માં છેદે તેમ દોરો તો कप, बअ ને કાટખુણે છેદશે.

૬. ∠अबकને દુભાગી बड દુભાગનારી લીટીના ड બિંદુમાંથી अक અને बक ઉપર બે લંબ દોરો; તો આ લંબ સરખા છે.

૭. પ્રશ્ન ૬ હો ∠अबक કાટખુણો યા પહોળો ખુણો લઈ કરો.

૮. વર્તુળના મધ્યબિંદુમાંથી કોઇ પણ જ્યા ઉપર લંબ દોરો.

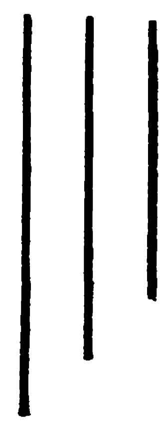
૯. એક ત્રિકોણમાં બે શિરોબિંદુમાંથી સામેની બાજુ ઉપર લંબ દોરો. આ લંબ જે બિંદુમાં છેદે તેમાંથી ત્રીજી બાજુ ઉપર લંબ દોરી આ લંબ બાકીનાં શિરોબિંદુ તરફ લંબાવો.

---

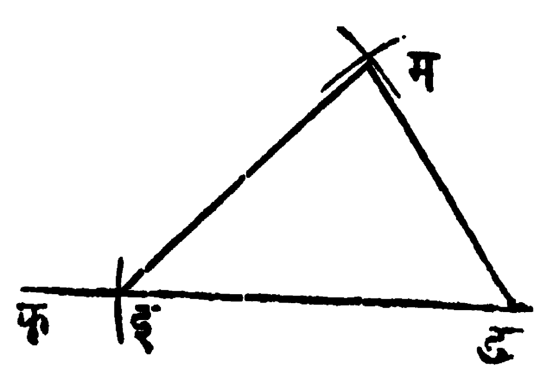
§ ૨૧. ત્રિકોણ રચના; અને કોણ રચના.

કૃત્ય સિદ્ધાંત ૫.

ત્રણ આપેલી લીટીની બરાબર બાજુવાળો એક ત્રિકોણ બનાવવો.



अ, ब, क ત્રણ આપેલી લીટી છે તો अ, ब, कની બરાબર બાજુ હોય એવો એક ત્રિકોણ બનાવવાનો છે.



રચના—डफ કોઇ પણ લીટી લઇ તેમાંથી अ = डइ કાપો.

ड મધ્યબિંદુ લઇ क ત્રિજ્યાથી એક વર્તુળ દોરો; અને इ મધ્યબિંદુ લઇ ब ત્રિજ્યાથી એક વર્તુળ દોરો. આ બે વર્તુળ म માં છેદે છે. मड, मइ સાંધો. ત્યારે मडइ એક માગેલો ત્રિકોણ થશે.

સિદ્ધતા— ∵ હવે △ मडइ માં

डइ = अ, मइ = ब, डम = क; (રચના)

∴ मडइ માગેલો ત્રિકોણ છે. કૃ૦ કૃ૦

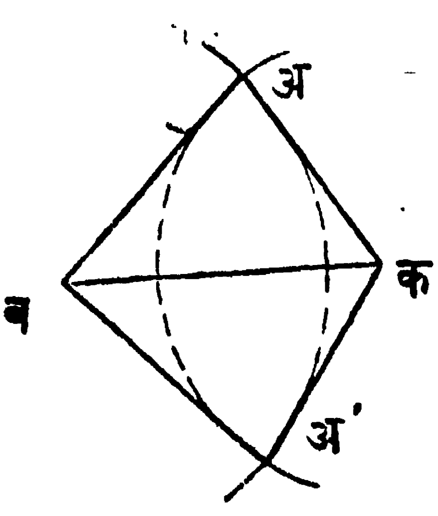
નોટ ૧. મોટામાં મોટી બાજુ સૌથી પહેલી દોરવી.

નોટ ૨. ત્રણ આપેલી લીટીમાંથી એક જો બીજી બેના સરવાળાથી મોટી અથવા બરાબર હોય તો ત્રિકોણ અશક્ય છે; કારણ કે દોરેલા વર્તુળો એક બીજાને ન છેદતાં મોટી લીટી પર એક બીજાની બહારનાં કે એકજ બિંદુમાં છેદશે. જુઓ પ્રમેય સિદ્ધાંત ૧૮.

નોટ ૩. કોઈ પણ આકૃતિ માપ વિનાની દોરવાની હોય તો હમેશાં મોટી આકૃતિ દોરવી; કારણ કે જે ભૂલ નાની આકૃતિમાં માલમ પડે તે મોટીમાં માલમ પડવી મુશ્કેલ છે.

ટીપ—ત્રણ બાજુઓની લંબાઇઓ આપી હોય તો એ બાજુઓના જેટલા ત્રિકોણ નીકળે તેટલા દોરવા હોય તો શું કરીશું ?

અ, બ, ક, ત્રણ આપેલી લંબાઇ લો.



સૌથી મોટી અને અ = बकને પાયા તરીકે લો. ब આગળથી ક લંબાઇની बअ લીટી દોરો. કેટલી લીટીએ ક લંબાઇની દોરાશે? આ ક = बअ નો अ છેડો જે લીટી ઉપર આવે તે લીટી કેવી આવશે? ब મધ્યબિંદુ લઇ ક ત્રિજ્યાથી એક વર્તુળ દોરો. આ વર્તુળનું કોઇ પણ બિંદુ बથી કેટલું દૂર છે? ક જેટલું. કારણ? એ વર્તુળની બધી ત્રિજ્યા = ક છે. ત્યારે ब આગળથી લીટીઓ એવી દોરીએ કે તેના બીજા છેડા આ વર્તુળ ઉપર ન આવે તો તે લીટીઓની લંબાઇ શું? ક કરતાં નાની કે મોટી. એજ પ્રમાણે क આગળથી બ લંબાઇની જેટલી લીટીઓ દોરાય તેટલી દોરો. આ લીટીઓના બીજા છેડા ક્યાં આવશે? क મધ્યબિંદુ અને બ બરાબર ખરૂં કે નહિ? નહિ. ત્યારે આ બે વર્તુળો ક્યાં ક્યાં છેદે છે? अ, अ'માં. એ બિંદુનાં ब, कથી અંતર કેટલાં? બ, ક બરાબર. अ, अ' સિવાય બીજાં કોઇ બિંદુથી ब, कનાં અંતર બ, ક, બરાબર હોય કે નહિ? નહિ. ત્યારે અ = बक પાયા ઉપર ત્રણ આપેલી લંબાઇના કેટલા ત્રિકોણ बकની ઉપલી બાજુએ થઇ શકે? એકજ. અને બીજો ત્રિકોણ ઉપલીજ બાજુએ આવી શકે તો તેનું अ બિંદુ ક્યાં પડવું જોઇએ? अ ઉપરજ. ત્યારે એ બે ત્રિકોણોનું શું થાય છે? એક બીજા ઉપર બરાબર મળી જાય છે. નહિ મળી જાય તો શું થાય? બન્ને ત્રિકોણોની બાજુઓ એકી વખતે આપેલી લંબાઇઓની હોઇ શકે નહિ. એટલે बक પાયા ઉપર આપેલી લંબાઇઓનો એકજ ત્રિકોણ થઇ શકે છે.

વળી અ, બ, ક બાજુઓનો બીજો કોઇ ત્રિકોણ બનાવીએ તો તે अबक △ ઉપરજ બરાબર સ્થાનોપરિસ્થિત થવો જોઇએ અને તેથી એવું અનુમાન સિદ્ધ થાય છે કે,

"જે ત્રિકોણોમાં ત્રણે બાજુ અનુક્રમે બરાબર હોય તે ત્રિકોણો સર્વ સમાન છે." (પ્ર. સિ. ૧૪.)

પ્રશ્નો.

૧. એક મોટો ત્રિકોણ બનાવી તેની બરાબર બીજો ત્રિકોણ બનાવો.

૨. ૩.૧", ૪.૪", ૬.૨" ની બાજુવાળો એક ત્રિકોણ બનાવો.

૩. ૪.૩" ની બાજુ ઉપર એક સમબાજુ ત્રિકોણ બનાવી તેના ખુણા દુભાગી માપો.

૪. ૩.૫ સેં. મી. ના પાયા પર ૫.૩ સેં. મી. ની બાજુનો એક સમદ્વિબાજુ △ બનાવો.

૫. ૬૦°, ૧૨૦°, ૩૦°ના ખૂણાવાળા △ઓ સાહિત્યની મદદ વિના બનાવો. (કંપાસ અને આંકણી વાપરવી.)

૬. પ્રશ્ન ૫ માંની આકૃતિના ખૂણાઓ દુભાગો.

૭. ભૂમિતિથી અણજાણ્યો એક છોકરો પોતાની કલમના ૧.૦", ૨.૫", ૩.૬", લાંબા ત્રણ કડકાથી એક ત્રિકોણ બનાવવા બેઠો. ત્રિકોણ બનાવો યા ભૂલ બતાવો.

૮. એક આપેલા પાયા ઉપર એક આપેલી બાજુનો સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ કાઢો.

૯. એક આપેલી લીટી ઉપર એક એવો સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ કાઢો કે તેની દરેક સરખી બાજુ પાયાથી બમણી હોય.

૧૦. પાયો અને પરિમિતિ આપ્યાં હોય તો સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ કાઢો.

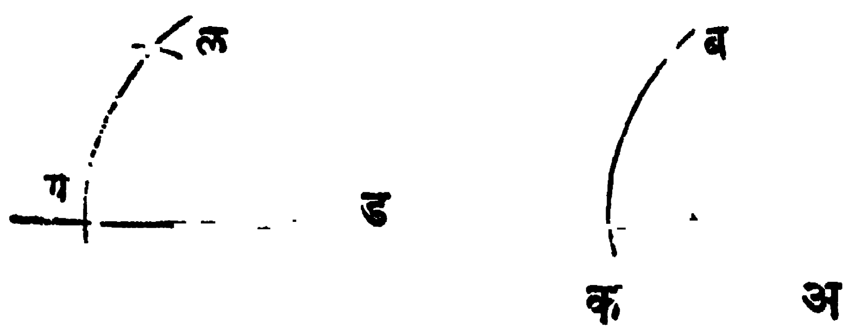
૧૧. એક આપેલા પાયા ઉપર સમબાજુ ત્રિકોણ દોરો.

૧૨. કર્ણની બરાબર બાજુવાળો એક રોમ્બસ કાઢો.

૧૩. એક આપેલા પાયા ઉપર એક સમષટ્કોણ કાઢો.

કૃત્ય સિદ્ધાંત ૬.

એક આપેલા ખુણાની બરાબર એક આપેલી લીટીના બિંદુ આગળ એક ખુણો કરવો.



बअक આપેલો ખુણો છે, અને डप માં ड એક આપેલું બિંદુ છે. તો डप માં ड આગળ એક ખૂણો ∠बअक બરાબર કરવાનો છે.

રચના—अ મધ્યબિંદુ લઇ કોઇ પણ વર્તુળ દોરી अब = अक કરો. ड મધ્યબિંદુ લઇ તેજ ત્રિજ્યાથી એક વર્તુળ દોરી डप ને प માં કાપો. અને प મધ્યબિંદુ લઇ कब ત્રિજ્યા લઇ આગળના વર્તુળને ल માં છેદે તેમ એક વર્તુળ દોરો. कब, डल, पल, સાંધો.

ત્યારે ∠लडप = ∠बअक થશે.

સિદ્ધતા— ∵ △ बअक અને △ लडप માં

बअ = डल, अक = डप, कब = पल (રચના)

∴ ∠अ = ∠ड. (પ્ર૦ સિ. ૧૪) ફૂ૦ ફૂ૦

પ્રશ્નો.

૧. એક સાંકડો ખુણો કરી તેની બરાબર એક બીજો ખુણો કરો.

૨. એક પહોળો ખુણો કરી તેની બરાબર એક બીજો ખુણો કરો.

૩. એક બાજુ પર એક સમદ્વિબાજુ કાટખુણુ ત્રિકોણ બનાવો.

૪. ∠अबक = ∠बकड બનાવો અને बअ, कड, જો म માં મળે તો मड, मक માપો.

૫. એક △अबक ના ખુણા બરાબર ખુણાવાળો એક △ બનાવો.

૬. એક अबकड ચતુષ્કોણના ખુણા બરાબર ખુણાનો ચતુષ્કોણ કરો.

૭. अब=૨.૦" છે અને क બિંદુ ૦.૫" અંતરે ઉપર છે; कમાંથી એવી લીટી દોરો કે अब સાથે તે ૫૦°નો ખુણો કરે. કેટલી રચના થઇ શકશે?

૮. ૩.૫ સેં. મી. ના વ્યાસ ઉપર વર્તુળ દોરો. म મધ્ય બિંદુમાંથી मअ, मब પરિધ સુધી દોરો. ∠अमब માપો. अबની સામેના કૌંસ ઉપર કોઇ પણ प બિંદુ સાથે अ, ब સાંધો તો ∠अपब કેવડો?

૯.* એકજ બાજુ ઉપર આપેલાં प અને ल બિંદુમાંથી अब ના એકજ બિંદુ સુધી એવી બે લીટી દોરો કે તેઓ अब સાથે સરખા ખુણા કરે.

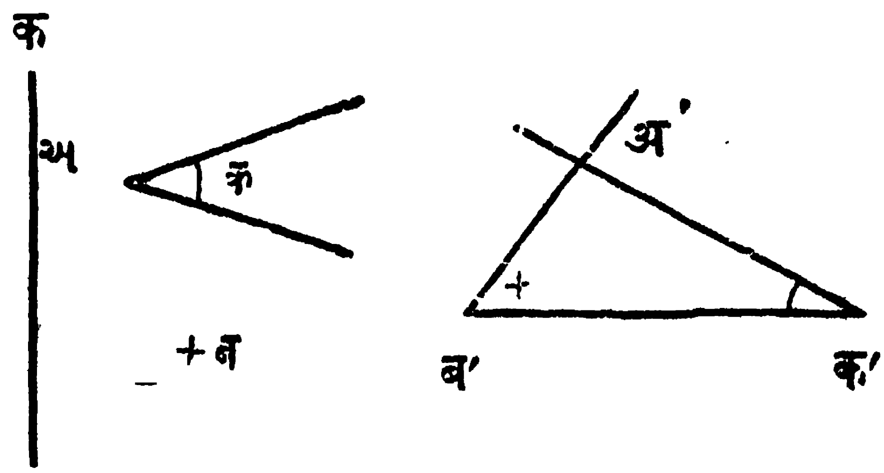
[નોટ—अब ઉપર पक લંબ દોરી पक લંબાવી पक = डक કરો. लड સાંધી अब ને જે બિંદુમાં लड છેદે તે બિંદુ प સાથે સાંધો.]

૧૦.* प માંથી એવી એક લીટી દોરો કે अ, ब માંથી તેની ઉપર દોરેલા લંબ સરખા થાય. આ ક્યારે અશક્ય છે?

૧૧.* अ બિંદુમાંથી એવી એક લીટી દોરો કે તે बकને ‖ થાય.

કૃત્ય સિદ્ધાંત ૭.

બે ખુણા અને તેની પાસેની બાજુ આપ્યાં હોય તો ત્રિકોણ બનાવવો.



ब, क આપેલા ખુણા અને बक (અ) આપેલી બાજુ છે;
તો ∠ब, ∠क, बक અંગવાળો એક ત્રિકોણ બનાવવાનો છે.

રચના–ગમે તે સીધી લીટી દોરી તેમાંથી बक = ब′क′ બનાવો.

ब′ આગળ ∠ब = ∠अ′ब′क′ બનાવો અને
क′ આગળ ∠क = ∠अ′क′ब′ બનાવો } (કૃ. સિ. ૬)

ब′अ′, क′अ′ને अ′માં મળવા દો.

ત્યારે अ′ब′क′ માગેલો ત્રિકોણ થશે.

સિદ્ધતા—∵ △ अ′ब′क′માં

ब′क′=बक; ∠ब′=∠ब અને ∠क′ = ∠क છે; (રચના)

∴ अ′ब′क′ માગેલો ત્રિકોણ છે. કૃ૦ કૃ૦

ઉપસિદ્ધાંત—બે ખુણા અને તેમાંના એકની સામેની બાજુ આપ્યાં હોય તો ત્રિકોણ બનાવવો.

ટીપ—આપેલી લંબાઇની બરાબર ब′क′ દોર્યા પછી અમુક બાજુએ ∠ब, ∠क બનાવવા એવું કાંઇ નથી. આપેલી बक = અ લંબાઇની લીટી લઇ તેના છેડા ઉપર ∠ब, ∠क બરાબર ખુણા ગમે તે એકજ બાજુ કાઢીએ તોપણ એ પ્રમાણે થતા બધા ત્રિકોણોને જો એકેક ઉપર સ્થાનોપરિસ્થિતિથી મુકીએ તો તે બધા સર્વસમાન છે. પ્રશ્નોત્તર કૃ. સિ. ૫ ની ટીપમાં બતાવ્યા પ્રમાણે કરી લેવા. આ ઉપરથી એવું અનુમાન નીકળે છે કે,

"જે ત્રિકોણોમાં બે ખુણા અને એક બાજુ અનુક્રમે સરખાં હોય તે ત્રિકોણો સર્વ સમાન છે." (પ્ર૦ સિ૦ ૧૧)

પ્રશ્નો.

૧. अब = ૫·૧ સેં. મી. ∠अ = ૭૧°, ∠ब = ૬૭° તો △ બનાવી બીજાં અંગ માપો.

૨. बक ૨·૯″, ∠ब = ૯૦°, ∠क = ૨૫° તો △ બનાવો.

૩. कअ = ૪·૭ સેં. મી., ∠अ = ૩૨°, ∠क = ૧૧૭° તો △ બનાવો.

૪. અ = ૩·૬″. ∠ब = ૧૧૨°, ∠क = ૩૩°, તો △ બનાવો.

નીચેનાં માપ પરથી △ઓ બનાવોઃ—

૫. ક = ૩·૬″ સેં. મી. ∠अ = ૬૭°; ∠क = ૭૨°,

૬. બ = ૫·૩ સેં. મી., ∠ब = ૩૨°, ∠अ = ૬૫°.

૭. ક = ૬·૭ સેં. મી; ∠क = ૩૨°, ∠अ = ૧૧૨°

૮. ક = ૨·૧″, ∠अ = ૫૧°; ∠क = ૯૯°.

૯. બ = ૧·૯″, ∠ब = ૯૯°, ∠अ = ૨૦°.

૧૦. અ = ૫·૨ સેં. મી., ∠अ = ૨૭°, ∠ब = ૨૯°.

૧૧. કર્ણ અને એક સાંકડો ∠ આપ્યાં હોય તો કાટખૂણુ △ બનાવો.

૧૨. એક બાજુ અને સાંકડો ∠ આપ્યાં હોય તો કાટખૂણુ △ બનાવો.

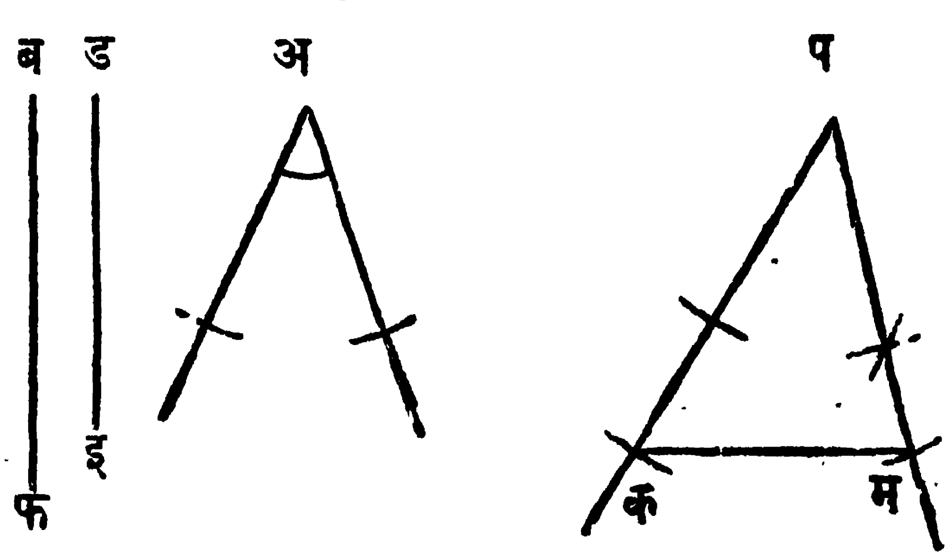
૧૩. એક કાટખૂણુ △ માં એક સાંકડો ખૂણો બીજા સાંકડા ખૂણાથી બમણો છે તો △ કાઢો.

૧૪. કર્ણ આપી છે તો સમદ્વિબાજુ કાટખુણુ △ બનાવો.

૧૫. શિરોબિંદુ ખુણો પાયા ઉપરના ખુણાથી બમણો, અને ચાર ગણો હોય એવા સમદ્વિબાજુ △ ઓ બનાવો.

કૃત્ય સિદ્ધાંત ૮.

બે બાજુ અને અંતર્ખુણો આપ્યાં હોય તો ત્રિકોણુ બનાવવો.



बफ, डइ બે આપેલી બાજુ છે અને अ એક આપેલો અંતર્ખૂણો છે; તો એ અંગવાળો એક ત્રિકોણ બનાવવાનો છે.

રચના—કોઇ પણ લીટીમાંથી बफ = पक કરો અને प આગળ

∠अ = ∠मपक કરો. (કૃ૦ સિ૦ ૬)

અને डइ = पम કરો. मक સાંધો. ત્યારે मपक માગેલો △ થશે.

સિદ્ધતા— ∵ △ मपक માં

पक = बफ, पम = डइ, ∠प = ∠अ (રચના)

∴ △ मपक માગેલો ત્રિકોણ છે. કૃ૦ કૃ૦

ટીપ—આપેલા अ અંતર્ખુણા બરાબર કોઇ પણ ખુણો બનાવી તેની એક શાખા લીટીમાંથી बफ બરાબર અને બીજીમાંથી डइ બરાબર, બે ભાગો ખુણાથી શરૂ કરી કાપો અને ત્રિકોણ પુરો કરો. ઘણા ત્રિકોણો બનાવી સ્થાનોપરિસ્થિતિથી સરખાવો. કૃ૦ સિ૦ ૫ પ્રમાણે પ્રશ્નોત્તર કરી નીચેનું અનુમાન કઢાવો:—

"જે જે ત્રિકોણોમાં બે બાજુ અને અંતર્ખુણો બરાબર હોય છે તે બધા ત્રિકોણો સર્વસમાન છે." (પ્ર. સિ. ૧૦)

પ્રશ્નો.

૧. અ = ૨·૧", બ = ૩·૩", ∠क = ૭૫° તો △ બનાવો.

૨. બ = ૩·૭ સેં. મી., ક = ૫·૬ સેં. મી., ∠अ = ૫૨° તો △ કરો.

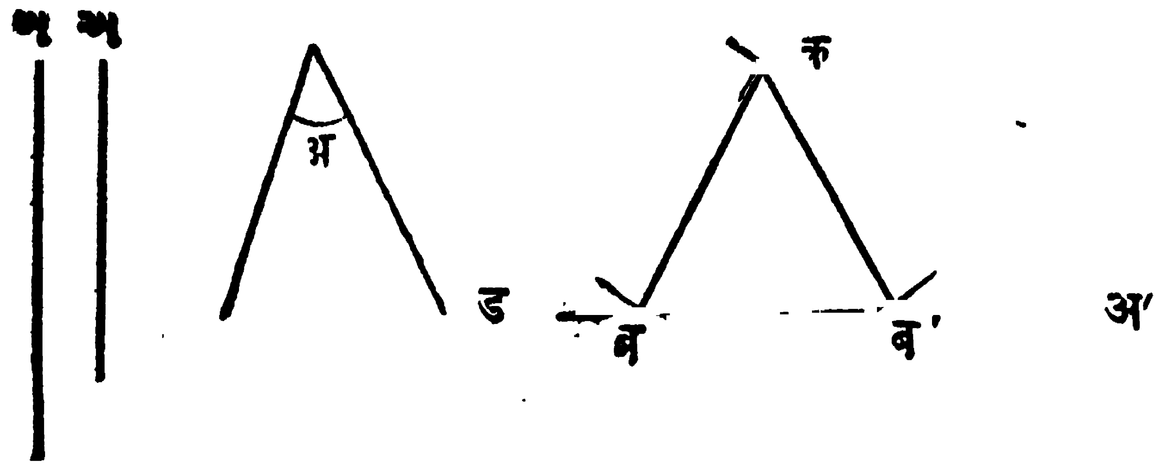
૩. ક = ૫·૧ સેં. મી., અ = ૮·૨ સેં. મી. ∠ब = ૧૧૨° તો △ કરો.

૪. અ = ૩·૦", બ = ૨·૧", ∠अ = ૯૦° તો △ બનાવો.

નોટ—નિશાળ ખાતાના સરકારી અભ્યાસમાં નીચેના ૯મા સિદ્ધાંતનો સમાવેશ થતો નથી. માટે વિદ્યાર્થીને તે શીખવવાની જરૂર નથી. ત્રિકોણોની રચનાના સઘળા પ્રકારો પુરા કરવા માટેજ એ કૃત્ય અત્રે આપ્યું છે.

કૃત્ય સિદ્ધાંત ૯.

બે બાજુ અને તેમાંની એકની સામેનો ખુણો આપ્યાં હોય તો ત્રિકોણ બનાવવો.



અ, બ, એ આપેલી બાજુ છે અને અ ની સામેનો ખુણો अ આપેલો છે તો એક ત્રિકોણ બનાવવાનો છે.

રચના—अ'ड લીટીમાં अ' આગળ ∠अ = ∠अ' કરો; (કૃ. સિ. ૬) અને બ=अ'क કરો. क મધ્યબિંદુથી અ ત્રિજ્યા લઇ એક વર્તુળ દોરો. જો આ વર્તુળ अ'डને ब' અને बમાં છેદે તો
अ'कब, अ'कब' △ઓ આપેલા પક્ષ ઉપરથી થશે.

સિદ્ધતા—∵ अ'कब △માં	અને	∵ अ'कब' △માં
∠अ' = ∠अ		∠अ' = ∠अ
अ'क = બ		अ'क = બ
અને बक = અ	અને	कब' = અ

તેથી अ'कब, અને अ'कब' માગેલા ત્રિકોણ છે. કૃ૦ કૃ૦

નોટ—कમાંથી अड ઉપર લંબ દોરી હોય અને તેટલીજ લંબાઇની અ હોય તો એકજ ત્રિકોણ થશે. ∵ ∠ब' = ૯૦° = ∠ब. વળી જો कल લંબ હોય તો कल અંતર (कનું अ'डથી) ઓછામાં ઓછું છે. તેથી જો અ, कलથી ઓછી હોય તો કોઇ પણ ત્રિકોણ થશે નહિ. કારણ

કે અ ત્રિજ્યાથી દોરેલેા વર્તુળ અ'ડને મળશે નહિ. જ્યારે બે ત્રિકોણ થાય છે ત્યારે આ સિદ્ધાંતને **અનિશ્ચિત ત્રિકેાણ રચના** કહે છે.

તેમજ અનિશ્ચિત ત્રિકેાણ બનાવવાને માટે અ, બથી ઓછી અને કલ લંબથી વધારે હેાવી જોઇએ કારણ કે જો અ, બથી મેાટો હેાય તેા વર્તુળના બન્ને છેદન બિંદુઓ અ'ડ ઉપર ∠અ' તરફ ન પડતાં વિરૂદ્ધ બાજુએ પડશે એટલે એકજ △ થશે.

પ્રશ્નેા.

૧. ઉપરના સિદ્ધાંતમાં અ, બ થી ઓછી હેાય અને

(૧) અ, લંબથી ઓછી હેાય
(૨) અ, લંબ બરાબર હેાય
(૩) અ, લંબથી મેાટો હેાય, } ત્યારે આકૃતિઓ દોરેા.

૨. અ, બ થી મેાટી હેાય ત્યારે આકૃતિ કાઢેા.

૩. અ = બ હેાય ત્યારે આકૃતિ કાઢેા.

૪. ક = ૨·૧", બ = ૧·૭" અને ∠ब = ૩૫° ત્યારે ત્રિકેાણ દોરેા.

૫. ક = ૫·૦ સેં. મી., બ=૩·૦સેં.મી. અને ∠ब=૩૫° ત્યારે △ દોરેા.

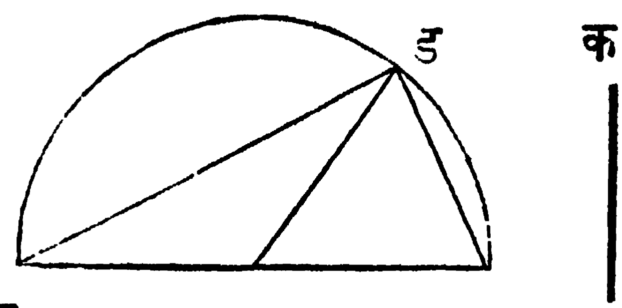
૬. બ= ૩·૭", અ = ૨·૧" અને ∠अ = ૪૨° ત્યારે ત્રિકેાણ દોરેા.

૭. △ अबक અને △ डइफ માં अब = डइ, अक = डफ અને ∠ब = ∠इ છે. બતાવેા કે આ ત્રિકેાણેા સરખા હેાય કે ન હેાય.

નેાટ—ઉપલી આકૃતિઓમાં અનિશ્ચિત ત્રિકેાણ હેાય ત્યાં કારણ આપેા.

કૃત્ય સિદ્ધાંત ૧૦.

કર્ણ અને એક બાજુ આપ્યાં હેાય તેા કાટખુણુ ત્રિકેાણ બનાવવેા.



क એક બાજુ અને अब કર્ણ છે. ત્યારે એક કાટખુણ ત્રિકોણ બનાવવાનો છે.

રચના—अब ને मમાં દુભાગી म મધ્યબિંદુ લઇ मअ ત્રિજ્યાથી એક વર્તુળ દોરો.

अ મધ્ય બિંદુ લઇ क ત્રિજ્યાથી એક વર્તુળ દોરો. આ વર્તુળ આગળના વર્તુળને डમાં છેદે છે. डअ, डम, डब સાંધો.

ત્યારે अडब માગેલો ત્રિકોણ થશે.

સિદ્ધતા– ∵ अडम △માં મअ = मड ∴ ∠अ = ∠मडअ અને ∵ बडम △માં मब = मड ∴ ∠ब = ∠मडब

∴ સરવાળો કરતાં ∠अडब = ∠अ + ∠ब

∴ अडब એક કાટખુણ △ છે. (પ્ર० સિ० ૮ ઉપ.)

અને તેમાં अब કર્ણ છે અને अड = क એક બાજુ છે.

∴ अडब માગેલો ત્રિકોણ છે. કૃ० કૃ०

ટીપ. આપેલી अब કર્ણના अ છેડામાંથીજ क બરાબર બાજુ દોરવી એવું કાંઇ નથી. अब ઉપર ગમે તે બાજુ અર્ધ વર્તુળ દોરી અને अब ના કોઇ પણ છેડામાંથી ગમે તે બાજુ क બરાબર બાજુ દોરી જે જે ત્રિકોણો થાય તે બધા સ્થાનોપરિસ્થિતિથી બરાબર માલમ પડે છે. કૃ० સિ० ૫ પ્રમાણે પ્રસ્નોત્તર કરો નીચેનું અનુમાન ઠસાવો.

"જે જે કાટખૂણ ત્રિકોણોમાં કર્ણ અને એક બાજુ બરાબર હોય તે બધા ત્રિકોણો સર્વ સમાન છે." (પ્ર૦ સિ૦ ૧૫)

પ્રશ્નો.

૧. સિદ્ધાંત ૧૦માં માગેલા △ઓ અબ ઉપર કેટલા થઇ શકે?

૨. અર્ધ વર્તુળમાંનો ખુણો એક કાટખુણો છે.

૩. ઉપલી આકૃતિમાં ડપ, અબ ઉપર લંબ હોય તો △અડપ, △બડપ અને △અડબ અરસપરસ સમકોણ છે.

૪. એક વર્તુળમાં ૩.૭" કર્ણ અને ૧.૨" બાજુના બે કાટખુણ ત્રિકોણો પાસે પાસે મુકી એક લંબ ચોરસ બનાવો.

૫. એકજ બાજુ ઉપર ને એકજ કર્ણના બે સરખા કાટખુણ ત્રિકોણ બનાવી તેનાં શિરોબિંદુ સાંધી એક લંબ ચોરસ બનાવો.

૬. એક બાજુ અને કાટખુણામાંથી સામેના કર્ણ ઉપર દોરેલી લંબ આપી હોય તો કાટખુણ બનાવો.

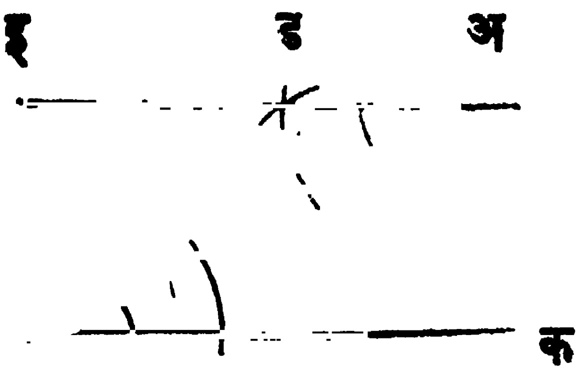
૭. કર્ણ અને બાજુઓનો સરવાળો આપ્યાં હોય તો કાટખુણ △ બનાવો.

---

§ ૨૨. સમાન્તર લીટી દોરવાનું; અને લીટીના સરખા ભાગ કરવાનું; અને કૌંસને દુભાગવાનું.

કૃત્ય સિદ્ધાંત ૧૧.

એક આપેલા બિંદુમાંથી એક આપેલી લીટીની સમાન્તર લીટી દોરવાની.



बक એક આપેલી લીટી અને अ એક આપેલું બિંદુ છે.
ત્યારે अ માંથી बक || એક લીટી દોરવાની છે.

રચના—अब સાંધી, अ આગળ ∠ बअड, ∠ अबक બરાબર કરો અને अड ને इ સુધી લંબાવો. ત્યારે अइ || बक થશે.

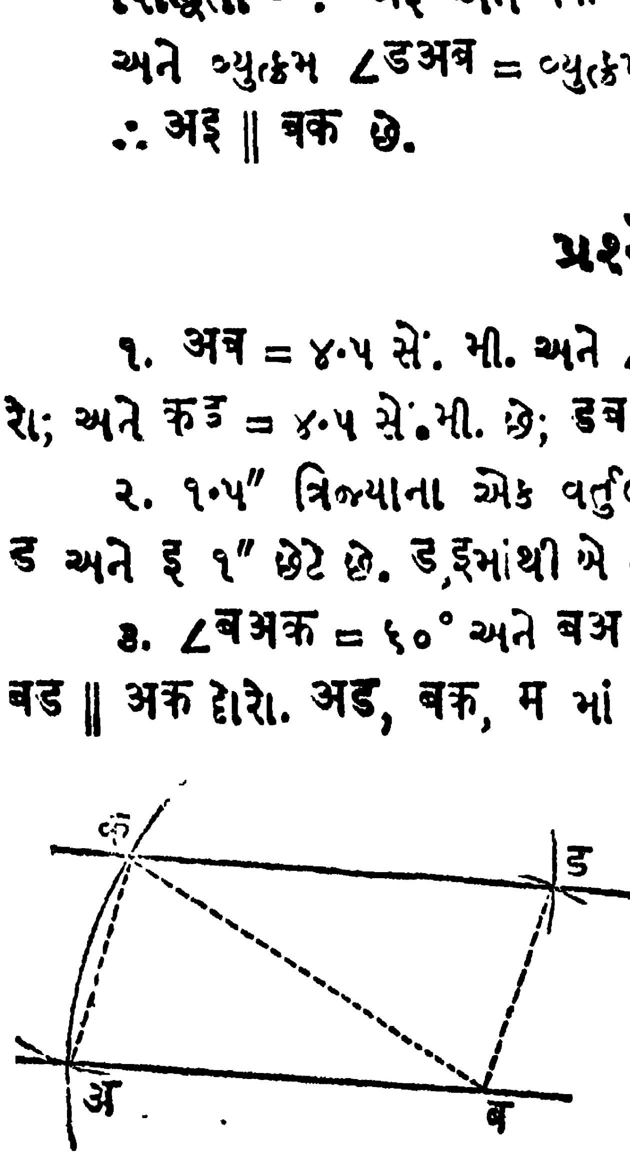
સિદ્ધતા—∵ अइ અને बक લીટીને बअ લીટી મળે છે,
અને વ્યુત્ક્રમ ∠डअब = વ્યુત્ક્રમ ∠अबक કરે છે.
∴ अइ || बक છે. (પ્ર૦સિ૦ ૪) કૃ૦ કૃ૦

પ્રશ્નો.

૧. अब = ૪·૫ સેં. મી. અને ∠बअक = ૬૦°; कમાંથી अब || कड દોરો; અને कड = ૪·૫ સેં.મી. છે; डब સાંધો; अक, डब, ∠क, ∠ब માપો.

૨. ૧·૫″ ત્રિજ્યાના એક વર્તુળ પર अब વ્યાસની બન્ને બાજુએ ड અને इ ૧″ છેટે છે. ड,इમાંથી બે જ્યા વ્યાસ || દોરો અને તેને માપો.

૩. ∠बअक = ૬૦° અને बअ = अक = ૩·૨″ છે. कड || अब અને बड || अक દોરો. अड, बक, म માં છેદે તો मअ, मब, मक, मड માપો.



૪.* बअ આપેલી લીટી અને क આપેલું બિંદુ છે. अब માં ब ગમે તે બિંદુ લો અને ब મધ્ય બિંદુ લઇ बक ત્રિજ્યા લઇ એક વર્તુળ દોરો. क મધ્યબિંદુ અને कब ત્રિજ્યાથી એક વર્તુળ દોરો; ब મધ્યબિંદુ લઇ

अक ત્રિજ્યા લઇ એક વર્તુળ દેારેા. એ વર્તુળેા डમાં છેદે તેા कड || अब.

૫. વ્યાવહારિક કામમાં કેવી રીતે સમાન્તર લીટી દેારશેા ?

૬. ૨:૧ના પ્રમાણમાં બાજુએા હેાય એવેા એક લંબ ચેારસ બનાવેા

૭. ૬",૩",૧.૫"ની બાજુનું એક સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિજ્યમ કરેા.

૮. એક બાજુ અને એક કર્ણ ૨.૪" અને ૪.૨"છે તેા લંબ ચેારસ કરેા.

૯. બે કર્ણો અને અંતર્ખુણેા ૪.૦",૬.૦" અને ૭૫° છે તેા સ. ચ કરેા.

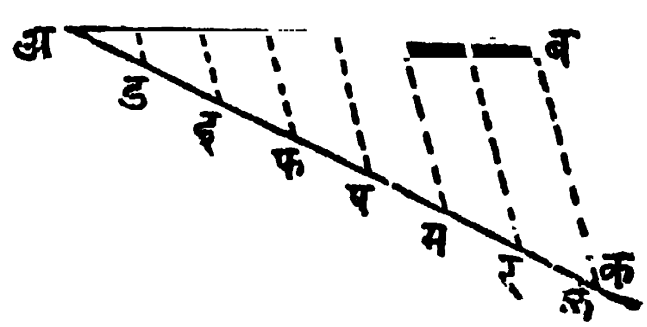
૧૦. ૪.૦" પાયા ઉપર ૨.૧" ઉંચાઇનેા ૫૫° ખૂણાવાળેા એક સ૦ ચ૦ બનાવેા.

૧૧. કૃત્ય સિદ્ધાંત ૧૧ ની આકૃતિમાં बक ઉપર अल લંબ દેારેા અને अ તરફ बफ લંબ (अल) દેારેા તેા फअ, बक ની સમાન્તર છે.

કૃત્ય સિદ્ધાંત ૧૨.

કેાઈ આપેલી સીધી લીટીના અમુક સરખા ભાગ કરવા.

ठ ट य व भ च



अब એક આપેલી લીટી છે અને

તેના (ધારેા કે) સાત સરખા ભાગ કરવાના છે.

રચના—अबની સાથે કેાઇ પણ લીટી ખૂણેા કરે તેમ अक દેારેા.

अक ઉપર અનુક્રમે સાત સરખા ભાગ अड, डइ, इफ, फप पम, मर, रल કરેા; बल સાંધેા.

અને लब || रच, मभ, पव, फय, इट, डठ દેારેા. (કૃ૦ સિ૦ ૧૧)

ત્યારે अबના સાત સરખા ભાગ થશે.

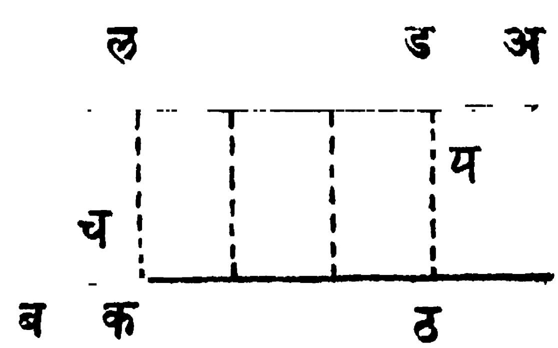
સિદ્ધતા— ∵ अक ને છેદી સમાન્તર લીટીઓ अल ના

अइ, डइ, इफ, फप, पम, मर, रल, સાત સરખા ભાગ કરે છે.

∴ તેજ સમાન્તર લીટીઓ अब ના પણ તેટલાજ

अठ, ठट, टय, यव, वभ, भच, चब, સરખા ભાગ કરે છે. (પ્ર૦સિ૦ ૨૩)
એજ પ્રમાણે अब ના ગમે તેટલા સરખા ભાગ થઇ શકે છે. કૃ૦ કૃ૦

કૃત્ય ૧૨ ની દ્વિતીય રચના.



अब ની સાથે ખૂણો કરતી अल લીટી દોરો અને अल ∥ बठ દોરો.

अल, बठ ઉપર બતાવ્યા પ્રમાણે ચાર ચાર સરખા ભાગ કરો.

અને બતાવ્યા પ્રમાણે સાંધો ત્યારે अब ના પાંચ સરખા ભાગ થશે.

∵ डठ, लक વગેરે ∥ છે.

અને अल ના ચાર સરખા ભાગ થાય છે અને बठ ના પણ ચાર સરખા ભાગ થાય છે; ∴ बय, अच ના ચાર ચાર સરખા ભાગ થાય છે.

∴ अब ના પાંચ સરખા ભાગ થાય છે. કૃ૦ કૃ૦

પ્રશ્નો.

૧. એક લીટીના પાંચ સરખા ભાગ આશરે કરી સરખાવો.

૨. ૪·૭" લીટીના ૬ સરખા ભાગ કરો.

૩. ૧૧·૦ સે. મી. લીટીના સાત સરખા ભાગ કરો.

૪. એક આખી લીટીમાંથી તેનો $\frac{૩}{૭}$ ભાગ કાપો.

૫. એક લીટીને લંબાવી તેને ૧$\frac{૪}{૯}$ ગણી બનાવો.

૬. એક લીટીને લંબાવી તેને ૧·૩ ગણી બનાવો.

૭. એક લીટીમાંથી ૫ સરખા ભાગ કાપો.

૮. એક લીટીને ૩:૯ ના પ્રમાણમાં કાપો.

૯. એક લીટીને કાપો ને તેના ભાગોનું પ્રમાણ કહો.

કૃત્ય ૫ થી ૧૨ ઉપરના પ્રશ્નો.

૧. પાસે પાસેની બે બાજુ અને તેનો અંતર્ખુણો આપ્યાં હોય તો સ૦ ચ૦ દોરો.

૨. એક બાજુ બીજી કરતાં બમણી હોય એવો લંબચોરસ દોરો.

૩. ૬૦°ના ખુણાવાળો એક સ૦ ચ૦ આપેલી બાજુ ઉપર દોરો.

૪. એક ખુણો અને પરિમિતિ આપ્યાં હોય તો સ૦ ચ૦ દોરો.

૫. એક આપેલી લીટીથી આપેલા અંતરે આવે એવી એક સમાન્તર લીટી દોરો.

૬ ૧·૨", ૧·૮" અને ૨·૪" ની બાજુ અને કર્ણ અનુક્રમે હોય એવો સ૦ ચ૦ દોરો.

૭. ૩·૪ સે. મી. ની બાજુ અને ૫·૬ સે. મી. ની કર્ણ હોય એવો લંબચોરસ દોરો.

૮. બે પાસે પાસેની બાજુ અને સામસામેની બાજુનું અંતર આપ્યાં છે તો સ૦ ચ૦ દોરો

૯. એક કાટખુણાના ત્રણ સરખા ભાગ કરો.

૧૦. બે બાજુ અને પાયા ઉપરની ઉંચાઇ આપ્યાં હોય તો ત્રિકોણ દોરો.

૧૧. પાયો, એક બાજુ અને પાયા ઉપરની મધ્યગા આપ્યાં છે તો △ દોરો.

૧૨. પાયો, પાયા ઉપરની ઉંચાઇ અને એક બાજુ આપ્યાં હોય તો △ દોરો.

૧૩. બે કર્ણ અને એક બાજુ આપ્યાં છે તો સ૦ ચ૦ દોરો.

૧૪. પાયા ઉપરના બે ખૂણા અને પાયા ઉપરની ઉંચાઇ આપ્યાં હોય તો △ દોરો.

૧૫. આપેલી ઉંચાઇનો એક સમબાજુ ત્રિકોણ દોરો.

૧૬. શિરોબિંદુ ખૂણો ને ઉંચાઇ આપ્યાં હોય તો સમદ્વિબાજુ △ દોરો.

૧૭. જેનો શિરોબિંદુ ખુણો પાયા ઉપરના ખુણાથી ચારગણો હોય એવો એક સમદ્વિબાજુ △ બનાવો.

૧૮. ૧.૩"ના પાયા ઉપર એક સમદ્વિબાજુ △ બનાવો.

૧૯. પાયો અને ઉંચાઇ આપ્યાં હોય તો સમદ્વિબાજુ △ બનાવો.

૨૦. ૬૦°ના ખૂણામાંથી જતી કર્ણ ૨.૪" હોય એવો રોમ્બસ બનાવો.

૨૧. ૩.૪ સે. મી.ની મધ્યગા હોય એવો એક સમબાજુ △બનાવો.

૨૨. એક બાજુ અને કાટખૂણામાંથી કર્ણ ઉપર દોરેલો લંબ આપ્યાં હોય તો કાટખૂણ ત્રિકોણ બનાવો.

૨૩.* કર્ણ ને બે બાજુનો સરવાળો આપ્યાં છે તો કાટખૂણ △ બનાવો.

૨૪.* પરિમિતિ અને ઉંચાઇ આપ્યાં છે તો સમદ્વિબાજુ △ બનાવો.

૨૫ * પાયો અને શિરોબિંદુ ખૂણો આપ્યાં છે તો સમદ્વિબાજુ △બનાવો.

૨૬.* પાયો, અને શિરોબિંદુ ખૂણો અને પાયા ઉપરના એક ખૂણાનો સરવાળો આપ્યાં હોય તો સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ દોરો.

૨૭.* પાયો, અને એક બાજુ અને ઉંચાઇનો સરવાળો આપ્યાં છે તો સમદ્વિબાજુ △ દોરો.

૨૮.* એક આપેલી લીટીમાં પાયો હોય અને બે આપેલાં બિંદુમાંથી બાજુઓ જાય એવો એક સમબાજુ ત્રિકોણ દોરો.

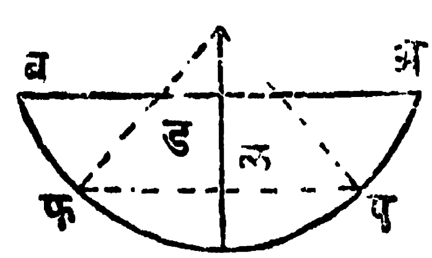
૨૯. પાયો, ઉંચાઇ, અને પરિલગ્ન વર્તુળની ત્રિજ્યા આપ્યાં હોય તો ત્રિકોણ દોરો.

૩૦. એક આપેલા ત્રિકોણમાં એવી એક લીટી દોરો કે તે પાયાથી ત્રીજે ભાગે હોઇ પાયાની સમાન્તર હોય અને તેના છેડા બાજુ ઉપર હોય.

૩૧. એક આપેલા ત્રિકોણમાં એવી એક લીટી દોરો કે તે પાયાથી ચોથે ભાગે ને પાયાની સમાન્તર હોઇ તેના છેડા બાજુ ઉપર હોય.

કૃત્ય સિદ્ધાંત ૧૩.

વર્તુળના આપેલા કૌંસને દુભાગવું.



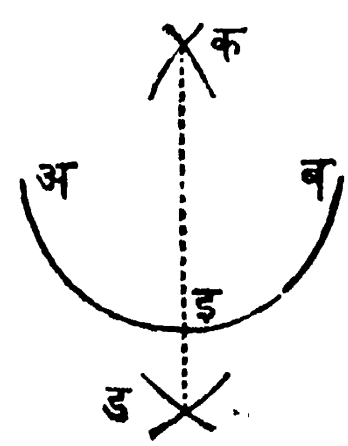
अकब એક આપેલું કૌંસ છે અને તેને દુભાગવાનું છે.

રચના—अब ને સાંધી તેને ड માં દુભાગો. (કૃ૦ સિ૦ ૨) અને डम, अबને ⊥ દોરી, मडને લંબાવી કૌંસને कમાં છેદવા દો (કૃ૦ સિ૦ ૩)

ત્યારે अबक કૌંસના क માં બે સરખા ભાગ થશે.

સિધ્ધતા—કરવાની નથી. કૃ૦ કૃ૦

અથવા—



પક્ષ—अइब કોઇપણ કૌંસ લો. **સાધ્ય**—ત્યારે अइब કૌંસને દુભાગવાનું છે.

રચના—अ મધ્યબિંદુ લઇ અને अबના અર્ધાથી સહેજ મોટી ત્રિજ્યા લઇ એક વર્તુળ દોરો. ब મધ્યબિંદુ અને તેવડીજ ત્રિજ્યા લઇ બીજો વર્તુળ દોરો. આ બે વર્તુળો क, डમાં છેદે છે. कड સાંધો.

જો कड કૌંસને इમાં છેદે તો अब કૌંસ इમાં દુભાગાય છે.

સિધ્ધતા—કરવાની નથી. કૃ૦ કૃ૦

પ્રશ્નો.

૧. મધ્યબિંદુ આગળ ૩૦° નો ખૂણો કરે એવા કૌંસને દુભાગો.

૨. એક અર્ધ વર્તુળને દુભાગો.

૩. એક અર્ધ વર્તુળથી ઓછા કૌંસને દુભાગો.

૪. એક અર્ધ વર્તુળથી મોટા કૌંસને દુભાગો.

૫. ૩·૪" ત્રિજ્યાના વર્તુળના મધ્યબિંદુ આગળ ૪૫° નો ખુણો કરે એવા કૌંસને દુભાગો.

૬. ૬·૨ સે.મી. ત્રિજ્યાના વર્તુળના મધ્ય બિંદુ આગળ ૬૨°નો ખુણો કરે એવા કૌંસને દુભાગો.

૭. એક કૌંસના ચાર સરખા ભાગ કરો; આઠ સરખા ભાગ કરો.

---

§૨૩. નિધાન રચના.

નોટ—નિધાનના સિદ્ધાંતો મંજુર થએલા અભ્યાસક્રમ પ્રમાણે વિદ્યાર્થીને કરવાના નથી માટે તે શીખવાની જરૂર નથી.

નિધાન અથવા કક્ષા.

ધારો કે प બિંદુ એવું છે કે તે હંમેશાં ગમે તે સ્થિતિમાં એક મુકરર म બિંદુથી ૫" અંતરે રહે છે. હવે प બિંદુની જુદી જુદી સ્થિતિઓ નક્કી કરી પાસે પાસેનાં બિંદુઓ જોડીએ તો જે લીટી થશે તે લીટી ઉપરનું દરેક બિંદુ म થી ૫" અંતરે હોવુંજ જોઇએ; માટે આવી લીટીને म થી ૫" અંતરે રહે એવા બિંદુનું નિધાન યા કક્ષા કહે છે. વળી अ બિંદુ એવું છે કે એક આપેલી લીટી बक થી હંમેશાં ૩·૧ સે. મી. ને અંતરેજ રહે છે. તેથી अ ની જુદી જુદી સ્થિતિઓ નક્કી કરી તેમાંથી જે લીટી દોરીએ તે अ નું बक ના સંબંધમાં નિધાન કહેવાય છે. એજ પ્રમાણે अ અને ब બે બિંદુથી સરખે અંતરે જે બિંદુ क હંમેશાં રહે છે

તેનું નિધાન પણ નીકળી શકે. કારણ કે જો क ની જુદી જુદી સ્થિતિ નીકળી શકે તેા એ બિંદુને સાંધનારી લીટી તે તે નિધાન છે.

વ્યાખ્યા—કોઇ આપેલી શરત પુરી કરી જુદી જુદી સ્થિતિમાં જય એક બિંદુ જે લીટી નક્કી કરે તે તે બિંદુનું **નિધાન** યા **કક્ષા** કહેવાય છે.

ઉપરથી સ્પષ્ટ થશે કે નિધાન રચનામાં નીચેની બાબતેા જરૂરની છેઃ—

(૧) સ્થિર આપેલી લીટી યા બિંદુ;

(૨) એક જુદી જુદી સ્થિતિમાં ફરતું બિંદુ;

(૩) આપેલી અમુક શરત અને

(૪) ખસતું બિંદુ જે દેારે તે લીટી.

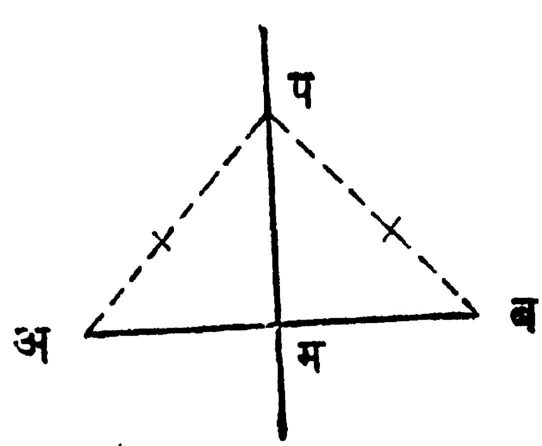
ઉપરની વ્યાખ્યામાં "જે લીટી દેારે તે" શબ્દેામાં "લીટી" એટલે "વક્ર યા સીધી લીટી", "એક યા વધારે લીટી" બન્ને અર્થ સમજવા.

વળી કેાઇ પણ નિધાન કાઢતી વેળા બતાવવું જોઇએ કે એવી લીટીનું કેાઇપણ બિંદુ આપેલી શરત પુરી કરે છે; અને તે લીટીની બહારનું કેાઇ પણ બિંદુ આપેલી શરત પુરી કરતું નથી. પણ આ દ્વિતીય સિદ્ધતા વધારે સહેલી હેાવાથી વિદ્યાર્થીને માટે પ્રશ્ન તરીકે રહેવા દીધી છે.

---

(૧). આપેલી લીટીને દુભાગનાર નિધાન.

એક બિંદુ એવી રીતે ખસે છે કે તેનાં અંતરેા બે આપેલાં બિંદુથી હંમેશાં સરખાં છે તેા તે બિંદુનું નિધાન કાઢવું.



अ, ब એ આપેલાં સ્થિર બિંદુઓ છે અને प એવું ખસતું બિંદુ છે કે अ, ब થી તેનાં અંતરો હંમેશાં સરખાં રહે છે. ત્યારે प નું નિધાન કાઢવાનું છે.

∵ अब લીટીનું મધ્યબિંદુ म, अ, અને ब થી સમાન અંતરે છે,

∴ म, प ની એક સ્થિતિ છે.

ધારો કે प એ ખસતા બિંદુની એક બીજી સ્થિતિ છે.

તેથી पअ = पब. पम સાંધો.

હવે ∵ पअम અને पबम △ આમાં पअ = पब, अम = बम, અને पम સામાન્ય છે; ∴ △ पअम ≡ △पबम છે. (પ્ર૦સિ૦ ૧૪).

∴ ∠पमअ = ∠पमब ∴ पम, अबને લંબ છે,

એટલે प, જે अ, અને ब થી સરખે અંતરે છે તે अबના દુભાગનાર લંબ ઉપર છે.

એજ પ્રમાણે पम ઉપર ગમે તે બિંદુ લઇએ તો તે अ, અને ब થી સમાન અંતરે છે.

∴ मप, એ अ, ब થી હંમેશાં સરખે અંતરે રહેતા प નું નિધાન છે. કૃ૦ કૃ૦

નોટ–ઉપલી પ્રતિજ્ઞા નીચે પ્રમાણે પણ મૂકી શકાય છેઃ–

(૧) બે સ્થિર બિંદુથી સરખે અંતરે રહેતા બિંદુનું નિધાન કાઢવું.

(૨) બે સ્થિર બિંદુથી સરખે અંતરે રહેતા બિંદુનું નિધાન તે બે સ્થિર બિંદુઓને જોડનારી સીધી લીટીનો દુભાગનાર લંબ છે.

પ્રશ્નો.

૧. એક આપેલા બિંદુથી ૨.૧″ ને અંતરે રહેતા બિંદુનું નિધાન કાઢો.

૨. ઘડિઆળના મીનીટ કાંટાની અણીનું નિધાન શું? કલાક કાંટાની અણીનું નિધાન શું?

૩. અવાજ ૧″ માં ૩૮૦ વાર જાય તો એક સેકન્ડે જે લોકો અવાજ સાંભળે તેનું નિધાન શું? (યોગ્ય સ્કેલ લેવું.)

૪. એક આંકણીને કાગળ ઉપર રાખી ગેાળ ફેરવીએ તેા તેની ધરીનું નિધાન શું? તેના છેડાના મધ્ય બિંદુનું નિધાન શું?

૫. એક રસ્તાની કેારેાથી સરખે અંતરે એક માણસ જાય તેા તેનું નિધાન શું?

૬. એક બારણાને ઉઘાડીએ તેા તેની ધરીનું નિધાન શું?

૭. બે રૂપીયાને ટેબલ ઉપર સાથે રાખી એકને સ્થિર કરી બીજાને ફેરની અડેાઅડ ફેરવીએ તેા તેના મધ્ય બિંદુનું નિધાન શું?

૮. એક વર્તુળાકાર રસ્તાની કેારથી એક વાર છેટે એક ટપાલી દેાડે તેા તેનું નિધાન શું?

૯. એક પથરેા હાથમાંથી જમીન ઉપર પડતેા મૂકયેા હેાય તેા તેના ગુરૂત્વબિંદુનું નિધાન શું?

૧૦.* એક બિંદુ એવું છે કે તે બે આપેલી કાટખુણે છેદતી લીટીઓમાંની દરેકથી સરખે અંતરે રહે છે તેા તેનું નિધાન શું?

૧૧.* એક આંકણીનેા એક છેડેા જમીન પર છે અને બીજો છેડેા દિવાલ પર છે અને જો છેડા હંમેશાં એ પ્રમાણે રાખી આંકણીને ખસેડીએ તેા તેના મધ્યબિંદુનું નિધાન શું?

૧૨.* પ્રશ્ન ૧૦ મામાં ખસતું બિંદુ એકથી બીજીથી બમણે કે ત્રણ ગણે અંતરે રહે તેા તેનું નિધાન શું?

૧૩.* એક બિંદુ એવું છે કે બે કાટખુણે છેદતી લીટીઓથી તેનાં અંતરેાનેા સરવાળેા ૫·૦" છે તેા તેનું નિધાન શું?

૧૪.* પ્રશ્ન ૧૩ મામાં બાદબાકી ૩·૦" રહે તેા તેનું નિધાન શું?

૧૫.* ત્રણ આપેલાં બિંદુથી સરખે અંતરે છે એવું બિંદુ શેાધી કાઢેા.

૧૬.* એક એવું બિંદુ શેાધી કાઢેા કે તે અ થા ૪·૦" અને બ થી ૪·૫" છેટે હેાય.

૧૭* એક આપેલા વર્તુળથી અંતર ૨·૪" રાખે એવા બિંદુનું નિધાન કાઢેા.

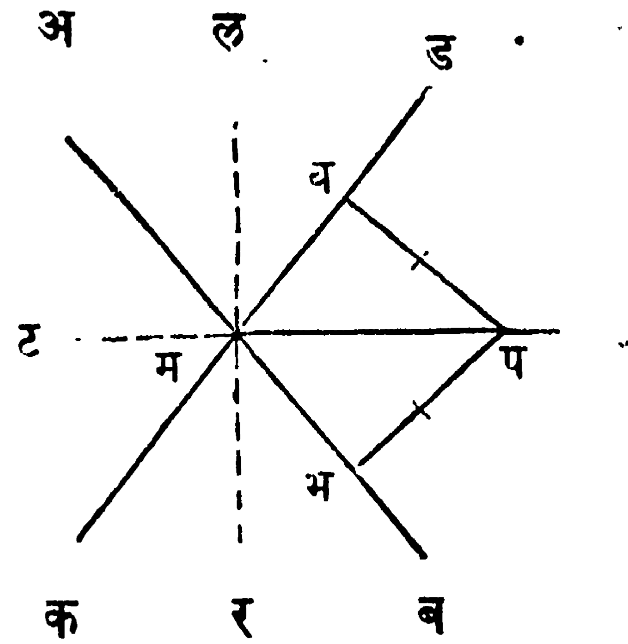
૧૮.* अ, ब થી સરખે અંતરે આવેલું એક બિંદુ पक ઉપર છે તો તે બિંદુ શોધી કાઢો.

૧૯.* अ બિંદુ बक લીટીથી ૩·૧" છેટે હંમેશાં રહે છે તો તેનું નિધાન કાઢો.

---

(૨) આપેલા ખુણાને દુભાગનાર નિધાન.

બે આપેલી અરસપરસ છેદતી સીધી લીટીથી સરખે અંતરે આવેલા બિંદુનું નિધાન કાઢવું.



अब, कड બે સીધી લીટી मમાં છેદે છે અને प, એવું બિંદુ છે કે તેનાં અંતર अब, कड થી હંમેશાં સરખાં છે; તો તેનું નિધાન કાઢવાનું છે.

∵ म, अब, कड બન્ને ઉપર છે તેથી બન્નેથી તેનું અંતર શૂન્ય છે.

∴ म, प ની એક સ્થિતિ છે.

ધારો કે प બીજી સ્થિતિ છે. ∴ पय = पभ છે. पम સાંધો.

હવે ∵ △ पयम અને △ पभम માં

पम કર્ણ છે અને पय = पभ અને ∠य = ∠भ = ૯૦° છે.

∴ प, ∠डमब ને દુભાગનાર લીટી ઉપર છે. (પ્ર૦ સિ૦ ૧૫)

અને એજ પ્રમાણે प, ∠अमड ને દુભાગનાર લીટી ઉપર પણ છે.

∴ प, म આગળના ખૂણાને દુભાગનારી લીટીઓ ઉપર છે અને प, ગમે ત્યાં આવે તો પણ पव = पम.

∴ આ ખૂણાને દુભાગનારી લીટીઓની જોડ એ બિંદુનું નિધાન છે. કૃ૦ કૃ૦

નોટ—ઉપલી પ્રતિજ્ઞા નીચે પ્રમાણે પણ આવી શકે છે:-

(૧) એક બીજીને છેદતી બે સીધી લીટીઓથી સરખે અંતરે રહેતા બિંદુનું નિધાન બે આપેલી લીટીની વચ્ચેના ખુણાઓને દુભાગનાર લીટીની જોડ છે.

(૨) એક બીજીને છેદતી બે સીધી લીટીઓથી સરખે અંતરે રહેતા બિંદુનું નિધાન કાઢવું.

નિધાન ઉપર નોટ.

બે આપેલી લીટીઓથી એક બિંદુ ૪·૧″ ને છેટે છે તો તે બિંદુ શોધી કાઢો.

(૧) ધારો કે अमब, कमड બે આપેલી લીટી मમાં છેદે છે.

अमबथी ૪·૧″ ને છેટે આવેલાં બિંદુઓનું નિધાન કાઢો.

कमडથી ૪·૧″ને છેટે આવેલાં બિંદુઓનું નિધાન કાઢો.

આ બે નિધાન એક બીજાને ૪ જુદી જુદી જગ્યાએ છેદે છે માટે આ ચાર બિંદુઓ માગેલા બિંદુની સ્થિતિ છે.

(૨) ધારો કે अब ∥ कड છે.

(અ) अबથી ૪·૧″ છેટે આવેલાં બિંદુનું નિધાન કાઢો.

कडથી પણ ૪·૧″ છેટે આવેલાં બિંદુની નિધાન કાઢો.

अब ∥ कड છે ∴ આ નિધાન પણ ∥ છે અને બિંદુ અશક્ય છે.

(બ) પણ अब અને कड નું અંતર ૮.૨" હોય તો આ બન્ને નિધાનો એક બીજા ઉપર મળી જશે અને માગેલું બિંદુ આ એક મળી જતી લીટી ઉપર છે.

ટીપ. આ પ્રમાણે જ્યારે કોઇ રચના નિધાનરચના સાથે સંબંધ ધરાવતી હોય ત્યારે સઘળી જુદી શરતો લઇ નિધાનો કાઢવાં અને આ બધી શરતોને એકઠી કરી લઇ નિધાનોને અરસપરસ છેદતાં કરવાં. આ છેદનાબિંદુ એક નહિ પણ તેથી વધારે શરતો પુરી કરે છે. અને એજ પ્રમાણે માગેલી રચના થઇ શકે છે.

નિધાન છેદનમાં વિદ્યાર્થીને ખાસ લક્ષમાં રાખવાનું છે કે આપેલો પક્ષ શું છે; અને કેટલા જુદા જુદા ભાગ થઇ શકે છે; આ ભાગનાં કયાં કયાં નિધાન છે; અને આ નિધાનોને એકઠાં કરવાથી શું પરિણામ આવે છે; આ પ્રમાણે કરતાં પ્રશ્નોની રચના સહજ નીકળી આવશે. કોઇ કોઇ વખતે એક કરતાં વધારે રચના પણ આવે છે અને દરેક રચના અવશ્યની છે; તેમજ કોઇ વખતે રચના અશકય છે અને તેનું કારણ એવું હશે કે આપેલી શરતો સિવાયની બીજી કોઇ સ્વતંત્ર શરત રહી જતી હશે. બધા પ્રશ્નોમાં ઉપર કહ્યા પ્રમાણે રચના તેમજ સિદ્ધતા આપવી અવશ્યની છે. કારણકે તે સિવાય પ્રશ્ન પૂર્ણ થયા કહેવાય નહિ.

પ્રશ્નો.

૧. કોઇ પણ ખુણાને દુભાગનારી લીટી ઉપરનું કોઇ પણ બિંદુ શાખા લીટીઓથી સમાન અંતરે છે.

૨. अ એક સ્થિર બિંદુ અને बक એક સ્થિર લીટી છે. प, बक ઉપર ખસે છે; अप લંબાવતાં તેની ઉપર पड = अप તો ड નું નિધાન એક સમાન્તર લીટી છે.

૩. ૬૭°ને ખૂણે બે લીટીઓ દોરો એકથી ૩.૪ સે. મી. અને બીજીથી ૨.૯ સે. મી. દૂર રહે તે બિંદુ શોધી કાઢો.

૪. એક આપેલા બિંદુથી અને એક આપેલી લીટીથી ૪.૦" દૂર રહેતું બિંદુ શોધી કાઢો. આ ક્યારે અશક્ય છે?

૫. अ, बथी ૪.૪" દૂર છે. એક એવું બિંદુ શોધી કાઢો કે તે अथी ૫.૦" અને बथी ૫.૯" દૂર હોય. કેટલાં બિંદુ નીકળશે?

૬. એક વર્તુળમાં अ ને ब બિંદુ છે. તો વર્તુળ ઉપર अ, ब થી સરખે અંતરે આવેલાં બિંદુ શોધી કાઢો.

૭. कब, कड થી સરખે અંતરે આવેલું બિંદુ पम ઉપર શોધી કાઢો.

૮. अ, ब થી ૬.૦ સે. મી દૂર છે તો क એવું બિંદુ શોધી કાઢો કે તે अથી ૪.૦ સે. મી. અને बથી ૫.૦ સેં. મી. દૂર હોય.

૯. अब થી ૪.૦ સે. મી. દૂર અને कड થી ૫.૦ સે. મી. દૂર આવેલાં બિંદુ શોધી કાઢો.

૧૦. એક આપેલી કર્ણ ઉપર દોરેલા કાટખુણ ત્રિકોણનાં શિરોબિંદુનું નિધાન કાઢો.

૧૧. ૪.૦" બાજુવાળા સમબાજુ ત્રિકોણનાં શિરોબિંદુથી ૩.૫" દૂર પાયા ઉપર બિંદુઓ શોધી કાઢો. તેનું અરસપરસ અંતર માપો.

૧૨. ૧.૭" બાજુવાળા સમબાજુ $\triangle$ ની બાજુથી .૯" દૂર આવેલું બિંદુ પાયા ઉપર શોધો; પાયાના બે ભાગને માપો.

૧૩. अबक સમદ્વિબાજુ $\triangle$માં $\angle$ब = $\angle$क = ૨ $\angle$अ છે, તો अब બાજુ ઉપર प બિંદુ શોધો કે જે बक (પાયો) અને अक થી સરખે અંતરે હોય. બતાવો કે अप = कप = कब છે.

૧૪. કોઇ પણ ત્રિકોણના પાયા ઉપર એવું બિંદુ શોધો કે જે બન્ને બાજુથી સરખે અંતરે હોય.

૧૫. ૪.૦" વ્યાસ ઉપરના વર્તુળમાં વ્યાસની ‖ એક લીટી દોરો; આ બે લીટીથી સરખે અંતરે આવેલાં બિંદુઓ શોધી કાઢો.

૧૬. એક વર્તુળમાં अब વ્યાસ અને अक, એક જ્યા છે. પરિધ ઉપર अब, अकથી સરખે અંતરે આવેલાં બિંદુ શોધો.

૧૭. પ્રશ્ન ૧૬માં अब, ને લંબાવેલી कअ લીટીથી સરખે અંતરે પરિધ ઉપર આવેલું બિંદુ શોધો.

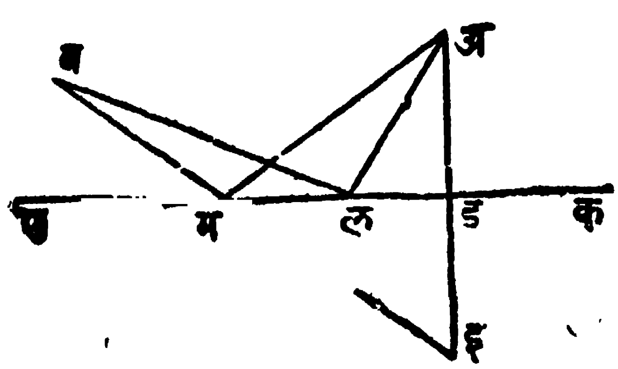
૧૮. अ એક સ્થિર બિંદુ છે અને बक ઉપર ड એક ખસતું બિંદુ છે; તો अड ના મધ્ય બિંદુનું નિધાન શોધો.

નવી ભૂમિતિ ભાગ ૧ લાનો કૃત્ય ભાગ સમાપ્ત.

પરિશિષ્ટ अ. § ૨૪. થોડાક પ્રશ્નોની સિદ્ધતા.

પ્રશ્ન ૧ લો.

अ, ब બિંદુમાંથી पक સીધી લીટી સુધી એવી બે સીધી લીટી દોરો કે તેનો સરવાળો સૌથી ન્યૂન પરિમાણનો હોય.



(૧) ધારો કે अ, ब આપેલી લીટીની એકજ બાજુએ છે. अड ⊥ पक દોરો અને अड લંબાવી अड=इड કરો. पक માં કોઇ પણ બિંદુ ल લો. अल, बइ, बल સાંધો; અને बइ, पक ને म માં છેદે છે.

∵ △ मडअ ≡ △ मइड, ∴ मअ = मइ,

∴ बम + मअ = बइ. વળી बलइ △ માં

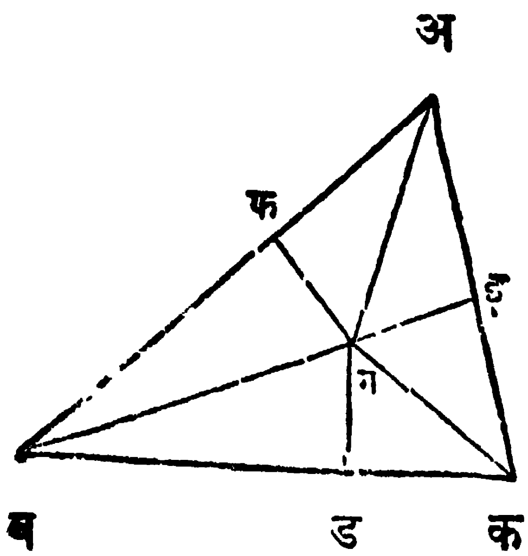
बल + लइ > बमइ એટલે, > बम + मअ

∴ म માગેલું બિંદુ છે.

(૨) જ્યારે अ, ब, पक ની વિરૂદ્ધ બાજુએ હોય તો સ્પષ્ટ છે કે अब, જો पक ને म માં છેદે તો म, માગેલું બિંદુ છે. ક્રૃ૦ ક્રૃ૦

પ્રશ્ન ૨ જો.

ત્રિકેાણના ખુણાને દુભાગનારી લીટીઓ એક બિંદુ ગામી છે.



अबक △ ના ∠ ब, ∠ क ને बग, कग થી દુભાગેા. गअ સાંધેા.

गइ, गड, गफ ⊥; બાજુઓ પર દોરેા.

∵ गब, ∠ ब ને દુભાગે છે.

∴ गड = गफ.

અને ∵ गक, ∠क ને દુભાગે છે.

∴ गड = गइ ∴ गइ = गफ = गड.

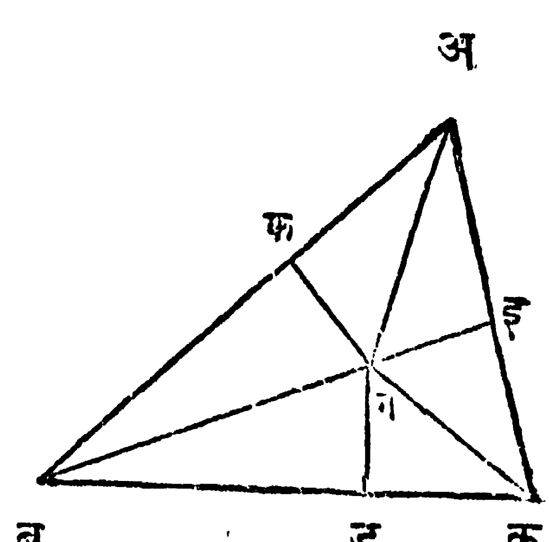
વળી ∵ अफग △ અને अइग △ માં अग સામાન્ય છે;

અને गफ = गइ; અને ∠फ = ∠इ = ૧ ∟

∴ गअ, ∠ अ ને દુભાગે છે. પ્ર૦ સિ૦

પ્રશ્ન ૩ જો.

ત્રિકેાણની બાજુનાં મધ્ય બિંદુમાંથી દોરેલી લંબ એક-બિંદુગામી છે.

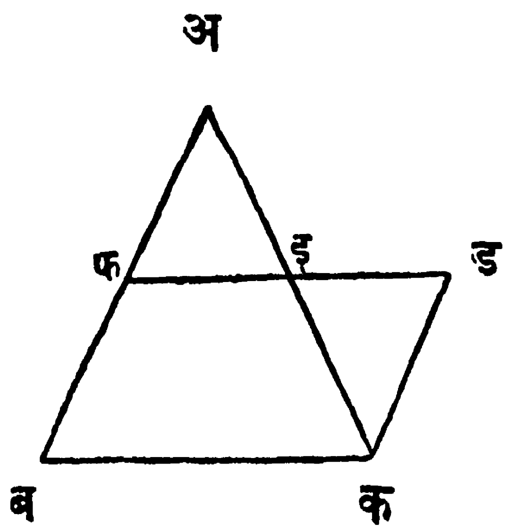


અ, બ, ક નાં ड, इ, फ, મધ્ય બિંદુ છે. इग ⊥ अक અને फग ⊥ अब દોરેા. આ લંબ गમાં મળવીજ જોઇએ, કારણ કે જો ન મળે તેા તેઓ ∥ છે અને ∴ अब ∥ अक (!) પણ એ અશક્ય છે.

∴ इग, फग, गमां छेदे छे. गड अने गअ गब, गक सांधो.
∵ गफ, अबनो દુભાગનાર ⊥ છે. ∴ गअ = गब
અને તેજ પ્રમાણે गअ = गक ∴ गअ = गब = गक
અને ∵ △गबड ≡ △गकड
∴ गड ⊥ बक છે. પ્ર० સિ०

પ્રશ્ન ૪ થો.

એક ત્રિકોણની બે બાજુનાં મધ્યબિંદુને જોડનારી સીધી લીટી ત્રીજી બાજુને સમાન્તર અને તેથી અર્ધી છે.



अबक △ ની अब, अक નાં फ, इ, મધ્ય બિંદુ છે.

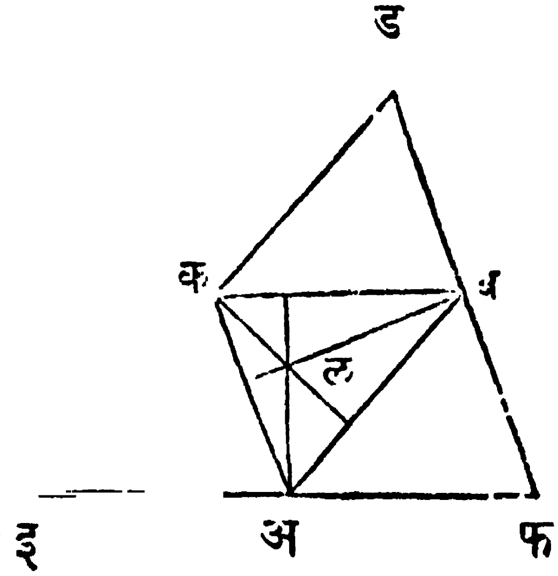
फइ લંબાવી इफ = इड કરો.

डक સાંધો.

∵ △ अफइ ≡ △ कडइ,
∴ ∠अ = ∠इकड ∴ अब ∥ कड
અને अफ=फब=कड ∴ कड ∥ = बफ ∴ बड સ० ચ० છે.
પણ डफ=२ इफ ∴ बक = २ इफ અને कब ∥ फइ. પ્ર० સિં०

પ્રશ્ન ૫ મો.

ત્રિકોણની બાજુઓ પર સામેનાં શિરોબિંદુઓમાંથી દોરેલી લંબ એકબિંદુગામી છે.



अबक △ નાં अ, ब, कમાંથી इअफ डबफ અને डकइ △ની બાજુઓ ∥ દોરો.

∵ अक ∥ फब અને बक ∥ फअ,

∴ अफबक સ૦ ચ૦ છે.

∴ अक = फब; તેજ પ્રમાણે

अक = बड, बक = फअ = अइ અને बअ = कइ = कड.

∴ डइफ △ ની બાજુનાં अ, ब, क, મધ્ય બિંદુમાંથી દોરેલી લંબો लમાં એક બિંદુ ગામી છે.

પણ अबक △ની બાજુ ∥ डइफ △ની બાજુ.

∴ अल, बल, कल લંબ अबक △ની બાજુ ઉપર પણ લંબ છે. પ્ર૦ સિ૦

પ્રશ્નો.

૧. पक, रव એ સીધી લીટી અને अ, ब એ બિંદુ તેઓની વચ્ચે આપેલાં છે તો पक પર ड અને रव પર इ બિંદુ એવાં શોધો કે अड + डइ + इब સૌથી ન્યૂન હોય.

૨. બે આપેલાં બિંદુથી એક આપેલી સીધી લીટી સુધી એવી બે લીટી દોરો કે તેઓ આપેલી લીટી સાથે સરખા ખુણા કરે.

૩ * ત્રણ આપેલી સીધી લીટીને છેદે એવો अ, बની વચ્ચે ટુંકામાં ટુંકો રસ્તો શોધી કાઢો.

૪ * એક સીધી લીટીની વિરૂદ્ધ બાજુ પર આપેલાં બે બિંદુથી તે લીટીના કોઇ બિંદુ સુધી એવી લીટી દોરો કે તેઓનો તફાવત મહત્તમ હોય.

૫.* બે આપેલી લીટીથી સરખે અંતરે અને બે આપેલાં બિંદુથી પણ સરખે અંતરે હોય એવું બિંદુ શોધી કાઢો.

૬. ત્રણ લીટીથી સરખે અંતરે હોય એવું બિંદુ શોધી કાઢો.

૭. એક Δની બહારના બે ખુણા, અને સામેના શિરોબિંદુ આગળના ખુણાને દુભાગનારી લીટીઓ એક બિંદુ ગામી છે.

૮. જો ત્રણ લીટીઓ, અરસપરસ બબ્બે છેદે તો ત્રણેથી સરખે અંતરે રહેતાં ચાર બિંદુઓ છે

૯. બે ત્રિકોણોમાં એકની બે બાજુ બીજાની બે બાજુની બરાબર છે અને અંતર્ખુણા અસમાન છે તો મોટા અંતર્ખુણાની સામેની બાજુ નાના અંતર્ખુણાની સામેની બાજુ કરતાં મોટી છે.

૧૦. પ્રશ્ન ૯ નો પ્રતીપ સિદ્ધ કરો.

૧૧. अड, अबक Δની મધ્યગા છે. જો अक > अब, તો ∠अडक > १⌊.

૧૨. अबक Δમાં बक પાયો છે અને अड મધ્યગા છે; તો જે પ્રમાણે ∠अ, કાટખૂણો, પહોળો ખૂણો અથવા સાંકડો ખૂણો હોય તે પ્રમાણે अड = < અથવા > ½ बक છે.

૧૩. પ્રશ્ન ૧૨ નો પ્રતીપ સિદ્ધાંત સિદ્ધ કરો.

૧૪. જે ખુણામાંથી મધ્યગા દોરી છે, તે ખુણો કરતી બાજુઓના અર્ધાથી તે મધ્યગા ઓછી છે.

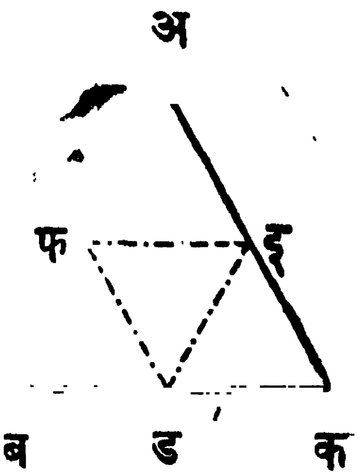
૧૫. ત્રણ આપેલાં બિંદુથી સરખે અંતરે હોય એવું બિંદુ શોધો.

૧૬. એક ત્રિકોણની આસપાસ એક વર્તુળ દોરો.

૧૭. કોઇ પણ ચતુષ્કોણની બાજુનાં મધ્ય બિંદુ જોડવાથી થતો ચતુષ્કોણ સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણ છે.

૧૮. કોઇ પણ ચતુષ્કોણમાં બે સામેની બાજુનાં મધ્યબિંદુને કર્ણોના મધ્યબિંદુ જોડે સાંધવાથી થતો ચતુષ્કોણ સ૦ ચ૦ છે

૧૯. अबक Δમાં ∠क = १⌊; बक નું ड મધ્યબિંદુ છે અને अब માંથી बइ = ¼ अब કાપી છે તો डइ = बइ.



૨૦. એક ત્રિકોણની એક બાજુના મધ્ય બિંદુમાંથી પાયાને સમાન્તર દોરેલી લીટી બીજી બાજુને દુભાગે છે.

૨૧. એક ત્રિકોણની બાજુનાં મધ્યબિંદુને જોડનારી લીટીઓથી △ ના ચાર સર્વ સમાન ભાગ થાય છે.

૨૨. કોઇ પણ સ૦ ચ૦ નાં શિરોબિંદુમાંથી બહારની એક લીટી પર સમાન્તર દોરી હોય તો સામસામેનાં શિરોબિંદુઓ-માંથી દોરેલી || ની એક જોડ મળી બીજી જોડની બરાબર છે.

૨૩. સ૦ ચ૦ ની સામ સામેની બાજુનાં મધ્યબિંદુને જોડનારી લીટી કર્ણોના છેદન બિંદુમાંથી જાય છે.

૨૪. अबकड સ૦ ચ૦ ની अब, कडनां इ, फ મધ્ય બિંદુ છે તો डइ અને बफ, अकના ત્રણ સરખા ભાગ કરે છે.

૨૫. કોઇ બે લીટી अब, कडनां इ, फ મધ્ય બિંદુ છે અને अक, इफ, बड સાંધી છે. જો अक || इफ, તો बड || इफ.

૨૬. ચતુષ્કોણની બાજુનાં મધ્યબિંદુ જોડવાથી થતો સ૦ ચ૦ આપેલા ચતુષ્કોણથી અર્ધો છે.

૨૭. अबक △માં बगइ, कगफ મધ્યગા દોરો. गब, गक ને र, ल માં દુભાગો, इफ, फर, रल, लइ સાંધી સિદ્ધ કરો કે ત્રણ મધ્યગાઓ એક બિંદુગામી છે અને દરેક તેજ બિંદુમાં ત્રીજે ભાગે છેદાય છે.

૨૮. એક △નાં શિરોબિંદુમાંથી સામેની બાજુની || લીટીઓ દોરી એ પ્રમાણે થતા △ની બાજુ આપેલા △ ની બાજુથી બમણી છે.

૨૯. अबकड સ. ચ. માં म, अडनुं મધ્ય બિંદુ અને इ, बकनुं મધ્યબિંદુ છે તો बम, અને डइ, अकના ત્રણ સરખા ભાગ કરે છે.

૩૦. अबकड ચ૦માં प, अबनुं અને र, कडनुं મધ્ય બિંદુ છે. અને पर, डबने દુભાગે છે તો अड || बक છે.

૩૧. अब લીટીના છેડા અને તેના મધ્ય બિંદુમાંથી તેને છેદતી અથવા તેની બહારની બીજી કોઇ પણ સીધી લીટી સુધી દોરેલી સમાન્તરોમાં પહેલી અને ત્રીજીનો તફાવત અથવા સરવાળો બીજીનાથી બમણો છે.

પરિશિષ્ટ ब. § ૨૫. પૃથક્કરણ.

ગણિતશાસ્ત્રના અન્ય વિષય કરતાં ભૂમિતિમાં પ્રશ્ન છોડવાનું કામ વધારે ભારી લાગે છે તેનાં થોડાંક કારણો નીચે પ્રમાણે છેઃ—

(૧) ભૂમિતિમાં આપેલા મુખ્ય સિદ્ધાંતો-પ્રમેયો અને કૃત્યો-બરાબર સમજવા જોઇએ એટલુંજ નહિ પણ તે ઉપરના પ્રશ્નો છોડવવાનો પ્રયત્ન કરવામાં આવે તે પહેલાં તેને મગજમાં બરાબર ઠસાવવા જોઇએ.

(૨) પ્રશ્નો અનેક પ્રકારના હોય છે તેથી અંકગણિત કે બીજા ગણિતની માફક ભૂમિતિમાં પ્રશ્ન છોડવાને માટે ચોક્કસ નિયમો સ્થાપી શકાય નહિ.

(૩) મુખ્ય સિદ્ધાંતોમાં કયાં કારણથી અમુક રીતનીજ સિદ્ધતા લેવામાં આવે છે તે કારણો એકદમ સમજાય એવાં નથી.

ભૂમિતિના સિદ્ધાંતો એકીકરણ પ્રદ્ધતિથી સિદ્ધ કરવામાં આવ્યા છે; એટલે પહેલાં પ્રતિજ્ઞાથી લઇ રચના કરી પાછળ આપેલા સિદ્ધાંતોનો આધાર લઇ એક પછી એક પદ મુકી માગેલો સાધ્ય સાબિત કરવામાં આવ્યો છે.

આ પ્રમાણે ભૂમિત એકીકરણમાં જાણેલાં પરિણામો ઉપરથી નવાં પારણામો સિદ્ધ કરવામાં આવે છે. પણ એ રીતે કાંઇ રચના ભાગ કે સિદ્ધતા ભાગ શોધી કાઢી શકાતો નથી. આ ભાગ શોધવાને માટે નીચેની સૂચનાઓ કામ લાગશેઃ—

(૧) પ્રશ્નનો મુખ્ય પક્ષ આવી જાય એ પ્રમાણે બરાબર આકૃતિ કાઢવી. સરખી લીટીઓ, સરખા ખુણાઓ-પ્રતિજ્ઞાની એવી શરતો આકૃતિમાં બતાવવી. જે પરિણામ લાવવાનું હોય તે સાથે બાજુ પર લખી દેવું.

(૨) બે લીટીઓ કે ખૂણાઓ સરખા ફક્ત દેખાતા હોય તેટલા ઉપરથી સરખા ધારી લેવા નહિ. સરખાં નહિ આપ્યાં હોય તો ખૂણા અને લીટી કદી પણ સરખાં દોરવાં નહિ. ત્રિકોણ ફક્ત આપ્યો હોય તો સમદ્વિબાજુ કે સમબાજુ ત્રિકોણ દોરવો નહિ; ચતુષ્કોણ ફક્ત આપ્યો હોય તો ત્યાં સમચોરસ કે લંબચોરસ લેવો નહિ. ચતુષ્કોણમાં બધી બાજુ અને બધા ખુણા અસમાન દોરવા. જો વર્તુળો દોરવાના હોય તો આપ્યા સિવાય તેઓની ત્રિજ્યા સરખી લેવી નહિ, વગેરે...

(૩) પ્રતિજ્ઞાથી અને સાધ્યથી જે **સિદ્ધાંતો સૂચવાતા** હોય તે લક્ષમાં રાખવું; જેમકે, બે લીટીઓ સમાન્તર સિદ્ધ કરવાની હોય તો તે ૪થો, ૫મો, ૬ઠ્ઠો કે ૭મો સિદ્ધાંત સૂચવે છે, વગેરે...

(૪) આપેલા પક્ષ પરથી જે સત્યતા સિદ્ધ થઇ શકતી હોય તે શોધી કાઢવી; અને તેને લગતી સત્યતા પણ લક્ષમાં રાખવી, કે કદાચ તેમાંથી માગેલું પરિણામ નીકળી શકે; એટલે કે પ્રતિજ્ઞા ઉપરથી થોડાં પદ **આગળ** ચલાવવાં અને સાધ્ય પરથી થોડાં પદ **પાછળ** ચલાવવાં.

(૫) જો એમ છતાં પણ સાબિતી પુરેપુરી ન મળે તો કોઇ પણ ઉપલકીઆ રીત કામ લાગતી નથી અને વિદ્યાર્થીએ પોતાની શક્તિ વધારે વાપરવી.

(૬) પ્રતિજ્ઞા ઉપરથી નીકળતી **સઘળી સત્યતાઓનો** ઉપયોગ કર્યા વિના ઘણું ખરું પ્રશ્ન છોડી શકાય નહિ.

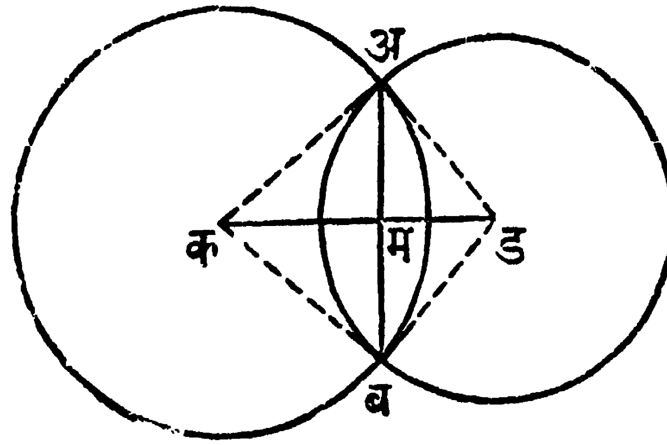
સામાન્ય રીતે પ્રશ્ન છોડવાની શક્તિ પોપટીઆ જ્ઞાનથી આવતી નથી; પણ એ કામમાં હોશિઆરી મેળવવાને વિદ્યાર્થીએ અતિશય મ્હાવરો પાડવો જોઇએ અને ઘણીજ કુનેહનો ઉપયોગ કરવો જોઇએ. આ પ્રમાણે આપેલા પક્ષ અને માગેલા સાધ્યનું કારણ સહિત **પૃથક્કરણ** કરી તે પક્ષને એવી રીતે પદબંધ ગોઠવવો કે માગેલો સાધ્ય લાવવાને એક પછી એક પદ મુકી **એકીકરણ** લક્ષમાં આવી જાય.

નીચેના પ્રશ્નો પૃથક્કરણથી કરી બતાવ્યા છે.

પ્રશ્ન अ.

જો બે વર્તુળો એક બીજાને છેદે તો તેઓની મધ્યબિંદુ લીટી તેઓની સામાન્ય જ્યાને કાટખુણે દુભાગે છે.

क, ड મધ્યબિંદુના બે વર્તુળો अ, बमां छेदे छे, त्यारे कड, अब ने કાટખુણે દુભાગશે.



પૃથક્કરણ—આકૃતિમાં બે વર્તુળો છે. ∴ कअ = कब અને डअ = डब. વળી अम = मब અને ∠अमक = ∠बमक થવા જોઇએ. તે પરથી માલમ પડે છે કે જો બે પાસે પાસેના ખુણા સરખા થાય તો अकम △ ≡ △ बमक. વળી △ अमक ≡ △ बमक થવાને માટે △ ઓમાં अक = कब અને कम સામાન્ય છે; તેથી ∠ अकम = ∠ बकम થવો જોઇએ;

પણ ∠अकम = ∠बकम થવાને માટે △ अकड ≡ △बकड જોઇએ;

અને આ △ ઓમાં એકના ત્રણ અંગ = બીજાનાં ત્રણ અંગ છે, તેથી નીચે પ્રમાણે સિદ્ધતા આવી શકે છે.

એકીકરણઃ—રચના. कअ, कब, डअ, डब સાંધો.

સિદ્ધતા—अकड △ અને बकड △ માં अक = बक, अड = बड અને कड સામાન્ય છે; ∴ △ઓ સર્વ સમાન છે; (પ્ર૦ સિ૦ ૧૪)

∴ ∠अकम = ∠ बकम.

વળી अकम △ અને बकम △ માં अक = बक, कम સામાન્ય છે અને ∠अकम = ∠बकम ∴ △ ઓ સર્વ સમાન છે. (પ્ર૦સિ૦ ૧૦)

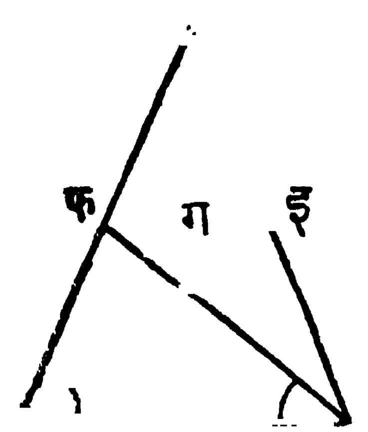
∴ मअ = मब અને ∠अमक = ∠बमक = ૧ ⌊. પ્ર૦ સિ૦

નોટ ૧—એકીકરણમાં પૃથક્કરણમાંનાં પદોનો ક્રમ ઉલટો છે.

નોટ ૨—પ્રશ્નની સિદ્ધતા લખવામાં પૃથક્કરણનો ભાગ ન આપતાં રચના અને સિદ્ધતાનાજ ભાગોની જરૂર છે.

પ્રશ્ન ब.

જો કોઇ ત્રિકોણમાં બે મધ્યગાઓ બરાબર હોય તો ત્રિકોણ સમદ્વિબાજુ છે.



अबक △માં बइ મધ્યગા = कफ મધ્યગા છે ત્યારે △ अबक સમદ્વિબાજુ થશે.

પૃથક્કરણ—ધારો કે अबक △ સમદ્વિબાજુ છે,

∴ अब = अक. ∴ बफ = कइ.

અને ∠फबक = ∠इकब

∴ △ फबक ≡ △ इकब

∴ ∠गबक = ∠गकब

અને ∴ गक = गब

અને વળી गब = $\frac{2}{3}$ बइ અને गक = $\frac{2}{3}$ कफ, ∴ इब = कफ.

એકીકરણ—મધ્યગાઓને ग માં મળવા દો.

∵ बइ = कफ અને गक = $\frac{2}{3}$ कफ ને गब = $\frac{2}{3}$ बइ

∴ गक = गब

∴ गबक સમદ્વિબાજુ △ માં

∠ गबक = ∠गकब (પ્ર૦ સિ૦ ૧૨)

∴ इबक △ અને फकब △ માં

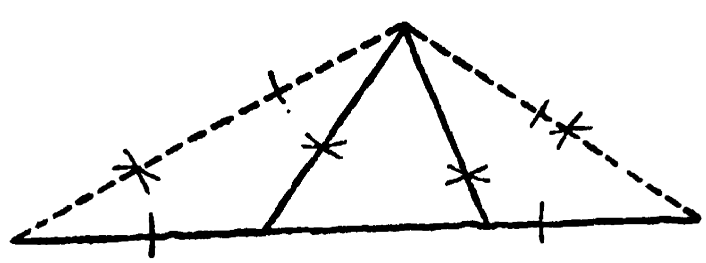
बइ = कफ અને बक સામાન્ય છે.

અને ∠इबक = ∠फकब ∴ △ઓ સર્વ સમાન છે. (પ્ર૦સિ૦ ૧૦)

∴ बफ = कइ ∴ अब = अक. પ્ર૦ સિ૦

પ્રશ્ન क.

પરિમિતિ, ∠ब અને ∠क આપ્યાં હોય તો अबक △ બનાવો.



પૃથક્કરણ—ધારો કે अबक માગેલો △ છે.

∴ અ+બ+ક, ∠ब, ∠क આપેલાં છે.

बक ને બંને બાજુ લંબાવી बअ = बड અને अक = कइ કરો.

જો अड, अइ સાંધીએ તો अबड △, अकइ △ સમદ્વિબાજુ છે.

∴ ∠ड = ∠बअड અને ∠इ = ∠कअइ

અને ∠अबक = ∠डअब + ∠ड = २ ∠ड.

અને ∠अकब = ∠इअक + ∠इ = २ ∠इ

∴ ∠ड = ½ ∠ब અને ∠इ = ½ ∠क

અને डब + बक + कइ = અ + બ + ક.

એકીકરણ:—આપેલી પરિમિતિ = डइ લો.

ड આગળ ½ ∠ब = ∠ड કરો.

અને इ આગળ ½ ∠क = ∠इ કરો.

જો डअ, इअ, अમાં મળે તો अ આગળ

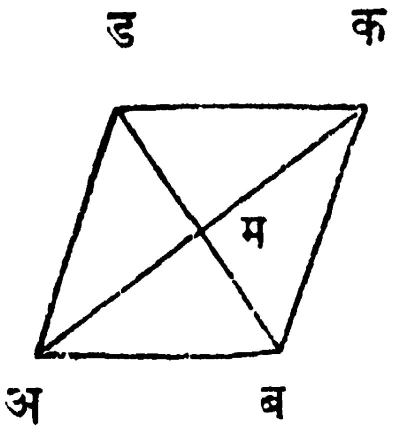
∠ड = ∠बअड અને ∠इ = ∠कअइ કરો.

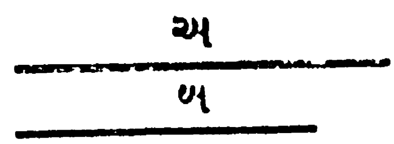
ત્યારે △ अबक માગેલો △ છે.

સિદ્ધતા—વિદ્યાર્થીએ પુરી કરવી ફ૦ ફ૦

પ્રશ્ન ड.

કર્ણોની લંબાઇ આપી હોય તો રોમ્બસ બનાવો.





પૃથક્કરણ—રોમ્બસના કર્ણો એક બીજાને કાટખુણે છેદે છે; આ સત્યતા ધ્યાનમાં રાખી કૃત્ય તરત થશે,

એકીકરણ—બે સીધી લીટીઓ અરસપરસ ⊥ દોરી मअ = $\frac{1}{2}$ અ અને मब = $\frac{1}{2}$ બ કરો. अम, बम લંબાવી मअ=मक અને मब=मड કરો; अबकड સાંધો ત્યારે अबकड માગેલો રોમ્બસ છે.

સિધ્ધતા—अक અને बड એક બીજીને કાટખુણે દુભાગે છે;

∴ अब = बक = कड = डअ. કૃ૦ કૃ૦

---

§ ૨૬. પહેલા ભાગના પરચુરણ પ્રશ્નો.

૧. अब, अक ૮૦°નો ખુણો કરે છે. अब=૨.૩″ અને अक=૨.૩″ છે. ∠अની દુભાગનારી લીટી बकને डમાં મળે છે તો ∠ब, ∠क માપો અને ∠अडबના એક કાટખુણપૂર્ણી અને દ્વિકાટખૂણપૂર્ણી ખૂણા કયા ?

૨. એક સમબાજુ △ની બાજુ ઉપર બહારથી સમબાજુ ત્રિકોણો બનાવ્યા હોય તો આ પ્રમાણે થતી આકૃતિ પણ સમબાજુ આકૃતિ છે.

૩. એકજ પાયા ઉપર બે સમદ્વિબાજુ △ઓ છે તો તેનાં શિરોબિંદુને સાંધનારી લીટી પાયાને દુભાગનાર લંબ છે

૪. એકજ બાજુ ઉપર अबक, डबक △ ઓમાં अब = डक અને अक = डब તો अड ∥ बक છે.

૫. પ્રશ્ન ૩માં પાયા ઉપર ત્રીજો સમદ્વિબાજુ △ દોર્યો હોય તો પાયાને દુભાગનાર લંબ આ ત્રિકોણના સામેના ખુણાને દુભાગે છે.

૬. અ = ૩·૭″, ∠ब=૬૧° અને ક=૪·૧″ છે તો ત્રિકોણ બનાવો.

૭. अबकड સ૦ ચ૦ માં अक કર્ણ ઉપર प, म એવાં બિંદુ છે કે अप = कम तो बपडम સ૦ ચ૦ છે.

૮. વિષમબાજુ ટ્રાપિજ્યમમાં વિષમ બાજુનાં મધ્યબિંદુને જોડનારી લીટી બીજી બાજુને સમાન્તર છે.

૯. अबक △ની अब, बक, कअને ड,इ,फમાં દુભાગો; ड,इ,फ માંથી अब, बक, अक ઉપર લંબ દોરો; આ લંબ એકબિંદુગામી છે એમ બતાવો.

૧૦. એકજ પાયા ઉપર અને એકજ બાજુએ अबकड, अबपम એ સ૦ ચ૦ ઓ છે તો कडमप સ૦ ચ૦ છે.

૧૧. સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણમાં બાજુઓનાં મધ્ય બિંદુને સાંધનારી લીટી સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ કરે છે.

૧૨. સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણમાં સામસામેની બાજુનાં મધ્ય બિંદુને જોડનારી લીટી અરસપરસ દુભાગે છે.

૧૩. સમદ્વિબાજુ △ ના શિરોબિંદુથી પાયાના મધ્યબિંદુને જોડનારી લીટી પાયાને લંબ છે અને પાયાની સામેના ખુણાને દુભાગે છે.

૧૪ એકજ પાયા ઉપર બે સમદ્વિબાજુ △ ઓ अबक, डबक છે તો △अबड = ∠अकड.

૧૫. કોઇ પણ સમદ્વિબાજુ △ ના પાયા ઉપર પાયાના છેડાથી સરખે અંતરે આવેલાં બે બિંદુઓ શિરોબિંદુથી પણ સરખે અંતરે છે.

૧૬. સમબાજુ ત્રિકોણની બાજુનાં મધ્ય બિંદુ જોડવાથી થતો ત્રિકોણ પણ સમબાજુ છે.

૧૭. બે ત્રિકોણમાં ∠ब = ∠ब′ = ૩૭° છે, ક = ક′ = ૫·૯ સે. મી. અને બ = બ′ = ૬·૭ સે. મી. છે તો ત્રિકોણો બનાવો. અનિશ્ચિત રચના છે ? કારણ આપો.

૧૮. ૩·૫" ત્રિજ્યાના વર્તુળના મધ્યબિંદુ આગળ ૧૧૨°નો ખુણો કરતા કૌંસને દુભાગો.

૧૯. अबक સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણની સરખી બાજુ बअ, कअ ને इ, फ સુધી લંબાવી છે; જો अइ = अफ, તો फब = इक.

૨૦. સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણના શિરોબિંદુમાંથી પાયાને સમાન્તર દોરેલી લીટી બહારના ખુણાને દુભાગે છે.

૨૧. સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણના પાયાની બહારના ખૂણાને દુભાગનારી લીટીઓ બીજો સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ કરે છે.

૨૨. ૩·૧" ની બાજુ ઉપરના છ સમબાજુ ત્રિકોણો સાથે મૂકી એક સમષટ્કોણ કરી બતાવો કે તેનો દરેક ખુણો ૧⅓ કાટખુણા બરાબર છે.

૨૩. ત્રિકોણમાં कब પાયો અને પાયા ઉપરનો લંબ આપ્યા છે તો એ અંગોવાળા કેટલા ત્રિકોણ બનાવી શકશો?

૨૪. એક સીડી એક ઘરના પાયાથી ૨૩ ફુટ દુર છે, અને તેનો ઉપલો છેડો બારીના ઉપલા ભાગને દિવાલ પર અડે છે. સીડીના પાયાને દિવાલથી ૨૭ ફુટ દૂર ખસેડતાં ઉપલો છેડો બારીના નીચેના ભાગને અડે છે. જો સીડી ૪૧ ફુટ લાંબી હોય તો બારીની ઉંચાઇ કેટલી?

૨૫. अबकड સ૦ ચ૦ ની अक બાજુને લંબાવતાં कइ = कअ; कब ‖ इफ, डक ને લંબાવતાં फ માં મળે છે તો अबफक સ૦ ચ૦ છે.

૨૬. એક હોડી પશ્ચિમમાં ૨૫૦ વાર જાય છે, અને પછી ૩૦° ઉત્તરમાં વળી જઇ ૩૬૦ વાર જાય છે અને પછી ઉત્તરમાં ૧૨૦ વાર જાય તો પહેલી જગ્યાએથી તે કેટલે અંતરે ગઇ? બન્ને સ્થાનોનું કોણ અંતર કાઢો.

૨૭. જ્યારે સૂર્ય ૪૨° ક્ષિતિજની ઉપર છે ત્યારે જમીનમાં દાટેલી એક ઉભી કાઠી ૩૦ ફુટ લાંબો પડછાયો નાખે છે તો કાઠીની ઉંચાઇ શું?

૨૮. એક મોજણીદાર अ થી પૂર્વમાં ૧૫૦ વાર જાય છે; પછી ત્યાંથી (बथी) क સુધી ઉત્તરમાં ૩૦૦ વાર જાય છે અને પછી ड સુધી પશ્ચિમમાં ૪૫૦ વાર જાય તો अड કેટલું? अथी ड નું કોણ અંતર શું?

૨૯. अबकड સ૦ ચ૦ની બાજુ પર અનુક્રમે इ, फ, ग, य ચાર બિંદુઓ છે, જો अय = कफ અને अइ = कग તો इफगय સ૦ ચ૦ છે.

૩૦. अबक સમદ્વિબાજુ $\triangle$ના પાયા ઉપરના ખુણાને દુભાગનારી લીટીઓ સામેની બાજુને इ, फમાં મળે તો इफ ∥ बक છે.

૩૧. अबकड ચતુષ્કોણમાં अब = कड અને ∠ब = ∠क તો अड ∥ बक છે.

૩૨. સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિઝ્યમના કર્ણો સરખા છે.

૩૩. સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિઝ્યમમાં સમાન્તરબાજુ આગળના ∠ બરાબર છે.

૩૪. સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિઝ્યમની સરખી બાજુનાં મધ્યબિંદુને જોડનારી લીટી સમાન્તર બાજુના સરવાળાથી અર્ધી છે.

૩૫. अबकड ચ.માં ∠अ= ∠ब અને ∠क=ड, તો अड=बक છે.

૩૬. કોઇ પણ લંબચોરસની બાજુનાં મધ્ય બિંદુને જોડવાથી થતો ચતુષ્કોણ રૉમ્બસ છે.

૩૭. સ્થાનોપરિ સ્થિતિથી બતાવો કે જો બે સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણમાં બે પાસેપાસેની બાજુ અને અંતર્ખુણો બરાબર હોય તો સ૦ ચ૦ સર્વ અંગમાં બરાબર છે.

૩૮. अबकड, इफगय બે ચતુષ્કોણમાં अब, बक, कड, डअ; इफ, फग, गय, यइ ની અનુક્રમે બરાબર હોય અને ∠अ=∠इ, તો ચતુષ્કોણો સર્વ અંગમાં બરાબર હોઇ શકે છે.

૩૯. કોઇ પણ સ૦ ચ૦ના કર્ણના મધ્યબિંદુમાંથી બાજુ સુધી દોરેલી લીટીના તે બિંદુ આગળ બે સરખા ભાગ થાય છે.

૪૦. अबक $\triangle$માં बइ ને फक મધ્યગા गમાં છેદે છે. गब, गक ને અનુક્રમે य, डમાં દુભાગી છે તે यडइफ સ૦ ચ૦ છે.

૪૧. अबकड સ૦ ચ૦માં अकने इ સુધી લંબાવતાં कइ=अक થાય છે. इ અને बમાંથી इफ, बफ અનુક્રમે कब, कअને ∥ છે તો अबकफ સ૦ ચ૦ છે.

૪૨. એક સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણમાં બે સામસામેનાં શિરોબિંદુમાંથી બીજા કર્ણ ઉપર લંબ દોરી છે તેા આ લંબ સરખી છે.

૪૩. अबक, डइफ △ઓમાં अब = ‖ डइ અને बक = ‖ इफ તેા अक = ‖ डफ છે.

૪૪. अबकड ચતુષ્કોણમાં अब ‖ डक અને अड = बक તેા ∠अ + ∠क = ૧૮૦° છે; અને अक = बड.

૪૫. अप, बक બે સળીઆ સમાન્તર છે. अप, प ની આસપાસ અને बक, बની આસપાસ સરખા વેગથી એકજ દિશામાં ફરે છે તેા તેઓ હંમેશાંજ સમાન્તર છે અને अक અમુક સ્થિર બિંદુમાંથી જાય છે.

૪૬. જો કોઇ સીધી લીટી આકૃતિમાં માંહેના ખુણા બહારના ખુણાની (સરવાળાની) બરાબર હોય તેા તેની કેટલી બાજુ છે? કારણ આપેા.

૪૭. માંહેનેા ∠अ = $\frac{3}{5}$ બહારના ∠अ અને ૪ ∠ब = ૫∠क તેા ત્રિકોણના ખુણા કાઢેા.

૪૮. દરેક સમબહુકોણમાં કોઇ પણ અંતર્ગામી ખુણેા નથી; અનુક્રમે બધી બાજુ લંબાવવાથી એક વખતે ૧૫°, બીજી વખતે ૩૦°, ત્રીજી વખતે ૪૦°, અને ચેાથી વખતે ૧૨°નેા દરેક ખુણેા થાય છે તેા તે ચાર બહુકોણની કેટલી કેટલી બાજુ હશે?

૪૯. કોઇ પણ ત્રિકોણના શિરોબિંદુથી પાયા સુધી દોરેલી લીટીના, બીજી બાજુનાં મધ્યબિંદુને સાંધનારી લીટી, બે સરખા ભાગ કરે છે.

૫૦. કોઇ પણ સ૦ ચ૦ નાં બે સામેનાં શિરોબિંદુમાંથી બહારની કોઇ પણ લીટી ઉપર દોરેલી લંબનેા સરવાળેા બાકીનાં શિરોબિંદુમાંથી તેજ લીટી ઉપર દોરેલી લંબના સરવાળા બરાબર છે.

૫૧. કોઇ પણ સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણના પાયા ઉપરના કેઈ પણ બિંદુમાંથી જો સરખી બાજુ ઉપર લંબ દોરીએ તેા આ લંબનેા સરવાળેા પાયાના છેડામાંથી સામેની બાજુ ઉપરના લંબની બરાબર છે.

૫૨. કોઇ પણ સમબાજુ ત્રિકોણમાં અંદરના કોઇ પણ બિંદુમાંથી

બધી બાજુ ઉપર દોરેલી લંબનો સરવાળો ત્રિકોણની ઉંચાઇની બરાબર છે.

૫૩. સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણની માંહેના કોઇ પણ બિંદુમાંથી ત્રણે બાજુ ઉપર દોરેલા લંબનો સરવાળો પાયાના શિરોબિંદુમાંથી સામેની બાજુ ઉપર દોરેલા એકજ લંબ બરાબર છે.

૫૪. સરખી અને સમાન્તર લીટીઓ કોઇ પણ એકજ લીટી ઉપર એ સરખા કાટખૂણ પ્રલંબન કરે છે.

૫૫. એક કાટખૂણ ત્રિકોણનો એક ખૂણો જો ૩૦° નો હોય તો સૌથી મોટી બાજુ સૌથી નાનીથી બમણી છે.

૫૬. કાટખૂણો અને કર્ણ આપ્યાં હોય તો કર્ણના મધ્યબિંદુનું નિધાન કાઢો.

૫૭. अबकड ચોરસમાં अથી, बक અને कड નાં મધ્યબિંદુ સુધી લીટી દોરી છે અને कથી, अड, अब નાં મધ્યબિંદુ સુધી લીટી દોરી છે તો આ લીટીની વચ્ચેની આકૃતિ રોમ્બસ છે.

૫૮. સમબાજુ △अबकમાં अबમાં એક ड બિંદુ લો; △ની સામેની બાજુ ઉપર अड ઉપર એક સમબાજુ △ अडइ દોરો તો बइ = कइ.

૫૯. अबक △ના ∠अને દુભાગનાર લીટી ઉપર જો प બિંદુ લીધું હોય (∠अની બહાર) તો अब + अक < ને पब + पक.

૬૦; अबक સમદ્વિબાજુ △માં अब = अक અને डइफ લીટી अब, बक અને अकને લંબાવતાં છેદે છે; જો डइ = इफ, તો बड = कफ.

૬૧. ૫·૩" પાયા ઉપર ૩·૪" ઉંચાઇનો એક સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ બનાવો. તેનાં સર્વ અંગ માપો.

૬૨. ઉંચાઇ અને શિરોબિંદુ આગળનો ખુણો આપેલાં છે તો સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ બનાવો.

૬૩. એક સમબાજુ ત્રિકોણમાં ઉંચાઇ આપી હોય તો △ બનાવો.

૬૪. એક વહાણ કલાકમાં દશ માઇલ પ્રમાણે ઉત્તરમાં જાય છે. બે વાગે તે એક દીવાદાંડી ઇશાનમાં જુએ છે. અને દોઢ કલાક પછી દીવાદાંડી

પૂર્વની દક્ષિણે ૭૬° એ દેખાય છે તો બીજી જગ્યામાં દીવાદાંડીથી વહાણનું અંતર કેટલું? અને કયારે તે દીવાદાંડીની પાસેમાં પાસે હતું?

૬૫. △अबक માં अब, अक માં प, ड, એવાં બિંદુ શોધો पड || बक થાય અને पड = $\frac{1}{3}$ बक થાય.

૬૬. अब, अक માં ब, क એવાં બિંદુ શોધો કે ∠ब = ૩ ∠क.

૬૭. બે સમાન્તર લીટીઓમાં અનુક્રમે अ, ब બે સ્થિર બિંદુ છે. બીજાં प, ड બે બિંદુ એવાં શોધો કે अपबड એક ર્‌હૉમ્બસ બને.

૬૮. ∠बअक ને આ પ્રમાણે દુભાગો:—अ મધ્યબિંદુથી બે વર્તુળો એવા દોરો કે પહેલો बअ, कअ ને प, ड માં અને બીજો એજ લીટીને म, य માં છેદે; पय, डम, ल માં છેદે તો अल, ∠अને દુભાગે છે.

૬૯. अ, ब, कड ની વિરૂદ્ધ બાજુએ બે બિંદુ છે તો कड માં प એવું બિંદુ શોધો કે ∠अपक = ∠बपक.

૭૦. पकरय એવો એક ર્‌હૉમ્બસ બનાવો કે તેનો पर કર્ણ એક આપેલી લીટી ઉપર છે અને તેની पक, कर, रय ત્રણ બાજુ ત્રણ આપેલાં બિંદુમાંથી જાય.

૭૧. कडની એકજ બાજુએ अ, ब બે બિંદુ છે તો कडમાં એવું એક બિંદુ प શોધો કે पअ, पब નો તફાવત મોટામાં મોટો હોય?

૭૨. પ્રશ્ન ૭૧ માં તફાવત નાનામાં નાનો હોય તો प બિંદુ કયાં છે?

૭૩. એક એવો ર્‌હૉમ્બસ કાઢો કે તેની બે બાજુઓ આપેલા ત્રિકોણની બાજુમાં હોય અને તેનું એક શિરોબિંદુ પાયા ઉપર હોય.

૭૪. બે આપેલી લીટી ઉપર છેડા હોય અને એક આપેલી લીટીની સમાન્તર અને સરખી હોય તેવી એક લીટી દોરો.

૭૫. अकइड એક અર્ધ વર્તુળ अड વ્યાસ ઉપર છે અને ब તેનું મધ્યબિંદુ છે. इ, क એવી રીતે પરિધ ઉપર છે કે कइ લંબાવતાં अबड ને फ સુધી લંબાવેલી લીટી ઉપર મળીને इफ = बइ = बक કરે છે તો બતાવો કે ∠फ = $\frac{1}{3}$∠अबक છે.

૭૬. अबक △માં ∠ब આપેલો ખુણો અને ∠क બીજો આપેલો ખુણો છે અને बक ઉપર अ ની ઉંચાઇ આપેલી છે તો △ બનાવો.

૭૭. શિરોબિંદુ આગળના એક આપેલા ખુણાવાળો એક આપેલા પાયા ઉપર એક સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ બનાવો.

૭૮. એક કાટખુણુ ત્રિકોણુમાં કર્ણુ આપી છે અને બીજી બે બાજુનો સરવાળો આપ્યો છે તો ત્રિકોણુ બનાવો.

૭૯. એક સમદ્વિબાજુ કાટખૂણુ ત્રિકોણુમાં કર્ણુ અને એક બાજુનો સરવાળો આપ્યાં હોય તો ત્રિકોણુ બનાવો.

૮૦. એક કાટખુણુ ત્રિકોણુમાં કર્ણુ અને બાજુઓનો તફાવત આપ્યાં હોય તો ત્રિકોણુ બનાવો.

૮૧. એક ત્રિકોણુમાં અ, બ + ક, અને ∠ब આપ્યાં છે તો ત્રિકોણુ બનાવો.

૮૨. એક ત્રિકોણુમાં અ, ક–બ, અને ∠ब આપ્યાં છે તો ત્રિકોણુ બનાવો.

૮૩. જો अब, अक, અને बड આપ્યાં હોય તો એક अबकड સ૦ ચ૦ બનાવો.

૮૪. એક એવો રૉમ્બસ બનાવો કે તેમાં એક કર્ણુ = બાજુ છે.

૮૫. એક ચતુષ્કોણુમાં કર્ણો બરાબર છે અને તેઓ એક બીજાને ૬૦° એ દુભાગે છે. જો કર્ણુ ૫.૪ સે.મી. હોય તો ચતુષ્કોણુ બનાવો. જો પક્ષ અધૂરો હોય તો પૂર્ણ કરો.

૮૬. પાયો, પાયાની ઉપરની મધ્યગા અને ઉંચાઇ આપ્યાં હોય તો △ બનાવો. કેટલા △ઓ થશે ?

[નોટ—अब પાયાની ‖ प ઉંચાઇએ દોરો. अबને દુભાગી મધ્ય બિંદુ વર્તુળનું મધ્યબિંદુ લઇ અને क મધ્યગા ત્રિજ્યા લઇ વર્તુળ દોરો. આ વર્તુળ જો સમાન્તર લીટીને इમાં છેદે તો △अइब માગેલો ત્રિકોણુ છે.]

૮૭. ∠कअब એક કાટખુણો છે અને ∠कअब વચ્ચે કોઇ પણુ બિંદુ डમાંથી डइ, डफ લંબ अक, अब ઉપર છે, તો જો (૧) डइ +

डफ = ૫·૦ સે. મી. અને (૨) डइ – डफ = ૨·૦ સે.મી. હોય તો ड નું નિધાન કાઢો.

૮૮. अबक △માં अब = ૩·૨″, अक = ૪·૨″ અને बक = ૩·૬″ છે તો अब અને अकથી સરખે અંતરે અને बकથી આપેલે અંતરે આવેલું બિંદુ શોધી કાઢો. એવાં કેટલાં બિંદુ નીકળશે ?

૮૯. પ્રશ્ન ૮૮માં अब, अकથી સરખે અંતરે અને ब, कથી સરખે અંતરે આવેલું બિંદુ શોધો.

૯૦. પ્રશ્ન ૮૮માં ब, क થી સરખે અંતરે અને अથી ૧·૮″ ને અંતરે આવેલું બિંદુ શોધી કાઢો, કેટલાં બિંદુ નીકળશે ?

૯૧. अब ઉપર એક प બિંદુ ફરતું છે અને क એક બહાર સ્થિર બિંદુ છે. पकને લંબાવતાં कड = पक; તો डનું નિધાન શોધી કાઢો.

૯૨. પ્રશ્ન ૯૧ ની મદદથી ∠बअक ની અંદરના ड બિંદુમાંથી એવી લીટી એક શાખાલીટી સુધી દોરો કે તે ड આગળ દુભાગાય.

૯૩. એક આપેલા બિંદુથી આપેલે અંતરે અને બે આપેલી ‖ લીટીથી સમાન અંતરે હોય એવું બિંદુ શોધી કાઢો. ઉપરની રચના ક્યારે બનશે ? ક્યારે નહિ બનશે ? ક્યારે બે રચના શક્ય છે ?

૯૪. એક આપેલી લીટી ઉપર જેનું શિરોબિંદુ હોય અને જેની એક આપેલી ઉંચાઇ હોય એવો એક આપેલા પાયા ઉપર △ બનાવો.

૯૫. એક સમદ્વિબાજુ △માં સરખી બાજુ ઉંચાઇથી બમણી છે તો △ બનાવો.

૯૬. अबक △માં ∠अ કાટખૂણો અને अब અને बकથી अ ના અંતર આપ્યાં છે તો ત્રિકોણ બનાવો.

૯૭. એક સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમાં ઉંચાઇ અને પાયાની સામેનો ખૂણો આપ્યાં છે તો ત્રિકોણ બનાવો

૯૮. એક રોમ્બસમાં બે સામેની બાજુનું અંતર એક બાજુથી અર્ધું છે તો રોમ્બસ બનાવો.

૯૯. अ બિંદુમાંથી बक સુધી એવી એક લીટી દોરો કે તે આપેલા ખૂણાની બરાબર अबक ખુણો કરો.

૧૦૦. अब, अक, अड ત્રણ લીટીઓ अમાં મળે છે તો એવી એક बकड આડી લીટી દોરો કે क આગળ તેના બે સરખા ભાગ થાય.

૧૦૧. એક સમબાજુ ત્રિકોણની મદદથી એક આપેલી લીટીના ત્રણ સરખા ભાગ કરો.

૧૦૨. ત્રણ બાજુનાં મધ્યબિંદુઓ આપ્યાં હોય તો ત્રિકોણ બનાવો.

૧૦૩. બે બાજુઓ અને ત્રીજી બાજુને દુભાગનારી મધ્યગા આપી હોય તો ત્રિકોણ બનાવો.

૧૦૪. એક બાજુ અને બાકીની બાજુને દુભાગનારી મધ્યગા આપી હોય તો ત્રિકોણ બનાવો.

૧૦૫. ત્રણ મધ્યગાઓ આપો હોય તો ત્રિકોણ બનાવો.

૧૦૬. ૨·૪" ઉંચાઇ અને પાયા આગળના ખૂણા ૪૦° અને ૬૦° હોય તો ત્રિકોણ બનાવો.

૧૦૭. એક મધ્યગા અને જે બાજુને તે દુભાગે તેની અર્ધી લંબાઇનો સરવાળો બીજી બે બાજુના અર્ધા સરવાળાથી મોટો છે.

૧૦૮. એક બાજુ અને પાયા ઉપરની ઉંચાઇનો સરવાળો અને પાયો આપ્યા છે તો સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ બનાવો.

૧૦૯. अबक △માં अब > अक છે. अप લીટી अ ખૂણાને દુભાગે છે અને अड મધ્યગા છે તો अड મધ્યગા अब અને अप ની વચ્ચે છે એમ સિદ્ધ કરો.

૧૧૦. પ્રશ્ન ૧૦૯ માં જો अम ⊥ बक હોય તો अप દુભાગનાર લીટી अम અને अड ની વચ્ચે છે એમ સિદ્ધ કરો.

૧૧૧. अब, कड બે આપેલી લીટી છે અને म, अब માં એક આપેલું બિંદુ છે, अब માં प એક એવું બિંદુ શોધી કાઢો કે पम અંતર कड ના ઉપર प ના લંબ અંતર બરાબર હોય.

૧૧૨. अबक △ માં अब = अक છે. बक સમાન્તર બાજુઓને ड, इ માં મળતી डइ એવી લીટી દોરો કે તે डब અથવા इक બરાબર થાય.

૧૧૩. अबक △ માં बक પાયાની સમાન્તર डइ એવી લીટી દોરો કે તે બાજુઓને ड, इ માં મળી डब અને इक ના (૧) સરવાળો (૨) બાદબાકી બરાબર થાય.

૧૧૪. સમદ્વિબાજુ △ ના પાયાને લંબાવી તેના ઉપરના કોઇ પણ બિંદુમાંથી સરખી બાજુઓ ઉપર લંબ દોરીએ તો એ લંબનો તફાવત કોઇ અમુક અંતર બરાબર છે.

૧૧૫. એક આપેલી લીટીની સમાન્તર એવી એક લીટી દોરો કે બીજી બે આપેલી લીટીઓની વચ્ચે છેદાતો તેનો ભાગ એક આપેલી લંબાઇ બરાબર હોય.

૧૧૬. બે અરસ પરસ છેદતી લીટીઓ સાથે સરખા ખૂણા કરતી એવી એક લીટી દોરો કે તે બે લીટીઓની વચ્ચે છેદાતો તેનો ભાગ એક આપેલા અંતર બરાબર હોય.

૧૧૭. બે આપેલાં બિંદુમાંથી એકેક એવી લીટી દોરો કે તે લીટીઓ એક આપેલી લીટીને મળી એક સમબાજુ ત્રિકોણ બનાવે.

૧૧૮. એક આપેલા ત્રિકોણમાં એવો રોમ્બસ દોરો કે તેનો એક ખૂણો ત્રિકોણના એક ખૂણા સાથે બરાબર મળી જાય.

૧૧૯. પરિમિતિ અને એક સાંકડો ખૂણો આપ્યાં હોય તો કાટખૂણું ત્રિકોણ બનાવો.

૧૨૦. ઉંચાઇ આપી હોય તો એક સમબાજુ ત્રિકોણ બનાવો.

૧૨૧. એક આપેલી ઉંચાઇનો એવો સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ બનાવો કે તેનો પાયો એક આપેલી લીટીમાં હોય અને તેની સરખી બાજુઓ બે આપેલાં સ્થિર બિંદુમાંથી જાય.

૧૨૨. એક બાજુ અને પાયા ઉપરની ઉંચાઇનો તફાવત અને પાયો આપ્યાં છે તો સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ બનાવો.

૧૨૩. પાયો, પાયા ઉપરના ખુણાઓનો તફાવત અને બાજુઓનો તફાવત આપ્યાં છે તો ત્રિકોણ બનાવો.

૧૨૪. પાયો, પાયા ઉપરના ખુણાઓનો તફાવત અને બાજુઓનો સરવાળો આપ્યા છે તો ત્રિકોણ બનાવો.

૧૨૫. એક સ૦ ચ૦ ને એવી એક લીટીથી દુભાગો કે તે લીટી એક આપેલા બિંદુમાંથી જાય.

૧૨૬. એક સ૦ ચ૦ ને એવી એક લીટીથી દુભાગો કે તે સ૦ ચ૦ ની એક બાજુને લંબ હોય.

૧૨૭. એક સ૦ ચ૦ ને એવી એક લીટીથી દુભાગો કે તે એક આપેલી લીટીની સમાન્તર હોય.

૧૨૮. પાયો, પાયા ઉપરની ઉંચાઇ, અને પાયાને મળતી મધ્યગા આપ્યાં હોય તો ત્રિકોણ બનાવો.

૧૨૯. ત્રિકોણના એક શિરોબિંદુમાંથી એક એવી લીટી દોરો કે તે સામેની બાજુને છેદે અને તેના ઉપર બાકીનાં શિરોબિંદુઓમાંથી દોરેલી લંબ બરાબર થાય.

૧૩૦. એક આપેલી લીટીની બહાર આપેલા બિંદુમાંથી એવી લીટી તે લીટી સુધી દોરો કે તે તેની સાથે એક આપેલા ખુણા બરાબર ખૂણો કરે.

૧૩૧. એક આપેલા ખૂણાના હાથમાંથી સરખા ભાગો છેદે એવી એક લીટી એક આપેલા બિંદુમાંથી દોરો.

૧૩૨. એક એવો રોમ્બસ દોરો કે તેની બે બાજુઓ એક આપેલા ત્રિકોણની બાજુઓ ઉપર હોય અને જેનું એક શિરોબિંદુ તેના પાયા ઉપર હોય.

૧૩૩. अबकड એક સ૦ ચ૦ છે. અને अड = ૨ अब. अब ને બન્ને બાજુ લંબાવી इअ = अब = बफ છે. સિદ્ધ કરો કે कइ, डफ કાટખુણે છેદે છે.

૧૩૪. अबकड ચોરસના अ માંથી बक, कड નાં મધ્યબિંદુ સુધી, અને क માંથી डअ, अब નાં મધ્યબિંદુ સુધી, લીટીઓ દોરીએ તો આ ચાર લીટીઓ એક રોમ્બસ બનાવે છે.

૧૩૫. अबकड સ૦ ચ૦ ની बक બાજુમાં प બિંદુ લઇ તેમાંથી अब ને સમાન્તર દોરેલી લીટી पम, अड સુધી દોરીએ તો अबपम આકૃતિ = ½ (अबकड સ૦ ચ૦ + अबपम સ૦ ચ૦) છે.

---

§ ૨૭. પરિશિષ્ટ क. વ્યાખ્યાનુક્રમ.

"અતિકાટખુણ." એક કાટખૂણાથી મોટા પણ બે કાટખુણાથી નાના ખૂણાને "અતિકાટખૂણ ખુણો" કહે છે. (Obtuse Angle.)

"અતિકાટખૂણ ત્રિકોણ." એક અતિકાટખૂણ જેમાં હોય એવા ત્રિકોણને "અતિકાટખુણ ત્રિકોણ." કહે છે. (Obtuse–angled Triangle.)

"અતિદ્વિકાટખુણ" બે કાટખુણાથી મોટા પણ ચાર કાટખુણાથી નાના ખુણાને " અતિદ્વિકાટખુણ " (Reflex Angle.) કે " અંતર્ગામી યા રીફ્લેક્ષ ખુણો" કહે છે. (Re-entrant Angle.)

"અર્ધ વર્તુળ." વ્યાસ અને વર્તુળના કોંસની વચ્ચેના ભાગને "અર્ધ વર્તુળ" કહે છે. (Semi–circle.)

"અવચ્છેદક સિદ્ધતા." જે સિદ્ધતામાં એક સિવાય સાધ્ય બીજી બધી રીતે ખોટો છે એમ બતાવધામાં આવે છે તેને " અવચ્છેદક કે ક્રમ વિરૂદ્ધ સિદ્ધતા" કહે છે. (Proof of Exhaustion.)

"અંશ." એક કાટખૂણાના ૯૦ સરખા ભાગ કર્યા છે અને તે દરેકને "અંશ" કહે છે. અંશના ભાગને "કળા," કળાના ભાગને "વિકળા" કહે છે. (Degree.)

"અષ્ટકોણ." જે આકૃતિમાં આઠ બાજુ (અને આઠ ખૂણા) હોય તેને "અષ્ટકોણ" કહે છે. (Octagon.)

"ઉદ્દેશ." સિદ્ધાંતની સામાન્ય પ્રતિજ્ઞાને "ઉદ્દેશ" કહે છે. (General Enunciation.)

"ઉન કાટખૂણ." એક કાટખુણાથી નાના ખુણાને "ઉન કાટખુણ" કહે છે. (Acute Angle.)

"ઉન કાટખૂણ ત્રિકોણ." બધા ખુણા જેમાં ઉન કાટખુણ હોય એવા ત્રિકોણને "ઉન કાટખુણ ત્રિકોણ" કહે છે. (Acute-angled T.)

"ઉપસિદ્ધાંત." સિદ્ધાંતના ઉપરથી સહજ રીતે નીકળતા સિદ્ધાંતને "ઉપસિદ્ધાંત." કહે છે. (Corollary.)

"એક કાટખુણપૂર્ણી ખુણો." જો બે ખૂણાનો સરવાળો એક કાટખૂણા બરાબર હોય તો તે દરેકને "એક કાટખૂણપૂર્ણી યા કોટિ ખૂણો" કહે છે. (Complementary Angle.)

"એક બિંદુગામી." જે લીટીઓ એકજ બિંદુમાં છેદે તેને "એક બિંદુગામી" કહે છે. (Concurrent.)

"એક લીટી સ્થાયી". જે બિંદુઓ એકજ સીધી લીટી ઉપર આવી શકે તેને "એક લીટી સ્થાયી" કહે છે. (Collinear.)

"કક્ષા." આપેલી શરત પ્રમાણે એક બિંદુના ખસવાથી જે લીટી દોરાય તેને "કક્ષા.' કે નિધાન કહે છે. (Locus or Orbit.)

"કર્ણ લીટી". સામસામેનાં શિરોબિંદુને સાંધનારી સીધી લીટી "કર્ણ" યા "કર્ણ લીટી" કહેવાય છે. (Diagonal; Hypotenuse.)

"કળા." અંશના ૬૦મા ભાગને "કળા" કહે છે. (Minute.)

"કાટખુણો". જ્યારે એક સીધી લીટી બીજી ઉપર એવી રીતે પડે કે પાસેપાસેના ખુણા બરાબર હોય તો તે દરેક ખૂણો "કાટખૂણો" કહેવાય છે. (Right Angle.)

"કાટખુણુ ત્રિકોણુ". જે ત્રિકોણુમાં એક ખૂણો કાટખૂણો હોય તેને "કાટખૂણુ ત્રિકોણુ" કહે છે. (Right-angled Triangle.)

"કૃત્ય". જે સિદ્ધાંતમાં કાંઇ નવું બનાવવું હોય તેને "કૃત્ય" યા "કૃત્ય સિદ્ધાંત" કહે છે. (Problem)

"કોટિખુણો." જુઓ એક કાટખુણપૂર્ણ ખુણો. (Acute Angle.)

"કોણુ અંતર." નીચે કે ઉપરના સ્થાનને સાંધનારી લીટી ક્ષિતિજ લીટી સાથે જે ખુણો કરે તેને "કોણુ અંતર" કહે છે. (Bearing.)

"કૌંસ". પરિધના કોઇ પણુ ભાગને "કૌંસ" કહે છે. (Arc.)

"ખંડ". વર્તુળમાં આપેલા પરિધ સુધીની કોઇ પણુ સીધી લીટી અને કૌંસની વચ્ચેના ભાગને "ખંડ" કહે છે. (Segment of a Circle.)

"ખુણો". જ્યારે બે લીટીઓ એક બીજીને મળે છે ત્યારે બન્નેની વચ્ચેના ગાળાને "ખુણો" યા "કોણુ" કહે છે. (Angle.)

"ઘન વસ્તુ'. જેને લંબાઇ, પહોળાઇ અને જાડાઇ હોય તેને "ઘન વસ્તુ" કે "પદાર્થ" કહે છે. (Solid.)

"ચતુષ્કોણુ". ચાર સીધી લીટીથી નિયમિત થએલી આકૃતિને "ચતુષ્કોણુ" કહે છે. (Quadrilateral.)

"ચોરસ". જે લંબ ચોરસમાં પાસે પાસેની બાજુઓ અરસપરસ બરાબર હોય તેને "ચોરસ" યા "સમચોરસ" કહે છે. (Square.)

"જ્યા". જે સીધી લીટી વર્તુળમાં રહી પરિધ ઉપર હદ પામે છે તેને "જ્યા" કહે છે. (Chord.)

"ટ્રાપિજ્યમ". જે ચતુષ્કોણુની સામસામેની બાજુઓની એકજ જોડ સમાન્તર સીધી લીટી હોય તેને "ટ્રાપિજ્યમ કહે છે. (Trapezium.)

"ત્રિકોણુ". ત્રણુ સીધી લીટીથી નિયમિત થએલી આકૃતિને "ત્રિકોણુ' કહે છે. (Triangle.)

"ત્રિજ્યા". વર્તુળના મધ્યબિંદુથી જે સરખી લીટીઓ પરિધ સુધી દોરીએ તેને "ત્રિજ્યા" કહે છે. (Radius.)

"દશકોણ". દશબાજુથી નિયમિત થયેલી આકૃતિને "દશકોણ" કહે છે. (Decagon.)

"દ્વાદશકોણ." બાર બાજુથી નિયમિત થએલી આકૃતિને "દ્વાદશકોણ" કહે છે. (Duodecagon.)

"દ્વિકાટખુણુ". બે કાટખુણાની બરાબર જે ખુણો હોય તેને "દ્વિકાટખુણુ" કહે છે. (Straight Angle.)

"દ્વિકાટખુણુપૂર્ણી ખુણો." જ્યારે બે ખુણાનો સરવાળો બે કાટખુણા બરાબર હોય ત્યારે તે દરેકને "દ્વિકાટખુણુપૂર્ણી યા ન્યુનતાપૂરક ખુણો" કહે છે. (Supplementary Angle)

"નવકોણ." નવ બાજુથી નિયમિત થએલી આકૃતિને "નવકોણ" કહે છે. (Nonagon)

"નિગમન." સિદ્ધાંતના સમાપ્તિ ભાગને "નિગમન" કે "સમાપ્તિ" કહે છે. (Conclusion.)

"નિધાન." કોઇપણ આપેલી શરત પ્રમાણે જુદી જુદી સ્થિતિમાં જવાથી એક બિંદુથી જે લીટી યા લીટીઓ (વક્ર યા સીધી) દોરાય તેને તે બિંદુનું "નિધાન" કહે છે. (Locus)

"નિયમિત બહુકોણ". જેમાં બધી બાજુ અને બધા ખુણા સરખા હોય તેને "નિયમિત બહુકોણ" કહે છે. (Regular Polygon.)

"ન્યૂનતાપૂરક ખૂણો". જુઓ દ્વિકાટખુણુપૂર્ણી. (Supplementary Angle.)

"પક્ષ". સિદ્ધાંતમાં જે ભાગ આપેલો હોય તેને "પક્ષ યા પક્ષ ભાગ" કહે છે. (Data; Hypothesis.)

"પંચકોણ." પાંચ બાજુથી નિયમિત થએલી આકૃતિને પંચકોણ" કહે છે. (Pentagon.)

"પરિધ". જે વક્ર લીટીથી વર્તુળની હદ નિયમિત થએલી હોય તેને "પરિધ" કહે છે. (Circumference.)

"પરિમિતિ." કોઇ પણ આકૃતિની બાજુઓના સરવાળાને "પરિમિતિ" કહે છે. (Perimeter.)

"પહોળો ખુણો." એક કાટખૂણાથી મોટો પણ બે કાટખુણાથી નાનો હોય એવા ખૂણાને "પહોળો ખૂણો" કહે છે. (Obtuse Angle.)

"પહોળખુણુ ત્રિકોણુ." કોઇ પણ ત્રિકોણુમાં જો એક ખુણો પહોળો હોય તો તેવા ત્રિકોણુને "પહોળખૂણુત્રિકોણુ" કહેછે. (O. angled Tri.)

"પાસે પાસેના ખૂણા." એકજ શાખા લીટીની આસપાસ આવેલા ખૂણાઓ "પાસે પાસેના ખૂણા" કહેવાય છે. (Adjacent Angles.)

"પ્રતીપ સિદ્ધાંતો." જ્યારે બે સિદ્ધાંતમાં એકનો પક્ષ ભાગ બીજાનો સાધ્ય ભાગ હોય અને એકનો સાધ્ય ભાગ બીજાનો પક્ષ ભાગ હોય ત્યારે તે બન્ને સિદ્ધાંતો એક બીજાના "પ્રતીપ યા વ્યાત્યાસ" સિદ્ધાંતો કહેવાય છે. (Converse Propositions.)

"પ્રત્યક્ષ પ્રમાણુ". જે પ્રમાણુની સત્યતા બીજી વધારે સાબિતી વિના પોતાની મેળે પ્રત્યક્ષ દેખાઇ આવે તેને "પ્રત્યક્ષ પ્રમાણુ" કહે છે. (Axiom.)

"પ્રતિજ્ઞા". કોઇ સિદ્ધાંતમાં જે સાબિત કરવાનું હોય અથવા રચવાનું હોય તે જ્યારે સામાન્ય શબ્દસમૂહમાં સૂચવવામાં આવે ત્યારે તેને સિદ્ધાંતની "પ્રતિજ્ઞા" કહે છે. (Enunciation.)

"પ્રમેય સિદ્ધાંત". જે સિદ્ધાંતમાં કાંઇ સિદ્ધ કરવાનું હોય તેને "પ્રમેય" યા "પ્રમેય સિદ્ધાંત" કહે છે. (Theorem.)

"બહુકોણુ". પાંચ અથવા વધારે સીધી લીટીથી નિયમિત થએલી આકૃતિને "બહુકોણુ" કહે છે. (Polygon.)

"બિંદુ." જેને ફક્ત સ્થિતિજ હોય પણ લંબાઇ, પહોળાઇ, જાડાઇ યા ઉંચાઇ કોઇ પણ પરિમેય ન હોય તેને "બિંદુ" કહે છે. (Point.)

"બેરિંગ." જુઓ કોણુ અંતર (Bearing.)

"મધ્યગા." કોઇ પણ ત્રિકોણુમાં શિરોબિંદુ અને સામેની બાજુના મધ્યબિંદુને સાંધનારી લીટી "મધ્યગા" કહેવાય છે. (Median.)

"મધ્યબિંદુ." વર્તુળમાં જે મુકરર બિંદુથી પરિઘ સુધી સરખી લીટીઓ દોરી હોય તે બિંદુને વર્તુળનું "મધ્યબિંદુ" કહે છે. (Centre.)

"મળતા આવતા ખૂણા." એકજ દિશા તરફ જતી બબ્બે લીટીની વચ્ચેના, યા સરખી બાજુની સામસામેના "મળતા આવતા ખૂણા" છે, (Corresponding Angles.)

"મીનીટ." જુઓ કળા (Minute.)

"શાખાલીટીઓ." જે લીટીઓની વચ્ચે ખૂણો થયો હોય તેને "શાખાલીટીઓ" કહે છે. (Arms of an Angle.)

'ષટ્કોણ." છ બાજુથી નિયમિત થએલી આકૃતિને "ષટ્કોણ" કહે છે. (Haxagon.)

"સમકેંદ્ર વર્તુળો". જે વર્તુળોનું મધ્યબિંદુ એકજ હોય તેને "સમકેંદ્ર વર્તુળો" કહે છે. (Concentric Circles.)

"સમચોરસ." જુઓ ચોરસ. (Square.)

"સપાટ આકૃતિ." સપાટ સપાટીમાં આવેલી આકૃતિને "સપાટ આકૃતિ" કહે છે. (Plane figure.)

"સપાટ સફાઇ." સીધી લીટીની બનેલી સપાઇને "સીધી યા સપાટ સપાઇ" યા "સમતલપૃષ્ઠ" કહે છે. (Plane Surface.)

"સપ્તકોણ". સાત બાજુથી નિયમિત થએલી આકૃતિને "સપ્તકોણ" કહે છે. (Heptagon.)

"સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ" જે ત્રિકોણની ગમે તે બે બાજુઓ સરખી હોય તેને "સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ" કહે છે. (Isosceles Triangle.)

"સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિઝ્યમ". જે ટ્રાપિઝ્યમની સમાન્તર નહિ એવા બાજુઓ સરખી બાજુ હોય તેને "સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિઝ્યમ" કહે છે. (Isosceles Trapezium.)

"સમબહુકોણ". જે બહુકોણમાં સર્વ બાજુઓ સરખી અને સર્વ ખુણાઓ સરખા હોય તેને "સમબહુકોણ" કહે છે. (Regular Poly).

"સમબાજુ ત્રિકોણ". ત્રણે બાજુ સરખી હોય એવા ત્રિકોણને "સમબાજુ ત્રિકોણ" કહે છે. (Equilateral Triangle.)

"સમાધાન સ્થિતિ". એક આકૃતિને ઉંચકીને બીજી ઉપર મૂકવામાં આવે ત્યારે તે રીત "સમાધાન સ્થિતિ" કહેવાય છે. (Superposition.)

"સમાન્તર લીટીઓ". કોઇ પણ લીટીઓ એકજ સફાઇમાં એવી રીતે હોય કે તેઓને ગમે તે બાજુએ લંબાવતાં કદી પણ એક બીજીને મળે નહિ તો તેઓ "સમાન્તર લીટીઓ" છે. (Parallel St. lines.)

"સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ". જે ચતુષ્કોણની સામસામેની બાજુઓ સમાન્તર હોય તેને "સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ" કહે છે (Parallelogram.)

"સમાપ્તિ". જ્યારે સિદ્ધાંતમાં માગેલી સત્યતા પૂર્ણ કરી છે એમ કહેવામાં આવે છે ત્યારે તેને "સમાપ્તિ" કહે છે. (Conclusion.)

"સફાઇ". જેને લંબાઇ અને પહોળાઇ ફક્ત હોય પણ જાડાઇ યા ઉંચાઇ ન હોય તેને "સફાઇ" કહે છે. (Superficies.)

"સમ્મિતરૂપ આકૃતિ." આકૃતિને તેની અંદર આવેલી કોઇ સીધી લીટીની આસપાસ વાળતાં જો બન્ને ભાગો બરાબર સ્થાનોપરિસ્થિતિથી મળી જાય તો તેને "સમ્મિતરૂપ આકૃતિ" કહે છે, અને આવી લીટીને "સમ્મિતરૂપ ધરી યા આંસ" કહે છે.(Figure, and Axis of Sym.)

"સમ્મિતરૂપ મધ્યબિંદુ." જ્યારે આકૃતિ તેની અંદર આવેલા કોઇ બિંદુની આસપાસ સમ્મિતરૂપ હોય ત્યારે એવા બિંદુને "સમ્મિતરૂપ મધ્યબિંદુ" કહે છે (Centre of Symmetry.)

"સ્થાનોપરિસ્થિતિ." જો એક આકૃતિને બીજી ઉપર મૂકીએ તો આવી સ્થિતિને "સ્થાનોપરિસ્થિતિ" કહે છે. (Superposition.)

"સાધન". જ્યારે પ્રતિજ્ઞાને સિદ્ધાંતમાં આકૃતિની સાથે સંબંધથી વર્ણવામાં આવે ત્યારે તેને "સાધન" કહે છે. (Parti. Enunci.)

"સાધ્ય". સિદ્ધાંતમાં માગેલા ભાગને "સાધ્ય" કહે છે.

"સાંકડો ખુણો". એક કાટખુણાથી જે ખુણો નાનો હોય તેને "સાંકડો ખૂણો" કહે છે. (Acute Angle.)

"સાંકડખૂણુ ત્રિકોણુ". કોઇ પણ ત્રિકોણમાં જો ત્રણે ખૂણા સાંકડા ખૂણા હોય તો તેને "સાંકડખૂણુ ત્રિકોણુ" કહે છે. (Acute-ang. T.)

"સામસામેના ખૂણા". કોઇ પણ બે સીધી લીટી એક બીજીને છેદે તો આ શિરોબિંદુ આગળ તેજ બે લીટીઓના જુદા જુદા ભાગોની વચ્ચેના "સામસામેના ખૂણા" છે. (Vertically-opposite Angles.)

"સામાન્યપ્રતિજ્ઞા." જુઓ ઉદ્દેશ. (General Enunciation.)

"સિદ્ધતા". સિદ્ધાંતમાં જે સત્યતા સિદ્ધ કરવાની હોય અથવા રચવાની હોય તે જ્યારે સિદ્ધ કરવામાં આવે અથવા રચવામાં આવે ત્યારે જે ભાગમાં સિદ્ધ કરીએ તેને "સિદ્ધતા" કહે છે. (Proof.)

"સીધી લીટી." જે લીટી પોતાની આખી લંબાઇમાં એકથી બીજા બિંદુ સુધી એકજ દિશા રાખે તેને "સીધી લીટી" કહે છે. (St. Line.)

"સીધી લીટી આકૃતિ". જે આકૃતિની હદ સીધી લીટીથી નિયમિત થએલી હોય તેને "સીધી લીટી આકૃતિ" કહે છે. (Rectilinear fig.)

"સીધી સફાઇ." જુઓ સપાટ સફાઇ. (Plane Surface.)

"સેકન્ડ." મીનીટનો ૬૦મો ભાગ. (Second.)

"સ્વીકૃત કૃત્ય." જે કૃત્ય આપણે કબુલી લઇએ છીએ તેને "સ્વીકૃત કૃત્ય" કહે છે. (Postulate.)

"રચના." સિદ્ધાંતની સત્યતા બતાવવાને માટે કોઇ નવી લીટી યા આકૃતિ દોરવામાં આવે ત્યારે તેને "રચના" કહે છે. (Construction.)

"રીફ્લેક્ષ ખુણો." જુઓ અંતર્ગામી ખૂણો. (Reflex Angle.)

"રૉમ્બસ." જે સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણની પાસે પાસેની બાજુ અરસપરસ બરાબર હોય પણ ખુણા કાટખુણા ન હોય તેને 'રોમ્બસ", કહેવામાં આવે છે. (Rhombus.)

"લંબ." બે લીટીઓ જો કાટખુણે છેદે તો તે દરેક એક બીજીને "લંબ" છે એમ કહેવાય છે. (Perpendiculer.)

"લંબચોરસ" જે સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણમાં એક ખુણો કાટખુણો હોય તેને "લંબચોરસ" કહે છે. (Rectangle.)

"લંબછેદનબિંદુ." ત્રિકોણનાં શિરોબિંદુમાંથી સામેની બાજુઓ ઉપર દોરેલી લંબ જે બિંદુમાં એક બીજીને છેદે તે બિંદુને ત્રિકોણનું "લંબછેદનબિંદુ" કે 'લંબ સંપાતબિંદુ' કહે છે. (Orthocentre.)

'લીટી.' જેને ફક્ત લંબાઇજ હોય પણ પહોળાઇ અને જાડાઇ કોઇ પણ ન હોય તેને લીટી કહે છે. (Line.)

"વક્ર લીટી." જે લીટી પોતાની લંબાઇમાં એક બિંદુથી બીજા બિંદુ સુધી દિશા બદલે છે તેને "વક્ર લીટી" કહે છે. (Curved Line.)

"વક્ર સફાઇ". વક્ર લીટીની બનેલી સફાઇને "વક્ર સપાઇ" કહે છે. (Curved Surface.)

"વર્તુળ." આકૃતિની એવી એક વક્ર લીટીથી હદ થએલા હોય કે તે વક્ર લીટી સુધી આકૃતિ માંહેના એક મુકરર બિંદુમાંથી કોઇ પણ સીધી લીટીનું અંતર હમેશાં એકજ રહે તો તે આકૃતિને "વર્તુળ" કહે છે; અને આ વક્ર લીટીને વર્તુળનો "પરિધ" કહે છે. (Circle.) (Circumference.)

"વિકળા". કળાનો ૬૦મો ભાગ. (Second.)

"વિશિષ્ટ પ્રતિજ્ઞા". જુઓ સાધન (Particular Enunci.)

"વિષમકોણ". જે સીધી લીટી આકૃતિમાં ખુણા સરખા ન હોય એવી આકૃતિ "વિષમ કોણ" કહેવાય છે. (Irregular Figure.)

"વિષમ ચતુરસ્ત્ર". જુઓ રોમ્બસ (Rhombus.)

"વિષમ બહુકોણ." જે બહુકોણમાં બાજુ યા ખુણા બરાબર ન હોય તેને "વિષમ બહુકોણ" કહે છે (Irregular Polygon.)

"વિષમબાજુ ત્રિકોણ" જે ત્રિકોણમાં ત્રણે બાજુઓ અરસપરસ બરાબર ન હોય તેને "વિષમબાજુ ત્રિકોણ" કહે છે. (Scalene Tri.)

"વ્યાસ". વર્તુળમાં જે સીધી લીટી મધ્યબિંદુમાં થઇને પરિઘ ઉપર બન્ને બાજુએ હદ પામે છે તે "વ્યાસ" છે. (Diameter.)

" વ્યત્યાસ સિદ્ધાંતો. " જુઓ પ્રતીપ સિદ્ધાંતો. (Converse Propositions.)

નવી ભૂમિતિ ૧ લો ભાગ સમાપ્ત.

શુદ્ધિપત્ર.

પાનું.	લીટી.	અશુદ્ધ.	શુદ્ધ.
૧૮૭,	આકૃતિ	अकब ને બદલે	अबक વાંચો.
૨૦૦,	છેડેથી ૯મી,	∠अकड < ∠बकड,	∠अकड > ∠बकड.

Printed by T. M. at the J. V. Printing Press—Surat.

બીજાં પુસ્તકો.

૧. ભૂમિતિ ભાગ ૧ લો–પુસ્તક ૧ લું; નવી આવૃતિ.
(શાળાઓ તથા કોલેજો માટે મંજુર છે.) ... ૦–૧૨–૦

૨. નવી ભૂમિતિ, ભાગ ૧ લો. (આ પુસ્તક) ... ૦–૧૨–૦

૩. નવી ભમિતિ ભાગ ૧ લાનો ખુલાસો.
(પ્રશ્નોની સમજુતિ બહુજ સારી રીતે આપી છે.)
તૈયાર છે. ... ૧– ૪–૦

૪. જ્યુનીઅર અંકગણિત–ત્રીજી સુધારેલી આવૃતિ. ૦–૧૩–૦

૫. જ્યુનીઅર અંકગણિતનો આણુપાણુનો વધારો.... ૦– ૦–૬

૬. પ્રાથમિક અંકગણિત ભાગ ૧ લો.
(ગુજરાતી નિશાળો માટે મંજુર છે.) ... ૦– ૬–૦

૭. પ્રાથમિક અંકગણિત ભાગ ૨ જો. (છપાય છે)
(ગુજરાતી ઉપલાં ધોરણો માટે).... .... ૦–૧૪–૦

. Senior Arithmetic In the press). ... 1– 8-0

ઉપલાં પુસ્તકો નીચેને ઠેકાણેથી મળશે:—

૧. આ આવૃતિના સોલ એજંટ મી. કરસનદાસ નારણદાસ; સુરત.

૨. જી. આર. નાયક, ગવર્નમેન્ટ હાઈસ્કૂલ, સુરત.

૪. મી. કે. ડી. દેશાઇ, ગવર્નમેન્ટ હાઇસ્કૂલ, સુરત; અને

૪. તમામ શહેરોના જાણીતા બુકસેલરો.